

Erdvinis rinkėjo modelis

Aleksejus Kononovicus

Seminaras pagal straipsnį “Compartmental voter model”
arXiv:1906.01842 [physics.soc-ph] (priimtas į J. Stat. Mech)



- 1 Kertiniai teoriniai modeliai
- 2 Empiriniai duomenys
- 3 Erdvinis rinkėjo modelis
- 4 Begalinė talpa ($C = N$)
- 5 Ribota talpa ($C < N$)
- 6 Empiriniai pavyzdžiai
- 7 Išvados ir mintys ateičiai



Kertiniai teoriniai modeliai

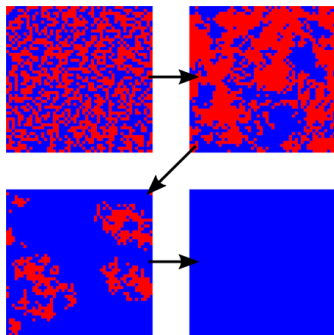


Klasikinis rinkėjo modelis

angl. Voter model

Originalus rinkėjo modelis primena ląstelinį automatą:

- Agentai yra ląstelės gardelėje.
- Agentai gali būti $+1$ arba -1 būsenoje.
- Kiekviename žingsnyje:
 - pasirenkame agentą (A)
 - pasirenkame A kaimyną
 - A nukopijuoja kaimyno būseną



Klasikinio rinkėjo modelio evoliucija.

Originalus darbas: P. Clifford, A. Sudbury, *Biometrika* 60: 581-588 (1973).

Koliažas: <http://rf.mokslasplius.lt/voter-model/>

Magnetinės sistemos hamiltonianas:

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{j \neq i} J_{ij} s_i s_j - H \sum_i s_i,$$

čia J_{ij} yra sąveikos konstanta, s_i – i -tosios dalelės sukiny (galimos vertės $+1$ arba -1), H – išorinis magnetinis laukas.

Kai $J > 0$ ir šiluma neturi daug įtakos, sistemos energija yra minimali, kai gretimų dalelių sukiniai yra tokie patys. Efektyviai vyksta būsenos “kopijavimas”.

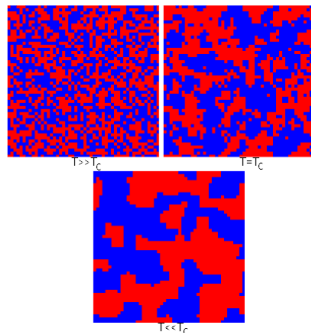


Kiekviename laiko žingsnyje:

- pasirenkame dalelę (A),
- įvertiname A energiją abejuose būsenose (+1 ir -1),
- parenkame naują A būseną pagal Bolcmano skirstinį:

$$P(s_i) = \frac{1}{Z} \exp\left(-\frac{\mathcal{H}(s_i)}{kT}\right).$$

Fizikine prasme procedūra yra ekvivalenti A sulietimui su termostatu.



Izingo modelio fazės.

Pav.: <http://rf.mokslasplius.lt/ising-model/>

Tikimybė turėti:

- priešingą sukinį nei dauguma kaimynų, $s_i = -s_k$:

$$\mathcal{H}(s_i) > 0 \Rightarrow \lim_{T \rightarrow 0} P(s_i) = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{\mathcal{Z}} \exp\left(-\frac{\mathcal{H}(s_i)}{kT}\right) = 0.$$

- tą patį sukinį kaip dauguma kaimynų, $s_i = s_k$:

$$\mathcal{H}(s_i) < 0 \Rightarrow \lim_{T \rightarrow 0} P(s_i) = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{\mathcal{Z}} \exp\left(-\frac{\mathcal{H}(s_i)}{kT}\right) = 1$$

Jei kaimynai pasiskirstę po lygiai, $\sum_k s_k = 0$:

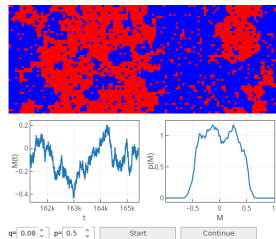
$$\mathcal{H}(s_i) = 0 \Rightarrow \lim_{T \rightarrow 0} P(s_i) = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{\mathcal{Z}} \exp\left(-\frac{\mathcal{H}(s_i)}{kT}\right) = \frac{1}{2}$$

Ekvivalentumas?

