Pliūpsnių statistika ir netikra ilga atmintis Forex duomenyse

Aleksejus Kononovičius, Vygintas Gontis
Vilniaus universitetas, Teorinės fizikos ir astronomijos institutas, Saulėtekio al. 3, 10257 Vilnius
aleksejus.kononovicius@tfai.vu.lt, http://kononovicius.lt

Įžanga

Ankstesniuose darbuose mes daug dėmesio skyrėme netiesiniams Markovo modeliams, kurių generuojamos laiko eilutės pasižymi $1/f$ triukšmu. Pastarasis yra siejamas su ilgos atminties fenomenu, nes kai spektrinis tankis yra artimas $1/f$ formai, tai laiko eilučių autokoreliacijos gęsta ypatingai lėtai – kaip laipsninės, o ne eksponentinės funkcijos. Tačiau kyla savotiškas paradoksas, nes pagal apibrėžimą Markovo procesai neturi atminties. $1/f$ spektras tokiuose modeliuose atsiranda dėl netiesiškmų.

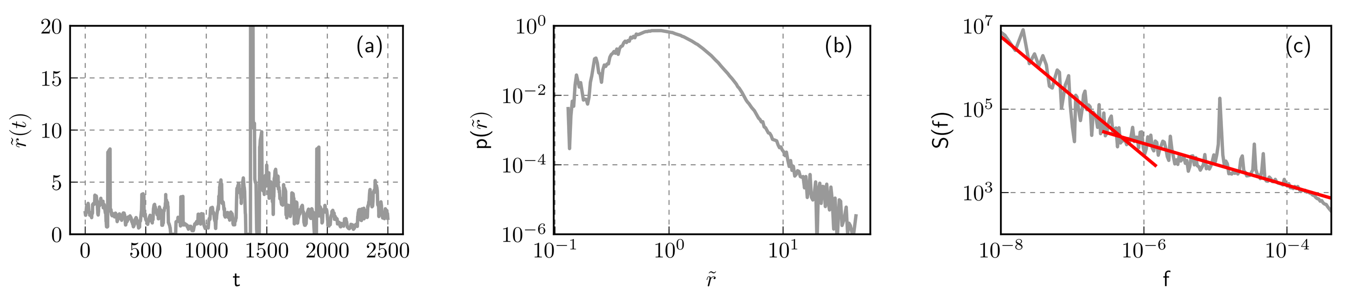
Ši problema taip pat yra nagrinėjama ekonometrijoje, bet pastarojoje dažniausiai nagrinėjami tiesiniai arba sub-tiesiniai Markovo modeliai [1]. Taip pat dažnai naudojami įvairūs ARCH šeimos modeliai (pvz., [2]), kurie priklauso daugiau nei nuo vienos sistemos praeities būsenos, tad pagal apibrėžimą jie nėra Markovo procesai.

Žinoma, mes siekiame parodyti, kad netiesiniai Markovo modeliai yra geresni finansų rinkų, ir jose vyraujančios ilgos atminties, modeliai.

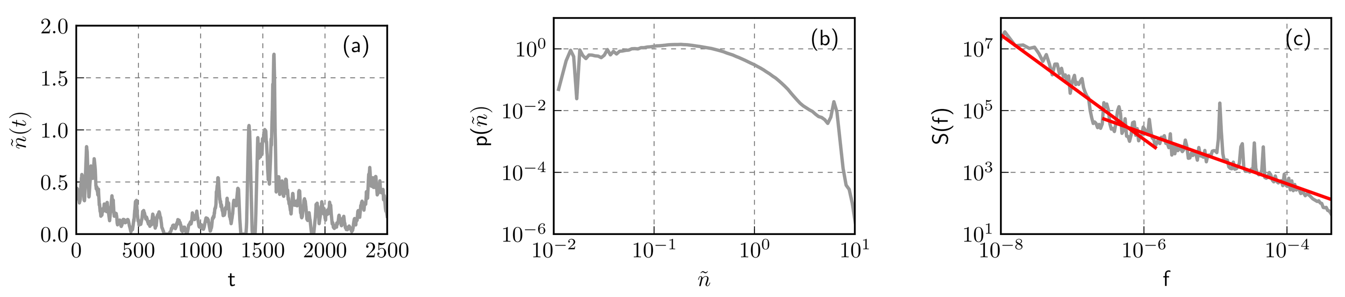
Duomenų apdorojimas

Norint galėti palyginti skirtingų vertybinių popierių biržų skirstingų įmonių akcijų kursų laiko eilutes, jas reiktų sunormuoti. Šiame darbe mes nagrinėjame absoliučios grąžos ir prekybos aktyvumo (sandorių skaičius per laiko vienetą) laiko eilutes. Absoliučios grąžos laiko eilutes normuojame dalindami paprastos grąžos (su ženklu) laiko eilutes iš standartinio nuokrypio ir tik tada imdami eilutės verčių modulį. Prekybos aktyvumo laiko eilutės yra normuojamos dalinant jas iš vidurkio.

