

Gražos statistinių savybių stebimų finansų rinkoje modeliavimas stochastiniu modeliu su ilga atmintimi

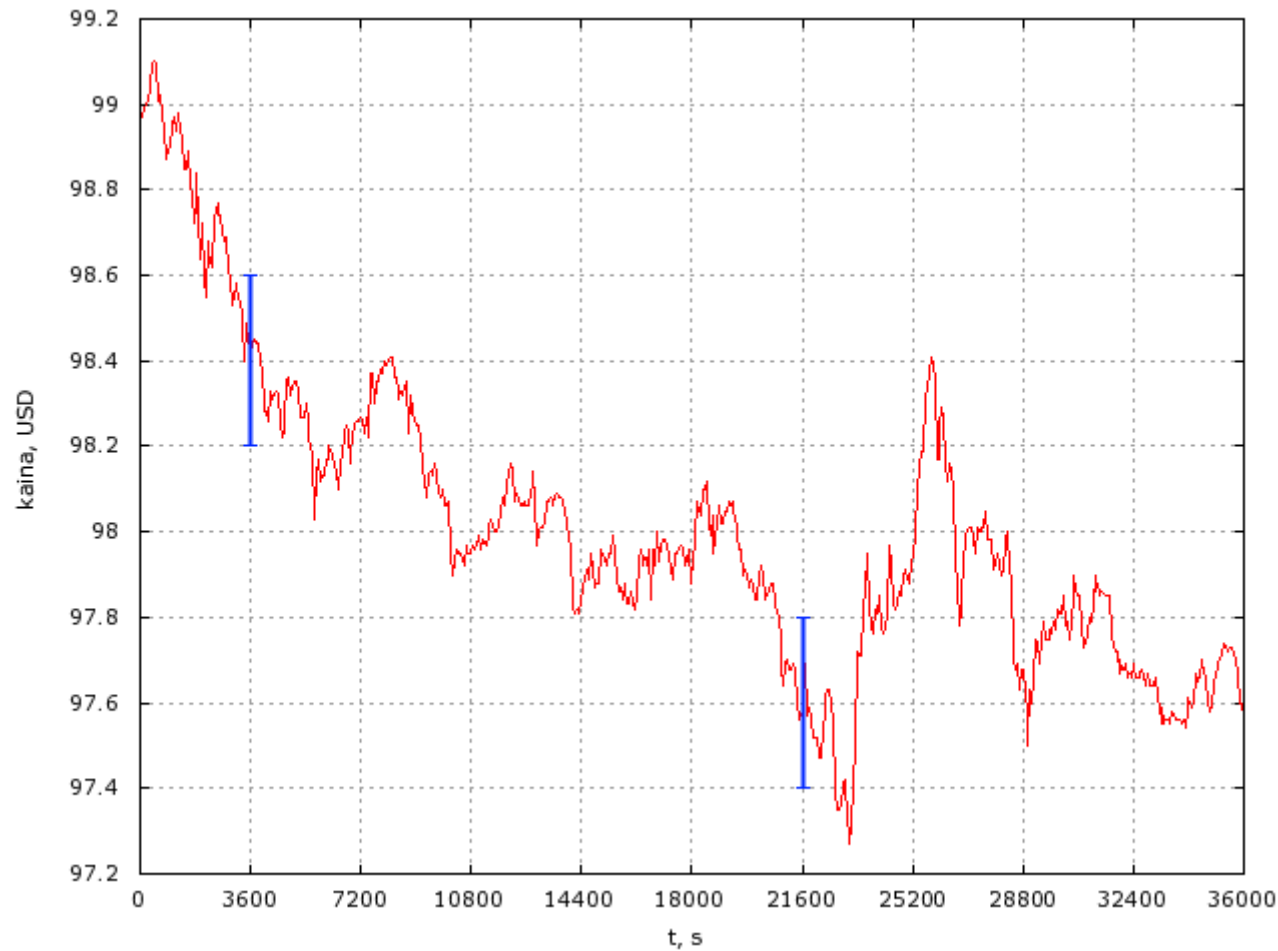
V.Gontis, J.Ruseckas, A.Kononovičius

Vilniaus universiteto teorinės fizikos ir astronomijos institutas

Turiny

- Graža ir finansų rinkos stilizuoti faktai
- Neekstensyvioji entropija
- SDL su q -Gauso tikimybės tankio funkcija ir ilga atmintimi
- Modelio rezultatai
- Empirinė analizė ir modelio patikslinimai
- Išvados