- Izingo ir Rinkėjo modeliai yra ekvivalentūs vienmačiu atveju (jeigu yra tik du kaimynai).
- Kitais atvejais Izingo modelis yra ekvivalentus “Daugumos balso” modeliui (angl. majority vote model).
- Taigi panašumai yra daugiau kokybiniai.

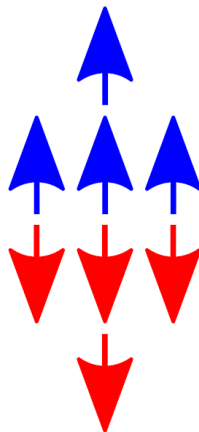
“Daugumos balso” modelis

- Jei agento nuomonė tokia pat kaip kaimynų, tai ji keisis su tikimybe q .
- Jei agento nuomonė kitokia nei kaimynų, tai ji keisis su tikimybe $1 - q$.



Pav.: <http://rf.mokslasplius.lt/majority-vote-model/>

- Klasikinis rinkėjo modelis visada konverguoja į konsensumą.
- Izingo modelis ($T = 0$) gali užstrigti nestabilios pusiausvyros būsenoje (angl. unstable fixed point).
- Izingo modelis ($T > 0$) gali patekti į dalinio konsensuso būseną.



Bandymai įterpti:

- Kitos topologijos – veikia, jei yra atskirų komponentų.
- Daugiau būsenų – veikia, jei dalis būsenų tarpusavyje nesąveikauja.
- Savaiminiai virsmai – veikia. Baigtinės sistemos konverguoja į \mathcal{B}_e .
- Užsispyrę agentai – veikia analogiškai išoriniam triukšmui.
- Daugelio dalelių sąveikos – veikia. Begalinės sistemos nenagrinėtos.
- Kirmano modelis – veikia. Begalinės sistemos konverguoja į \mathcal{B}_e .

Daugelio dalelių sąveikos (q-rinkėjo modelis): Castellano *et al.*, PRE 80: 041129 (2009)

Kirmano modelio konvergavimas: Kononovicius & Ruseckas, EPJ B 87: 169 (2014).

Empiriniai duomenys



| 2008 m. spalio 12 d. Lietuvos Respublikos Seimo rinkimai daugiamandatėje rinkimų apygardoje RINKIMŲ BIULETENIS | | |
|--|---|--|
| PAŽYMĖKITE TIK VIENĄ SĄRAŠĄ, UŽ KURĮ BALSUOJATE | | |
| <input checked="" type="checkbox"/> ŽYMĖJIMO PAVYZDYŠ | | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | 117 AŽUOLO PARTIJA (Pirmininkas Ažuolas AŽUOLINIS) | |
| <input type="checkbox"/> | 118 BERŽO IR BARAVYKŲ PARTIJA (Pirmininkas Beržas BERŽYS) | |
| <input type="checkbox"/> | 119 EGLYNO PARTIJA (Pirmininkas Eglė EGLAITĖ) | |
| <input type="checkbox"/> | 131 ŠARAS ŠERMUKŠNIS (Pirmininkas Šaras ŠERMUKŠNIS) | |
| <input type="checkbox"/> | 132 OBELIS IR KRIAUŠĖS PARTIJA (Pirmininkas Obelis OBELYTĖ) | |
| PIRMUMO BALSAS Šiuose langeliuose atliktas padėjimas penkis kartus, jei nenaudojate iš to sąrašo, už kurį balsavote. Kandidatų pavardžių nerasykite. | | |
| <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> | | |

| 2008 m. spalio 12 d. Lietuvos Respublikos Seimo rinkimai vienmandatėje ŽALIAJIRĖS rinkimų apygardoje Nr. 00 RINKIMŲ BIULETENIS | | |
|--|-------------------|---------------------------------|
| PAŽYMĖKITE TIK VIENĄ KANDIDATĄ, UŽ KURĮ BALSUOJATE | | |
| <input checked="" type="checkbox"/> ŽYMĖJIMO PAVYZDYŠ | | |
| <input type="checkbox"/> | Ažuolas AŽUOLINIS | AŽUOLO PARTIJA |
| <input type="checkbox"/> | Eglė EGLAITĖ | EGLYNO PARTIJA |
| <input type="checkbox"/> | Klevas KLEVYS | PARTIJA „PO ŽALIUOJANČIŲ KLEVŲ“ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | Šaras ŠERMUKŠNIS | IŠSIKĖLĖ PATS |
| <input type="checkbox"/> | Žilvitis ŽILVYS | ŽILIJŲ ŽILVIČIŲ PARTIJA |

Mus domina partijų balsų dalis (mėlynai).

