$1/f$ triukšmas elementariuose (ne)persiklojančių stačiakampių impulsų modeliuose

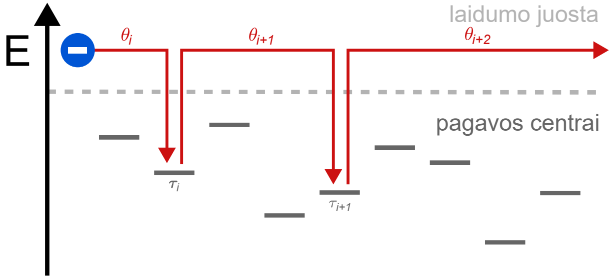
Aleksejus Kononovicius*, Bronislovas Kaulakys

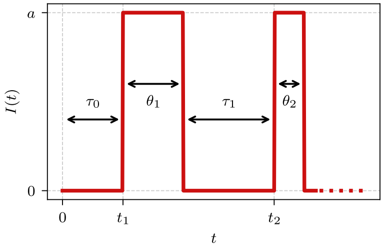
Teorinės fizikos ir astronomijos institutas, Vilniaus universitetas

aleksejus.kononovicius@tfai.vu.lt
kononovicius.lt, rf.moksplius.lt

Nepersiklojančių impulsų modelis

Nepersiklojančių impulsų modelis





[Kononovicius & Kaulakys (PRE, 2023)]

Galios spektrinis tankis

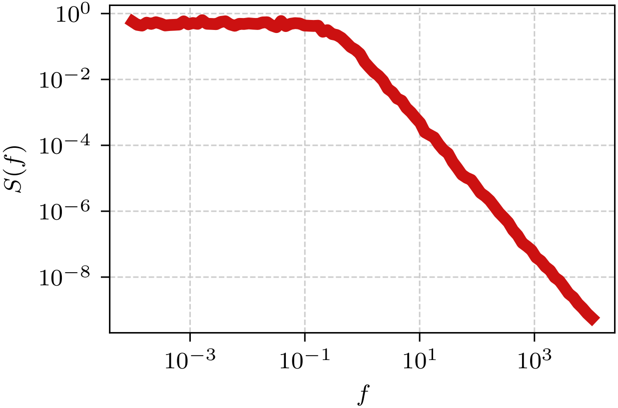
Dėl Furjė transformacijos adityvumo:

$$S(f) = \lim_{T\to\infty} \left\langle \frac{2}{T} \left| \sum_k e^{-2\pi \mathrm{i} f t_k} F_k(f) \right|^2 \right\rangle .$$

Kadangi visi impulsai stačiakampiai, o τ_i ir θ_i yra nepriklausomi:

$$F_k(f) = \frac{\mathrm{i}a}{2\pi f}\left(e^{-2\pi \mathrm{i} f \theta_k} - 1\right), \qquad \boxed{S(f) = \frac{a^2 \bar{\nu}}{\pi^2 f^2} \operatorname{Re}\left[\frac{(1-\chi_\theta(f))(1-\chi_\tau(f))}{1-\chi_\theta(f)\chi_\tau(f)}\right]} .$$

Lorenco tipo spektras



Vienalytė medžiaga:

$$\theta_i \sim \mathrm{Exp}\left(\gamma_\theta\right).$$

Identiški pagavos centrai:

$$\tau_i \sim \mathrm{Exp}\left(\gamma_\tau\right).$$

Spektras:

$$S(f) = \frac{4a^2\bar{\nu}}{(\gamma_\tau + \gamma_\theta)^2 + 4\pi^2 f^2}.$$

$1/f$ tipo spektras

Jei:

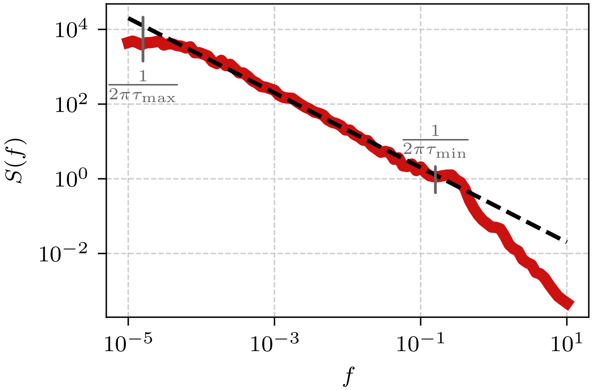
$$\tau_i \sim \text{Pareto}\left(\alpha, \tau_{\text{min}}, \tau_{\text{max}}\right),$$

$$\theta_i \sim \text{Pareto}\left(\alpha, \theta_{\text{min}}, \theta_{\text{max}}\right),$$

tai:

$$S(f) \propto \frac{1}{f^{\alpha}}, \quad \text{kai } 0 < \alpha \leq 1,$$

$$S(f) \propto \frac{1}{f^{2-\alpha}}, \quad \text{kai } 1 < \alpha \leq 2.$$



Nevienalytis išlaisvinimo procesas...