Finansų rinkose daug išorinių triukšmo, tad atlikus normavimą atliekamas laiko eilučių valymas. Grąžos laiko eilutės yra valomos naudojant 10 minučių lango pločio slenkančio standartinio nuokrypio filtrą. Tuo tarpu prekybos aktyvumo laiko eilučių valymo procedūra yra kiek sudėtingesnė. Kadangi prekybos aktyvumo laiko eilutės yra Puasoninės prigimties, tai valant prekybos aktyvumo laiko eilutes naudojame Anscombe transformaciją. Transformuoti duomenys yra valomi 10 minučių lango pločio slenkančio vidurkio filtru, o paskui atliekama atvirkštinė Anscombe transformacija.



1 pav.: Išvalytos EUR/USD 1 minutės absoliučios grąžos laiko eilutės signalo fragmentas (a), tikimybės tankio funkcija (b) ir spektrinis tankis (c). Spektrinio tankio polinkiai yra 0.5 ir 1.4. Didesnių dažnių srityje matytųsi filtro efektas.



2 pav.: Išvalytos EUR/USD 1 minutės prekybos aktyvumo laiko eilutės signalo fragmentas (a), tikimybės tankio funkcija (b) ir spektrinis tankis (c). Spektrinio tankio polinkiai yra 0.8 ir 1.7. Didesnių dažnių srityje matytųsi filtro efektas.

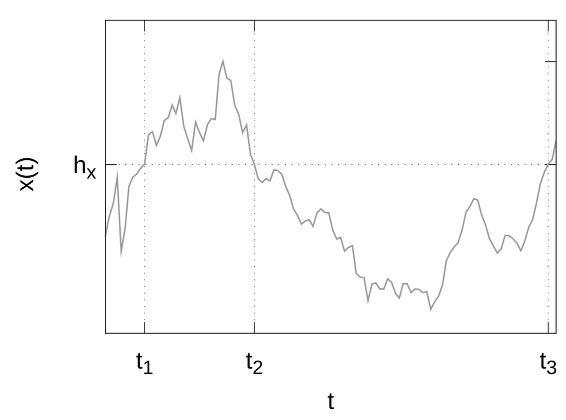
Pliūpsnių statistikos apibrėžimas

Šiame darbe pliūpsnių statistikos požiūriu apsiribojame pliūpsnių trukmėmis ir laiku tarp pliūpsnių. Plačiau pliūpsnių statistiką esame apibrėžę [3, 4, 5] darbuose. Iš esmės pliūpsnių statistika yra susijusi su pirmo kirtimo laiko formalizmu [6], bet yra subtilių skirtumų, kuriuos svarbu turėti mintyje.

Pliūpsnio trukmės sąvoka nusako laiką, kurį procesas praleidžia virš tam tikros pasirinktos ribos. Ši sąvoka atitiktų laiką per kurį procesas pradėjęs iš taško nežymiai virš pasirinktos ribos ją kertą pirmą sykį.

Laiko tarp pliūpsnių sąvoka yra tam tikra prasme priešinga – tai laikas praleistas žemiau tam tikros pasirinktos ribos. Ši sąvoka atitiktų pirmą kirtimo laiką, kai procesas startavo iš taško esančio nežymiai žemiau ribos.

Abi sąvokas galima būtų susieti su pirmu grįžimo laiku, bet svarbu turėti mintyje, kad pirmo grįžimo laiko apibrėžime nesvarbu per kurią pusę turėtų grįžti procesas. Tai yra tiesiog trumpiausias grįžimo laikas. O mūsų nagrinėjamų laikų atžvilgiu tas yra labai svarbu – pliūpsnis visada baigiasi grįžimu iš viršaus, o laikas tarp pliūpsnių baigiasi grįžimu iš apačios. Nagrinėjant empirines laiko eilutes vienas grįžimo laikas visada bus pliūpsnis, o po pliūpsnio sekantis pirmo grįžimo laikas bus ekvivalentus laikui tarp pliūpsnių.



3 pav.: Pliūpsnio trukmės, $T = t_2 - t_1$, ir laiko tarp pliūpsnių, $\theta = t_3 - t_2$, sąvokų grafinis paaiškinimas.