- LRS rinkimai. Vyksta kas 4 metus. Duomenys apylinkių lygmeniu.
- JK surašymai. Vyksta kas 10 metų. Duomenys įvairaus detalumo.

Pav.: Vyriausioji rinkimų komisija

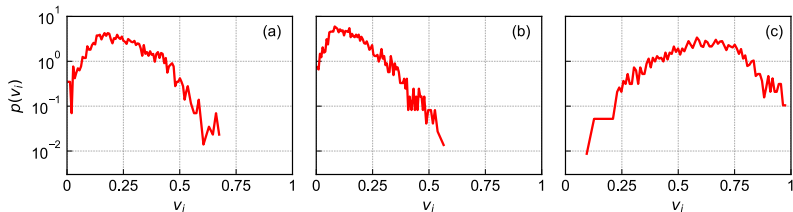
Duomenys: VRK (pilni), GitHub (daliniai); NOMIS (JK surašymas)



2014-2020 Operational
Programme for the
European Union Funds
Investments in Lithuania

Duomenys sufleruoja, kad konsensusas yra įdomi tema

- Panašumas su faziniais virsmis.
- Informacija apie topologijas ir socialines “žaidimo” taisykles.



Balsų dalis per rinkimų apylinkes pagrindinėms partijoms (1992): TS, LKDP, LDDP.

Kononovicus, Complexity 2017: 7354642 (2017)

O nuomonių dinamika nekonverguoja!

Kirmanio modelis yra specifinis rinkėjo modelio atvejis. Esminis skirtumas – išorinis triukšmas. Kai jis nėra per stiprus ar per silpnas, tai sistemos nuomonė konverguoja į $\mathcal{B}e$.

Kirmanio modelio (neekstensyvi interpretacija) perėjimo spartos:

$$\lambda^{(+)} = \varepsilon^{(+)} + X,$$

$$\lambda^{(-)} = \varepsilon^{(-)} + (N - X),$$

čia X yra teigiamą nuomonę turinčių agentų skaičius, o N yra visų agentų skaičius.

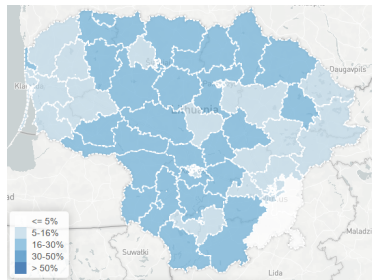
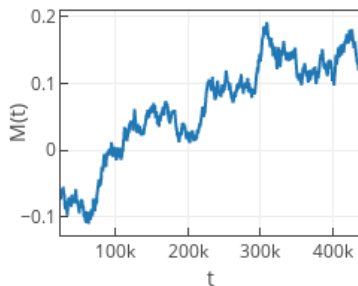
Rinkėjo modelio (suderintinio lauko aproksimacija) perėjimo spartos:

$$\lambda^{(+)} = \varepsilon^{(+)} + \frac{X}{N},$$

$$\lambda^{(-)} = \varepsilon^{(-)} + \frac{N - X}{N}.$$

Bet duomenys sufleruoja dar daugiau!

- Modeliai yra stebimi laike, o erdvė yra fiktyvi.
- Duomenys yra pasiskirstę erdvėje ir yra reti laike.



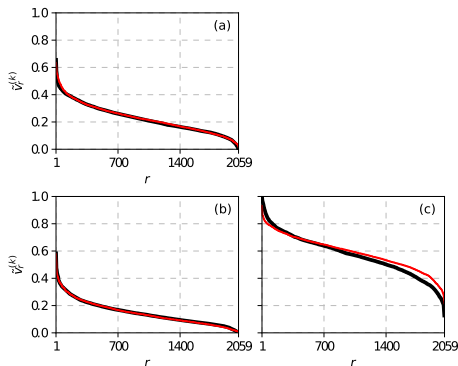
Pav.: <http://rf.mokslasplius.lt/q-voter-model/>, <http://rinkimurezultatai.lt>



2014-2020 Operational
Programme for the
European Union Funds
Investments in Lithuania

Paprasčiausias (ir dažniausiai naudojamas) sprendimas

yra padaryti prielaidą, kad atskiros apylinkės yra nepriklausomos



Rango–dydžio balsų dalies skirstiniai 3 pagrindinėms partijoms (1992): daugelio būsenų Kirmano modelis (raudona) ir duomenys (juoda).