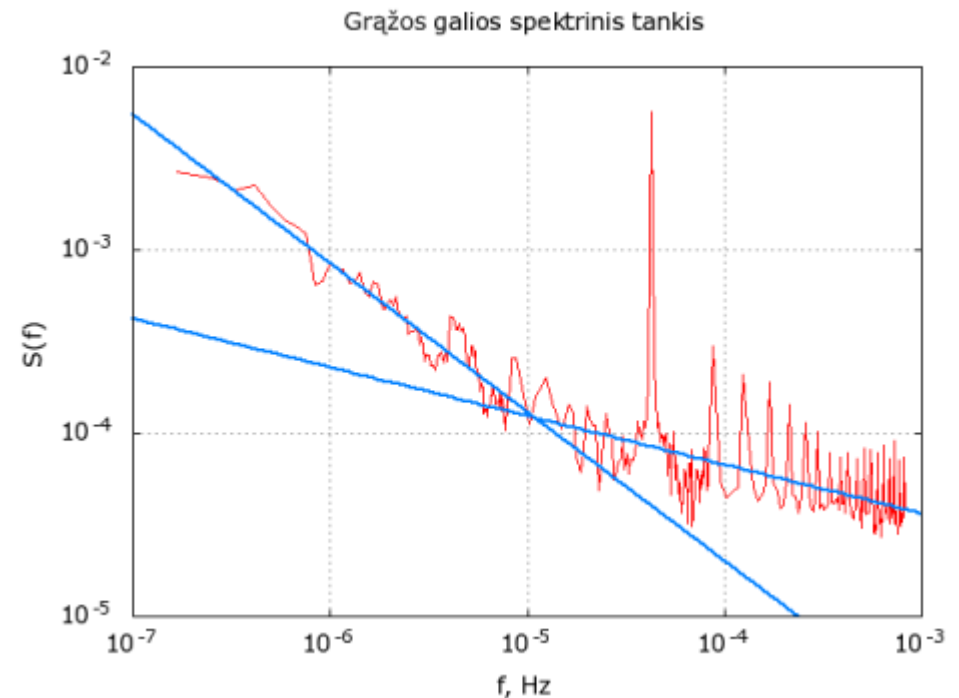
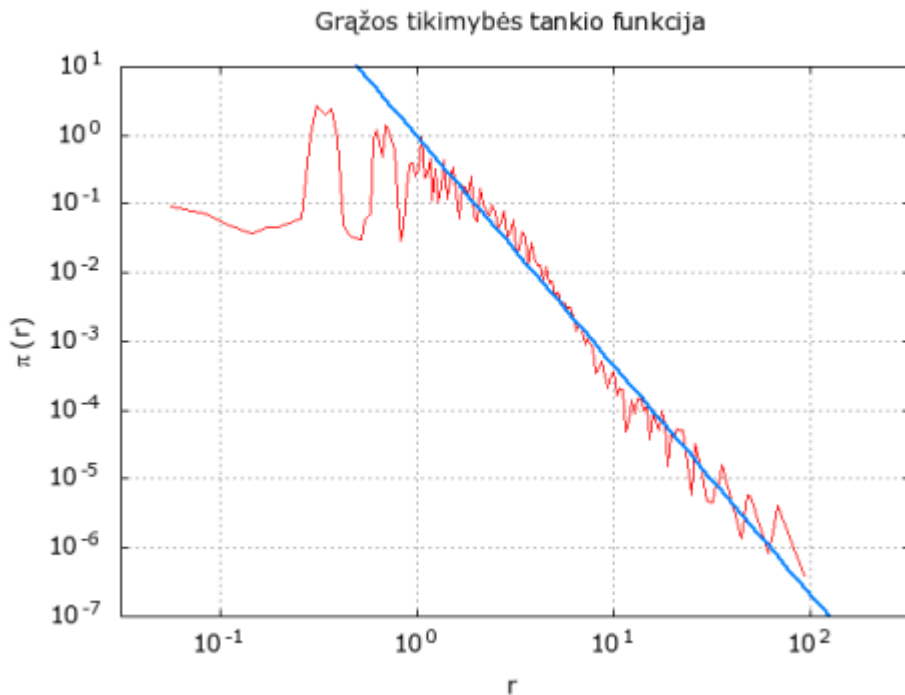
Finansų rinka. Gražos apibrėžimas.



$$r = \lg \frac{p(t + \Delta t)}{p(t)} = \lg \frac{97.58}{98.46} \approx -3.9 \cdot 10^{-3} . \quad (1)$$

Finansų rinka. Stilizuoti faktai.