Žemiau, 3 pav., matome pavyzdinę laiko eilutę, kurioje matome tris įvykius žyminčius pasirinktos ribos, h_x, kirtimą. Tarp pirmoje ir trečioje įvykio įvyksta abu mūsų nagrinėjami dalykai - pliūpsnis ir pliūpsnio laukimas.

Pliūpsnių statistika Forex

Kodėl nagrinėjame pliūpsnių statistiką? Mūsų įsitikinimu šis analizės būdas gali parodyti nagrinėjamo proceso prigimtį. Arba kitaip tariant atsakyti į klausimą ar pamatinis procesas yra Markovo procesas ar ne-Markovo procesas. Teorija teigia, kad grįžimo laiko tikimybė tankio funkcija yra laipsninio pobūdžio [6, 7]:

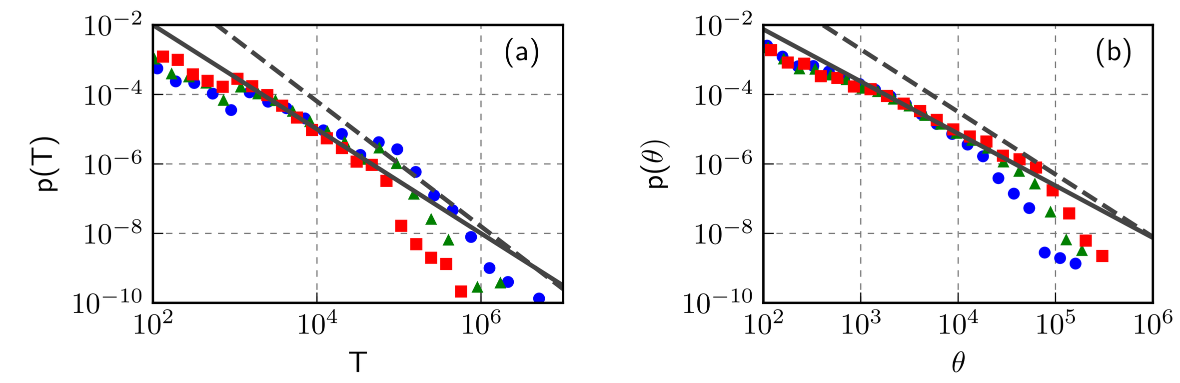
$$p(\tau) \sim \tau^{2-H}. \tag{1}$$

Čia H yra proceso Hursto rodiklis ($H = 0.5$ atitinka Markovo procesą, $H < 0.5$ atitinka antikoreliuotą procesą, $H > 0.5$ atitinka teigiamai koreliuotą procesą). Taigi jei tikimybės tankio funkcijos polinkis yra nelygus 3/2, tai pamatinis procesas yra ilgos atminties procesas.

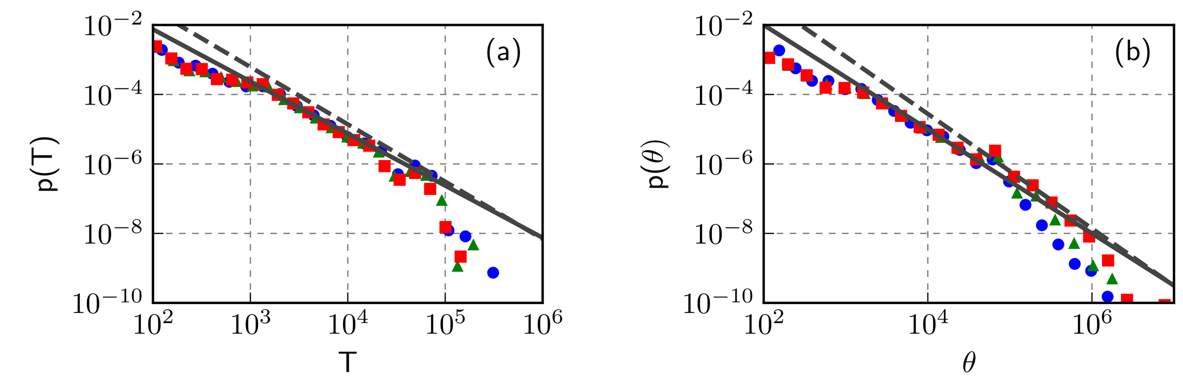
Hursto rodiklį galima įvertinti ir kitu būdu – pažvelgus į laiko eilutės spektrinio tankio polinkį, β. Teorinis sąryšis:

$$H = \frac{\beta - 1}{2}. \tag{2}$$

Žvelgdami į didesniuosius polinkius matome, kad $H < 0.5$, taigi norint atkurti spektrinius tankius reikėtų naudoti trupmeniniu Brauno judėjimu grįstus procesus su atitinkamu H. Šių procesų grįžimo laikų tikimybės tankio funkcijų polinkiai būtų didesni nei realiai stebima empiriškai. Taigi galima būtų daryti išvadą, kad tikros ilgos atminties procesai negali atkurti empirinių pliūpsnių statistikos kreivių.