Kononovicus, Complexity 2017: 7354642 (2017)

Panašiai: (Sano *et al.*, 2017), (Braha & de Aguiar, 2017), (Fenner *et al.*, 2017)

PHYSICAL REVIEW LETTERS

Highlights Recent Accepted Collections Authors Referees Search Press About

Featured in Physics Editors' Suggestion Go Mobile

Is the Voter Model a Model for Voters?

Juan Fernández-García, Krzysztof Suchecki, José J. Ramasco, Maxi San Miguel, and Víctor M. Eguiluz
Phys. Rev. Lett. **112**, 158701 – Published 18 April 2014; Erratum [Phys. Rev. Lett. 113, 089903 \(2014\)](#)

PhysiCS See Focus story: [Voter Model Works for US Elections](#)

Article References Citing Articles (62) Supplemental Material PDF HTML Export Citation

ABSTRACT

The voter model has been studied extensively as a paradigmatic opinion dynamics model. However, its ability to model real opinion dynamics has not been addressed. We introduce a noisy voter model (accounting for social influence) with recurrent mobility of agents (as a proxy for social context), where the spatial and population diversity are taken as inputs to the model. We show that the dynamics can be described as a noisy diffusive process that contains the proper anisotropic coupling topology given by population and mobility heterogeneity. The model captures statistical features of U.S. presidential elections as the stationary vote-share fluctuations across counties and the long-range spatial correlations that decay logarithmically with the distance. Furthermore, it recovers the behavior of these properties when the geographical space is coarse grained at different scales—from the county level through congressional districts, and up to states. Finally, we analyze the role of the mobility range and the randomness in decision making, which are consistent with the empirical observations.

Issue
Vol. 112, Iss. 15 — 18 April 2014

Reuse & Permissions

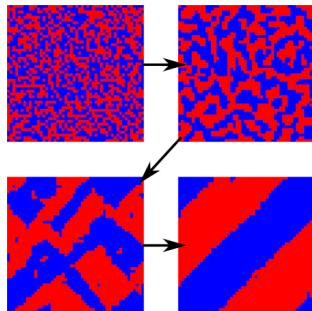
PHYSICAL REVIEW RESEARCH
A new open access journal
Now open for submissions!

Trečias kelias: Kawasaki dinamika

Kiekviename laiko žingsnyje:

- pasirenkame dalelę (A),
- pasirenkame A kaimynę (B),
- įvertiname sistemos energiją pirminėje būsenoje bei sukeitus A ir B vietomis,
- pasirenkame naują sistemos būseną pagal Bolcmano skirstinį.

Fizikine prasme modeliuojame pernašos reiškinių.



Izingo modelio laikinė evoliucija naudojant Kawasaki dinamiką ($T \ll T_c$).

Koliažas: nepaskelbtas įrašas Rizikos fizikoje

Kawasaki, Phys. Rev. 145 (1966) ir Phys. Rev. 148 (1966)

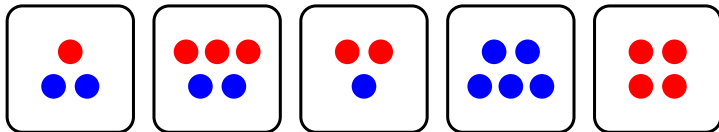
Erdvinis rinkėjo modelis

Nuo čia pagal straipsnį “Compartmental voter model” arXiv:1906.01842 [physics.soc-ph] (priimtas į J. Stat. Mech)

Erdvinis rinkėjo modelis: Statika

- Tegu N agentų gali būti vieno iš T tipų.
- Tegu agentų tipai yra fiksuoti.
- Tegu agentai gyvena M rajonų, kurių talpa yra C .

$N=20, T=2, M=5, C=5$



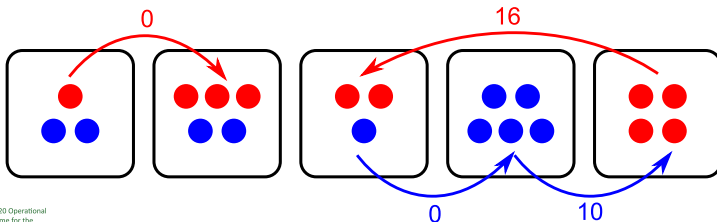
Erdvinis rinkėjo modelis: Dinamika

Tegu agentai keičia rajonus su sparta (iš i į j tipui k):

$$\lambda_{(k)}^{i \rightarrow j} = \begin{cases} X_i^{(k)} \left(\varepsilon^{(k)} + X_j^{(k)} \right) & \text{jei } i \neq j \text{ ir } N_j < C, \\ 0 & \text{kitais atvejais,} \end{cases}$$

čia $X_i^{(k)}$ yra k -tojo tipo agentų skaičius esantis rajone i , $\varepsilon^{(k)}$ yra savaiminio perėjimo sparta k -tojo tipo agentams, N_j yra bendras agentų skaičius rajone j .