Stilizuotas faktas – empiriškai nustatyta statistinė savybė būdinga įvairiems vertybiniams popieriams ir stebima įvairiose vertybinių popierių prekybos biržose.



Neekstensyvioji entropija ir q-Gauso skirstinys

1988 metais C.Tsallis pasiūlė įprastos Boltzmano-Gibso entropijos apibendrinimą

$$S_q = \frac{k}{q-1} \left(1 - \int p^q(x) dx \right). \quad (2)$$

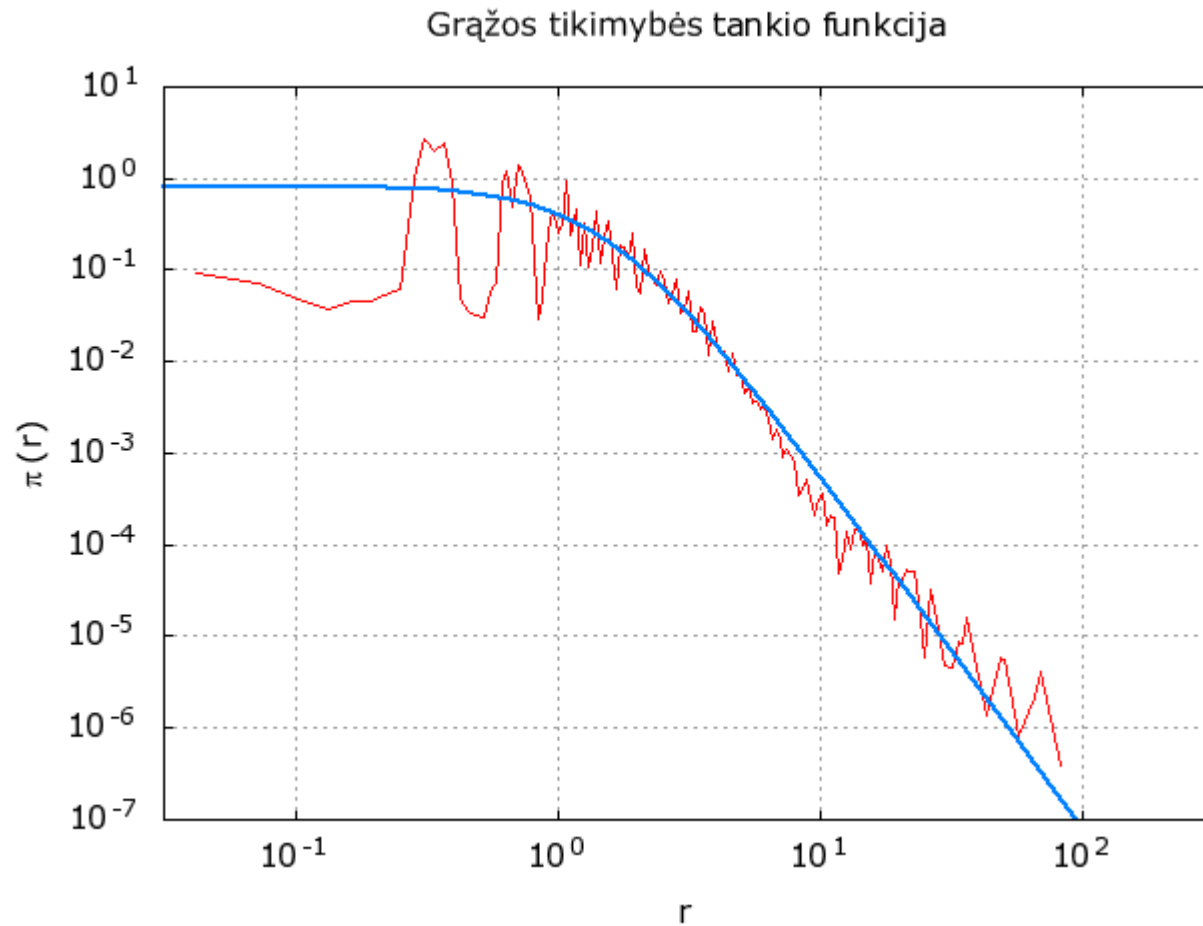
Iš (2) pasinaudojus variaciniu principu buvo įvestas q-Gauso skirstinys, kurio tikimybės tankio funkcija gali būti užrašyta