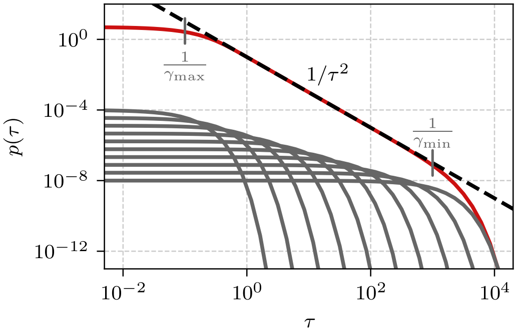
Jei pagavos centrai yra unikalūs:

$$\gamma_i \sim \mathcal{U}\left(\gamma_{\text{min}}, \gamma_{\text{max}}\right),$$

$$\tau_i \sim \operatorname{Exp}\left(\gamma_i\right),$$

tada išlaisvinimo laikai:

$$p(\tau) \propto \int_{\gamma_{\text{min}}}^{\gamma_{\text{max}}} \gamma_i \exp\left(-\gamma_i \tau\right) \mathrm{d}\,\gamma_i \propto \frac{1}{\tau^2}.$$



[Kononovicius & Kaulakys (arXiv:2306.07009)]

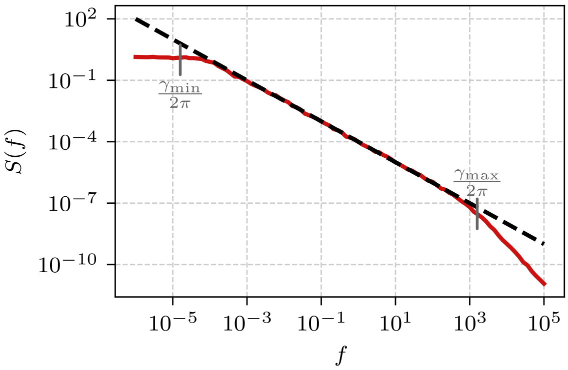
…ir vienalytis pagavos procesas

Pagavos centrai pasiskirstę tolygiai:

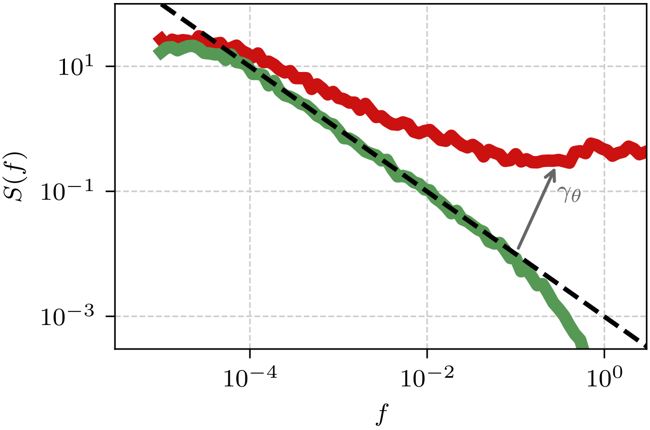
$$\theta_i \sim \text{Exp}\left(\gamma_\theta\right),$$

ilgos trukmės impulsams ($\gamma_\theta \ll \gamma_{\text{max}}$):

$$S(f) \approx \frac{a^2 \bar{\nu}}{\gamma_{\text{max}}} \cdot \frac{1}{f}.$$

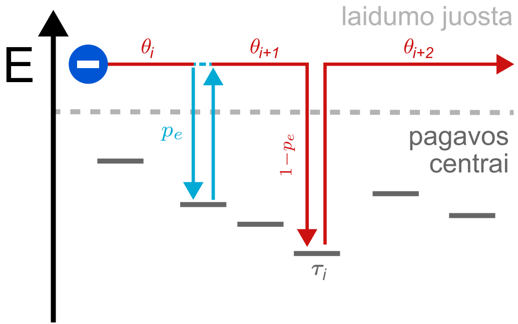


Trumpiems impulsams...