$N=20, T=2, M=5, C=5, \varepsilon=2$



Begalinė talpa ($C = N$)

Kai $C = N$ mes galime užrašyti sumines įėjimo ir išėjimo spartas kiekvienam rajonui:

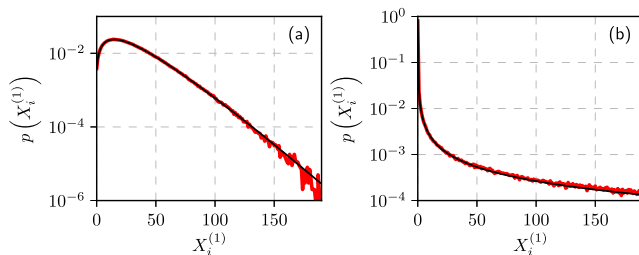
$$\lambda_{(k)}^{i+} = \sum_{j=1}^M \lambda_{(k)}^{j \rightarrow i} = \left[N^{(k)} - X_i^{(k)} \right] \left(\varepsilon^{(k)} + X_i^{(k)} \right),$$

$$\lambda_{(k)}^{i-} = \sum_{j=1}^M \lambda_{(k)}^{i \rightarrow j} = X_i^{(k)} \left([M - 1] \varepsilon^{(k)} + \left[N^{(k)} - X_i^{(k)} \right] \right).$$

Šios suminės perėjimo spartos yra tos pačios formos kaip ir Kirmano modelio perėjimo spartos, tad $X_i^{(k)}$ turėtų būti pasiskirstęs pagal Beta skirstinį.

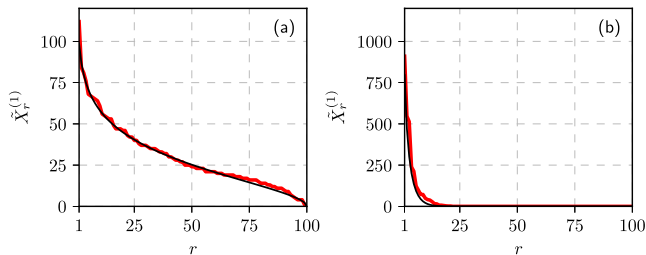


Skaitmeninis pasitikrinimas: stacionarus skirstinys



Modelis (raudona): $N = 3000$, $T = 1$, $M = 100$ ir $C = N$ (visi atvejai), $\varepsilon^{(1)} = 2$ (a) ir 0.03 (b). Beta-binominis skirstinys (juoda): $N = 3000$, $\alpha = \varepsilon^{(1)}$ ir $\beta = (M - 1) \varepsilon^{(1)}$ (visi).

O kaip su rango–dydžio skirstiniu?



Ta pati realizacija kaip ankstesnėje skaidrėje: $N = 3000$, $T = 1$, $M = 100$ ir $C = N$ (visi), $\varepsilon^{(1)} = 2$ (a) ir 0.03 (b).

Beta–binominis skirstinys tinka lyg rajonai iš tiesų būtų nepriklausomi.

Ribota talpa ($C < N$)

- Bendram atvejui negalime užrašyti tvarkingų suminių spartų išraiškų.
- Bet erdvinis rinkėjo modelis yra baigtinė daugelio kintamųjų (angl. multivariate) Markovo grandinė.
- Teoriškai **visas baigtines Markovo grandines galima suvesti į vienmatę Markovo grandinę**. Tereikia atitinkamai pakeisti indeksus.
- Galimas ir alternatyvus kelias – pasinaudoti detaliuoju balansu.