$$p(x) = A_q \exp_q \left(-\frac{x^2}{(q-3)\sigma_q} \right), \quad (3)$$

kur

$$\exp_q(x) = \left(1 + (1-q)x \right)^{\frac{1}{1-q}}. \quad (4)$$

q-Gauso skirstinys ir rinkos stilizuoti faktai



$$q=1.52, \sigma_q=0.82$$

q-Gauso skirstinio atkūrimas SDL

Jei bendru atveju Lanžaveno lygtį galime užrašyti

$$d r = a(r) d t + b(r) d W , \quad (5)$$

tai stacionarus q-Gausiškas skirstinys bus gautas, jei

$$a(r) = -\frac{\lambda}{2} \frac{r}{r_0^2 + r^2} b(r)^2 + b(r) b(r)' . \quad (6)$$

$b(r)$ parenkame pasinaudoję ankstesne patirtimi su stochastiniu prekybos aktyvumo modeliu, o Lanžaveno lygtį užrašome bedimensiniu pavidalu

$$d x = \left(\eta - \frac{\lambda}{2}\right) (1 + x^2)^{\eta-1} x d t_s + (1 + x^2)^{\eta/2} d W_s . \quad (7)$$

Spektro lūžio įvedimas į SDL modelį

(7) lygtis generuoja spektrą aproksimuojamą viena laipsnine funkcija, kurios laipsnio rodiklis

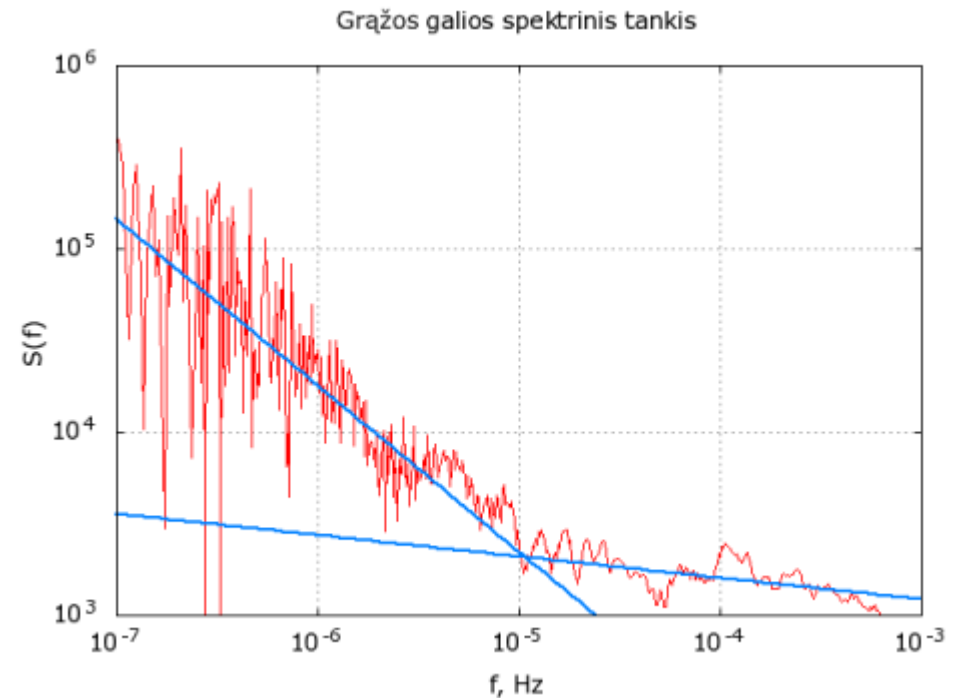
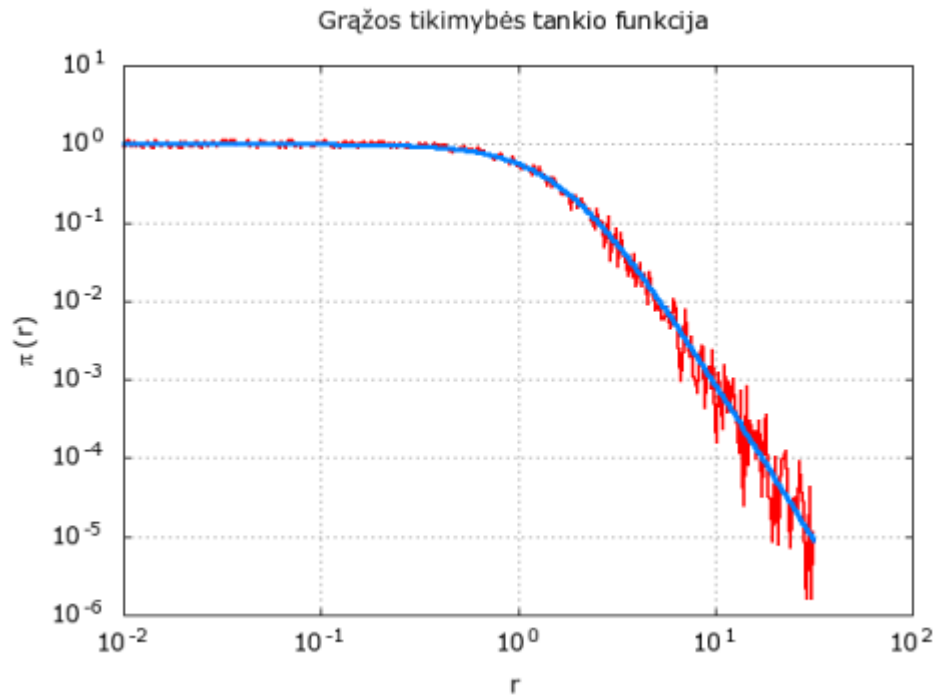
$$\beta = \frac{3-\lambda}{2\eta-2} - 1, \quad (8)$$