Impulsai negali liestis?

Besiliečiančių impulsų modelis



Jei k “neregistruotų” pagavimų:

$$\theta_i^{(k)} \sim \sum^{k+1} \mathrm{Exp}(\gamma_\theta) \sim \mathrm{Erlang}(\gamma_\theta, k+1),$$

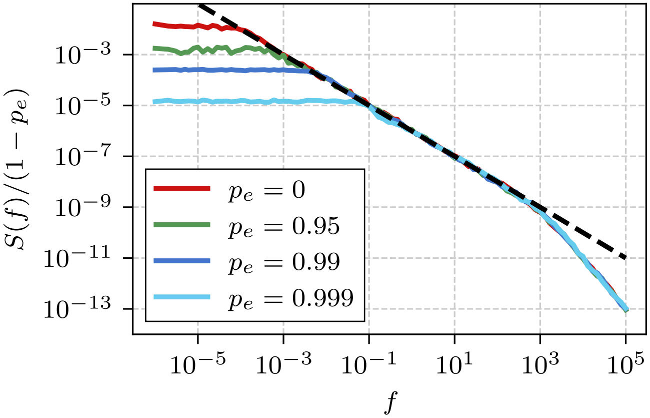
“Neregistruotų” pagavimų skaičius:

$$k \sim \mathrm{Geom}\,(p_e)\,.$$

Laisvo dreifo trukmė:

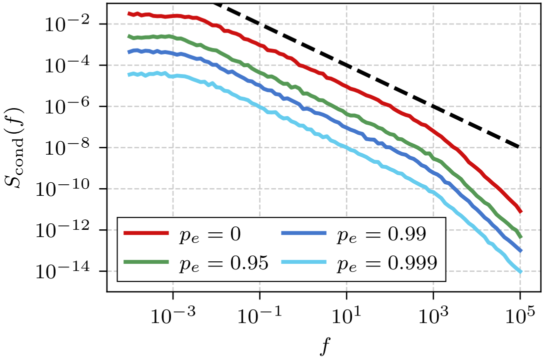
$$\theta_i \sim \mathrm{Exp}\,[(1-p_e)\gamma_\theta]\,.$$

Neturėtų nutikti nieko įdomaus. . .



Priežastis: "Rangų statistika" (Rizikos fizika)

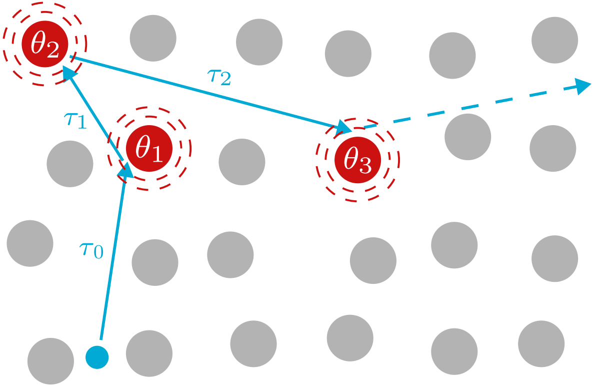
Sąlyginis galios spektrinis tankis

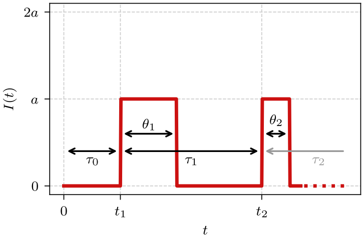


Stebėjimo trukmė turi būti bent T_{min} ir impulsų skaičius turi būti bent K_{min}.

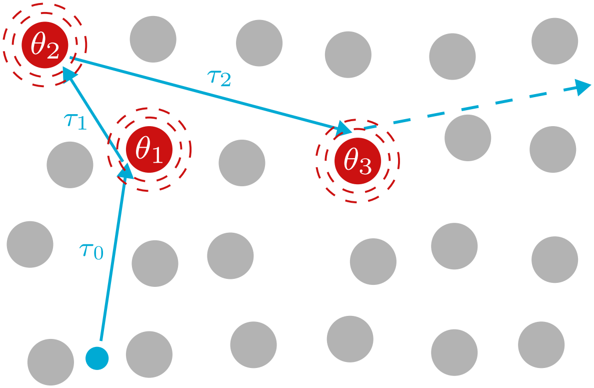
Impulsai negali persikloti?