Stacionaraus skirstinio gavimas

per detalųjį balansą

Tarkime, kad $T = 1$ ir $M = 2$. Detaliojo balanso sąlyga:

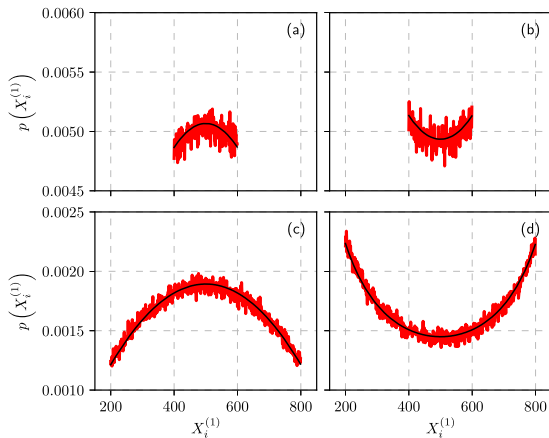
$$p \left(X_i^{(k)} \right) \lambda_{i+}^{(k)} \left(X_i^{(k)} \right) = p \left(X_i^{(k)} + 1 \right) \lambda_{i-}^{(k)} \left(X_i^{(k)} + 1 \right).$$

Pertvarkius:

$$p \left(X_i^{(k)} + 1 \right) = \frac{\lambda_{i+}^{(k)} \left(X_i^{(k)} \right)}{\lambda_{i-}^{(k)} \left(X_i^{(k)} + 1 \right)} p \left(X_i^{(k)} \right).$$

Lygtį sprendžiame rekurentiškai nuo $X_i^{(k)} = N - C$ iki C . Sprendinys yra nukristas Beta–binominis skirstinys.

$T = 1$ ir $M = 2$ (per laiką)



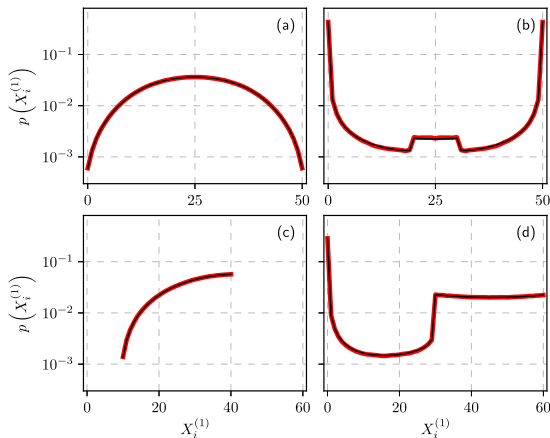
Modelis (raudona): $N = 1000$ (visi), $C = 600$ ((a) ir (b)) ir 800 ((c) ir (d)), $\varepsilon^{(1)} = 2$ ((a) ir (c)) ir 0.03 ((b) ir (d)). Nukristas Beta–binominis skirstinys (juoda): $N = 1000$, $\alpha = \varepsilon$, $\beta = (M - 1) \varepsilon$ (visi).

Stacionaraus skirstinio gavimas

per Markovo grandines

- Tarkime, kad $N = 10$, $T = 2$, $M = 2$, $C = 6$.
- Būsenos vektorius yra $\{X_1^{(1)}, X_1^{(2)}\}$.
- Užrašomas visas leistinas būsenas: $\{0, 4\}, \dots, \{5, 1\}$.
- Pakeičiame indeksus: $\{0, 4\} \rightarrow 0, \{0, 5\} \rightarrow 1, \dots$
- Užrašome perėjimų matricą ir jos tikrines vertes ir vektorius.
- Pereiname prie mus dominančio rezultato:
$$P(X_1^{(1)} = 0) = P(\{0, 4\}) + P(\{0, 5\}) + P(\{0, 6\}).$$

$M = 2$ ir $T = 2$, $M = 1$ ir $T = 3$ (per laiką)



Modelis (raudona): $N = 100$, $M = 2$ ir $T = 2$ ((a) ir (b)), $N = 90$, $M = 3$ ir $T = 1$ ((c) ir (d)), $C = 40$ (c), 60 ((a) ir (d)) ir 80 (b), $\varepsilon = 2$ ((a) ir (c)) ir 0.03 ((b) ir (d)). Skirstinys gautas pasinaudojus Markovo grandinių metodu (juoda).

O kaip su rango–dydžio skirstiniais?

Kai M yra mažas, nėra didelės prasmės tokius nagrinėti, bet galime pažiūrėti kitu kampu.

- Tarkime, kad $N = 11$, $T = 1$, $M = 2$ and $C = 9$.
- Būsenos vektorius yra $\{X_1^{(1)}\}$.
- Leistinos būsenos: $\{2\}, \dots, \{9\}$.
- Pasinaudojame Markovo grandinių formalizmu.
- Prisimename, kad mus domina rango–dydžio skirstinys, tad dalis būsenų yra ekvivalenčios (pvz., $\{2\}$ ir $\{9\}$).