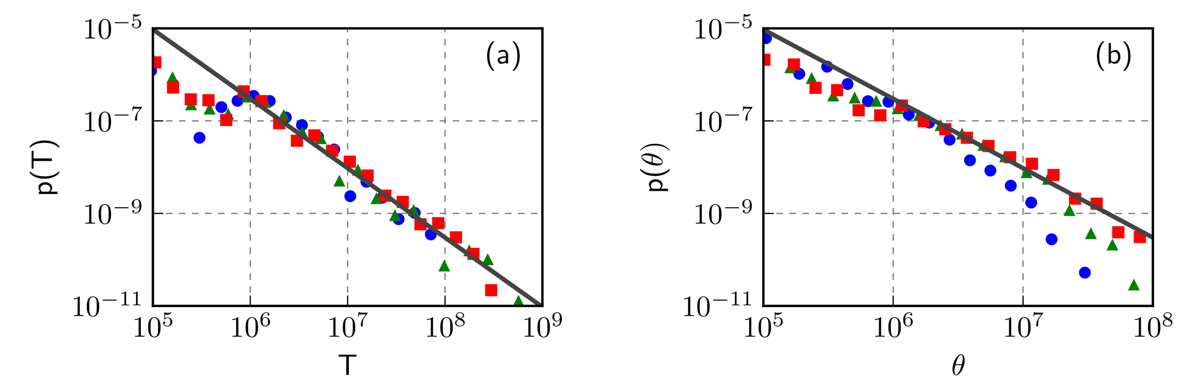


4 pav.: Pliūpsnių trukmės (a) ir laiko tarp pliūpsnių (b) tikimybės tankio funkcijos esant skirtingiems barjerų aukščiams (h = 1, 1.5, 2.5). Rezultatai gauti nagrinėjant išvalytas vienos minutės prekybos aktyvumo laiko eilutės. Empirinės kreivės aproksimuojamuos kreive su 3/2 polinkiu (juoda ištisinė kreivė), palyginimui vaizduojama kreive su 1.8 polinkiu (juoda brūkšniuota kreivė).



5 pav.: Pliūpsnių trukmės (a) ir laiko tarp pliūpsnių (b) tikimybės tankio funkcijos esant skirtingiems barjerų aukščiams (h = 1, 1.5, 2.5). Rezultatai gauti nagrinėjant išvalytas vienos minutės prekybos aktyvumo laiko eilutės. Empirinės kreivės aproksimuojamuos kreive su 3/2 polinkiu (juoda ištisinė kreivė), palyginimui vaizduojama kreive su 1.65 polinkiu (juoda brūkšniuota kreivė).

Analogišką analizę galima atlikti ir su žemesnio dažnio laiko eilutėmis. Pasirinkę dienų skalę galime nesudėtingai rasti empirines 50 metų ilgio kainos laiko eilutes. Iš šių laiko eilučių galima suskaičiuoti grąžos laiko eilutes ir jas išvalyti slenkančio 10 dienų lango standartinio nuokrypio filtru.



6 pav.: Pliūpsnių trukmės (a) ir laiko tarp pliūpsnių (b) tikimybės tankio funkcijos esant skirtingiems barjerų aukščiams (h = 1.5, 2.5, 3). Rezultatai gauti nagrinėjant išvalytas vienos dienos absoliučios grąžos laiko eilutės. Empirinės kreivės aproksimuojamuos kreive su 3/2 polinkiu (juoda ištisinė kreivė).

Literatūra

[1] M. Jeanblanc, *et al.*, *Mathematical Methods for Financial Markets* (Springer, 2009).

[2] L. Giraitis, *et al.*, ARCH(∞) models and long memory, knygoje *Handbook of Financial Time Series*, 71–84 (Springer Verlag, 2009).

[3] V. Gontis, A. Kononovicius, ACS **15**, 1250071 (2012).

[4] V. Gontis, *et al.*, Physica A **462**, 1091–1102 (2016).

[5] V. Gontis, A. Kononovicius, Physica A **483**, 262–272 (2017).

[6] S. Redner, *A guide to first-passage processes* (Cambridge University Press, 2001).

[7] M. Ding, W. Yang, Physical Review E **52**, 207–213 (1995).