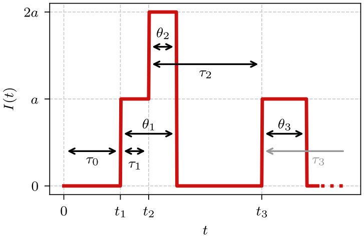
Persiklojančių impulsų modelis





Persiklojančių impulsų modelis





Galios spektrinis tankis

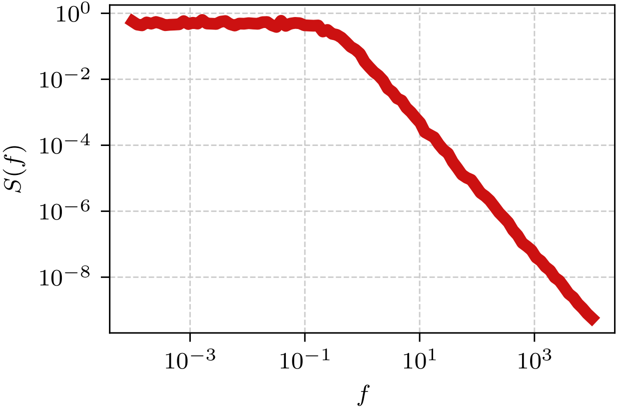
Stačiakampiams nepersiklojantiems impulsams, kai τ_i ir θ_i nepriklausomi, turėjome:

$$S(f) = \frac{a^2\bar{\nu}}{\pi^2 f^2}\,\mathrm{Re}\left[\frac{(1-\chi_\theta(f))(1-\chi_\tau(f))}{1-\chi_\theta(f)\chi_\tau(f)}\right].$$

Persiklojantiems impulsams gauname:

$$\boxed{S(f) = \frac{a^2\bar{\nu}}{\pi^2 f^2}\,\mathrm{Re}\left[\frac{1-\chi_\theta(f)}{1-\chi_\tau(f)}\cdot\{1-\chi_{-\theta}(f)\chi_\tau(f)\}\right].}$$

Lorenco tipo spektras



Vienalytė medžiaga:

$$\tau_i \sim \mathrm{Exp}\left(\gamma_\tau\right).$$

Identiški sužadinimo centrai:

$$\theta_i \sim \mathrm{Exp}\left(\gamma_\theta\right).$$

Spektras:

$$S(f) = \frac{4a^2\bar{\nu}}{\gamma_\theta^2 + 4\pi^2 f^2}.$$

$1/f$ tipo spektras

Vienalytė medžiaga:

$$\tau_i \sim \mathrm{Exp}\left(\gamma_\tau\right).$$

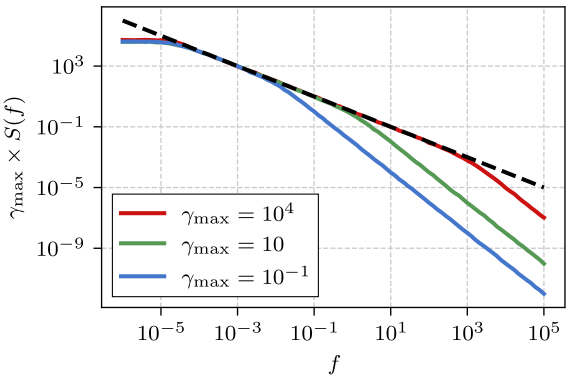
Unikalūs sužadinimo centrai:

$$\gamma_i \sim \mathcal{U}\left(\gamma_{\mathrm{min}}, \gamma_{\mathrm{max}}\right),$$

$$\theta_i \sim \mathrm{Exp}\left(\gamma_i\right).$$

Spektras:

$$S(f) \approx \frac{a^2 \bar{\nu}}{\gamma_{\mathrm{max}}} \cdot \frac{1}{f}.$$



$1/f$ triukšmą gauname tiek ilgiems, tiek trumpiems impulsams (čia $\gamma_\tau = 1$).

Ačiū už dėmesį!

aleksejus.kononovicius@tfai.vu.lt
kononovicius.lt, rf.mokslasplius.lt