Pasitikriname skaitmeniškai I

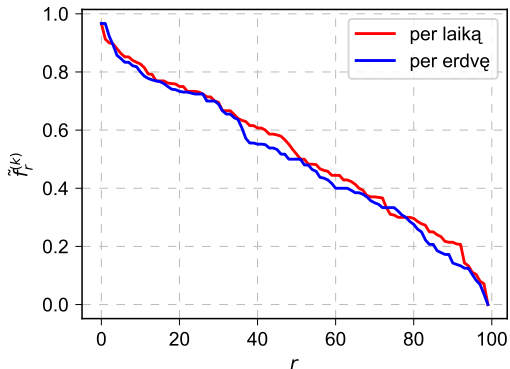
$N = 11, T = 1, M = 2, C = 9$ ir $\varepsilon = 3$

| X | Analizinis | Erdvinis | Laikinis |
|----------|------------|----------|----------|
| 2 arba 9 | 0.1730 | 0.1787 | 0.1723 |
| 3 arba 8 | 0.2358 | 0.2397 | 0.2391 |
| 4 arba 7 | 0.2830 | 0.2815 | 0.2835 |
| 5 arba 6 | 0.3082 | 0.3001 | 0.3051 |

Kabliukas tame, kad mus domina $T > 1, M \gg 1$ ir ne X , o $f_i^{(k)} = X_i^{(k)} / N_i$.



Pasitikriname skaitmeniškai II



$$N = 2600, T = 2, M = 100, C = 30 \text{ ir } \varepsilon = 2$$

Empiriniai pavyzdžiai



Parametrų sąrašas

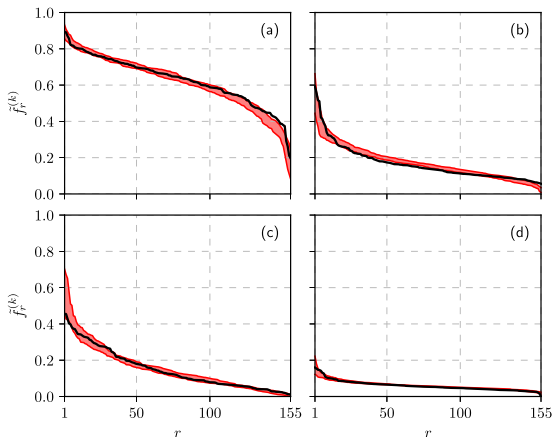
- T – tipų skaičius (iš duomenų).
- $N^{(k)}$ – bendras k -tojo tipo agentų skaičius (iš duomenų).
- M – rajonų skaičius (iš duomenų).
- C – rajonų talpa.
- $\varepsilon^{(k)}$ – savaiminio perėjimo spartos k -tojo tipo agentams.

Modelis turi $2T + 3$ parameterų:

- $T + 2$ yra gaunami tiesiogiai iš duomenų,
- $T + 1$ turi būti parinkti.

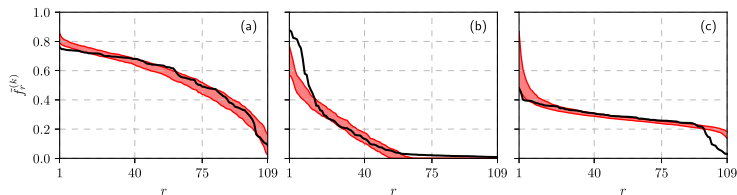


Etninės grupės Londone (JK cenzas 2011)



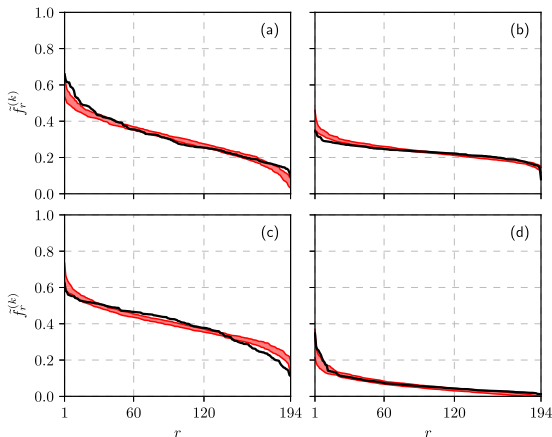
Empiriniai duomenys (juodos kreivės): (a) White, (b) Asian, (c) Black, (d) other. Modelis (raudonos sritys): $N^{(w)} = 48515$, $N^{(a)} = 12865$, $N^{(b)} = 11470$ ir $N^{(o)} = 4495$ ($N = 77345$), $\varepsilon^{(w)} = 2.5$, $\varepsilon^{(a)} = 4$, $\varepsilon^{(b)} = 1.5$, $\varepsilon^{(o)} = 15$, $M = 155$, $C = 600$.