tačiau rinkos gražos spektras yra sudarytas iš dviejų laipsninių funkcijų. Pasinaudoję ankstesniais darbais užrašome

$$d x = \left(\eta - \frac{\lambda}{2} - (x \epsilon^\eta)^2 \right) \frac{(1+x^2)^{\eta-1}}{(\epsilon \sqrt{1+x^2} + 1)^2} x dt_s + \frac{(1+x^2)^{\eta/2}}{\epsilon \sqrt{1+x^2} + 1} dW_s. \quad (9)$$

Ši sudėtingesnė SDL ne tik atkuria stacionarų q-Gauso skirstinį, bet joje taip pat yra atspindimas spektro perlūžimas.

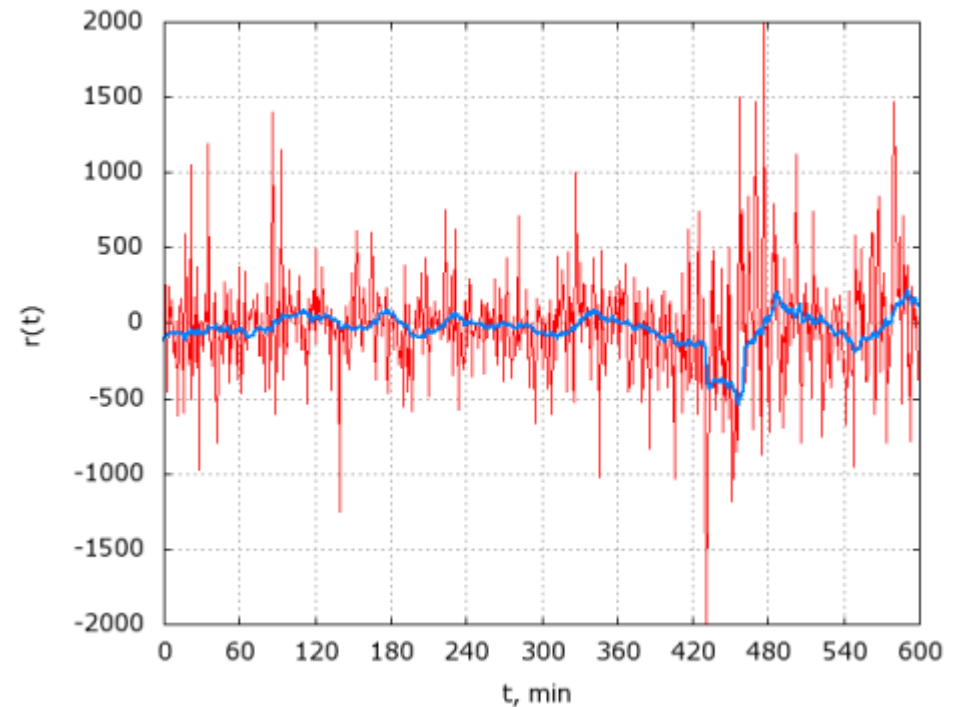
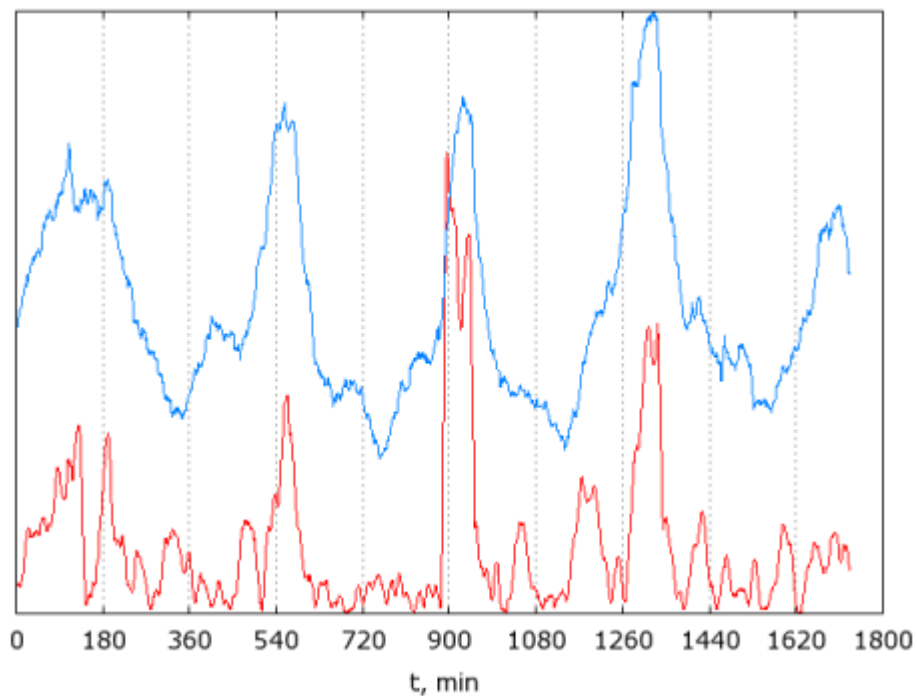
Modelio demonstruojami rezultatai



Šie rezultatai gauti skaitmeniškai integruojant (9) lygties sprendinį laiko intervalais $\tau=0.0001$ (atitinka 60 sekundžių). Kiti modelio parametrai: $\eta=2.5$, $\varepsilon=0.01$, $\lambda=3.6$.

(9) SDL rezultatų palyginimas su empiriniais duomenimis

(9) SDL gana efektyviai atkuria pristatymo pradžioje aptartus stilizuotus faktus, tačiau gražos kitimas yra dvilypis procesas, ko SDL neatspindi.



Proceso dvilypumo realizavimas

Dvilypumą galima užtikrinti gražą apibrėžus kaip

$$r_k = MA(r_k) + \xi\{r_0(MA(r_k)), q\}, \quad (9)$$

kur ξ yra q -Gauso atsitiktinius dydžius generuojanti funkcijos, kurios parametrai iš empirinių duomenų nustatyti esantys $q=1.5$ ir

$$r_0(x) = 0.8 + 1.47 * |x|. \quad (10)$$

Analogiškai lėtai kintančio proceso parametrai analizuojant empirinius duomenis nustatyti esantys $q=1.6$, o $\langle r_0 \rangle = 0.16$.

Išvados

- Neekstensyvosios entropijos statistinės mechanikos formalizmas yra puikus įrankis apibūdinant ir modeliuojant sudėtingas socialines sistemas.
- Iš dalies pasiteisino ankstesniuose darbuose darytas spėjimas, kad dėl gražos ir prekybos aktyvumo demonstruojamų statistinių savybių panašumo abiejų modelių SDL forma bus panaši.
- Pasiūlyta SDL gana neblogai atkuria finansų rinkos stilizuotus faktus, o nežymiai papildžius modelį taip pat atspindima ir dvilypė gražos prigimtis.

Ačiū už dėmesį