Religinės grupės Leičesteryje (JK cenzas 2011)



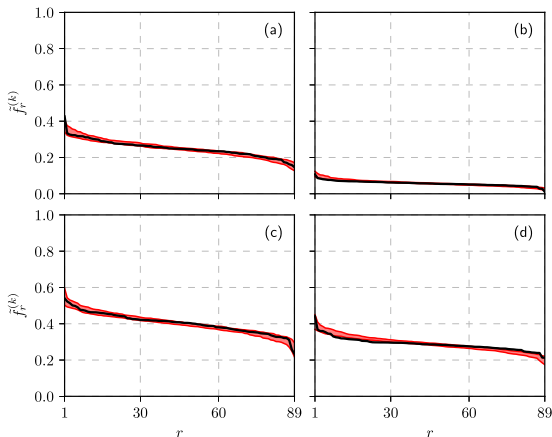
Empiriniai duomenys (juodos kreivės): (a) Christians, (b) no religion, (c) other. Modelis (raudonos sritys): $N^{(c)} = 30411$, $N^{(n)} = 8829$ ir $N^{(o)} = 15151$ ($N = 54391$), $\varepsilon^{(c)} = 2.5$, $\varepsilon^{(n)} = 0.01$, $\varepsilon^{(o)} = 50$, $M = 109$, $C = 600$.

Darbininkų klasės Šefylde (JK cenzas 2011)



Empiriniai duomenys (juodos kreivės): (a) higher, (b) intermediate, (c) lower occupations, (d) unemployed. Modelis (raudonos sritys): $N^{(1)} = 29876$, $N^{(2)} = 22310$, $N^{(3)} = 38218$ ir $N^{(u)} = 6596$ ($N = 97000$), $\varepsilon^{(1)} = 3$, $\varepsilon^{(2)} = 50$, $\varepsilon^{(3)} = 12$, $\varepsilon^{(u)} = 2$, $M = 194$, $C = 600$.

Balsų dalis Vilniuje (LRS rinkimai 1992)



Empiriniai duomenys (juodos kreivės): (a) Sąjūdžio koalicija, (b) Lietuvos krikščionių demokratų partija, (c) Lietuvos demokratine darbo partija, (d) other. Modelis (raudonos sritys): $N^{(s)} = 11125$, $N^{(l)} = 2581$, $N^{(d)} = 17978$ ir $N^{(o)} = 12816$ ($N = 44500$), $\varepsilon^{(s)} = \varepsilon^{(l)} = \varepsilon^{(d)} = 25$, $\varepsilon^{(o)} = 75$, $M = 89$, $C = 600$.

Išvados ir mintys ateičiai



- Pasiūlėme rinkėjo modelį, kuriame nėra jokios nuomonių dinamikos.
 - Atitikimas rinkimų ir gyventojų surašymo duomenims yra neblogas.
 - Demografiniai ir socio–ekonominiai procesai turi didelę įtaką erdvinei įvairovei.
-
- Ar klasikinis rinkėjo modelis generuoja tokius pačius rezultatus?
 - Kas keičiasi įvedus erdvę?
 - Kas sektų iš palyginimo su mobilumo modeliais?
 - Kokia būtų Glauberio ir Kawasaki dinamikų sąveika?

(Barbosa *et al.*, 2018)



- Ar erdvės ir laiko simetrija galioja visiems gimimo–mirties procesams?
- Kaip nustatyti kuris nuomonių dinamikos modelis yra teisingas?
- Anomali difuzija socialiniuose reiškiniuose.
- Agentų sąveika su savimi (vidinės būsenos įvedimas).

(Vieira *et al.*, 2019), (Jedrzejewski *et al.*, 2018).

Ačiū už dėmesį!



el.paštas: aleksejus.kononovicius@tfai.vu.lt

svetainės: <http://kononovicius.lt/>, <http://rf.mokslasplus.lt/>