

# Mikroskopinis ir makroskopinis sudėtingų sistemų modeliavimas

Aleksejus Kononovicius, Vygintas Gontis

Vilniaus universitetas, Teorinės fizikos ir astronomijos institutas  
[aleksejus.kononovicius@gmail.com](mailto:aleksejus.kononovicius@gmail.com)

2013-06-11

# Kodėl du lygmenys?

## Makroskopiniai modeliai

yra fenomenologiniai (ODE, SDE, ...). Juos dažniausiai kuriame turimų duomenų pagrindu, tad jie atkuria, tai ką stebime duomenyse.

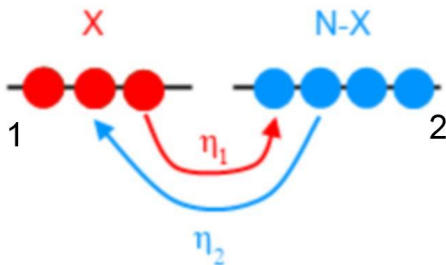
## Mikroskopiniai modeliai

yra sąveikų tarp elementų modeliai (ABM, tinklai, ...). Į juos mes dedame savo suvokimą apie sistemą.

## Tik sklandus perėjimas

nuo vieno aprašymo prie kito leidžia pilnai ir užtikrintai suprasti ir valdyti sudėtingas sistemas. O ypač sudėtingas socio-ekonominės sistemas.

# Elementari dviejų būsenų sistema



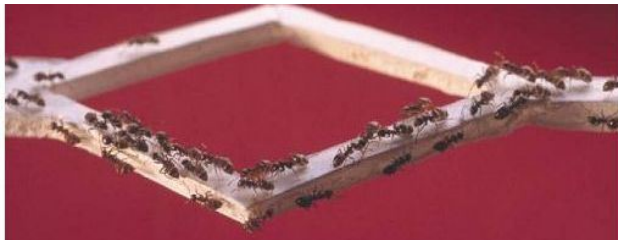
Jei  $\eta_1 = \text{const}$  ir  $\eta_2 = \text{const}$ , tai sistema pasiekia pusiausvyrą:

$$X\eta_1 = (N - X)\eta_2 \quad \Rightarrow \quad X = \frac{N\eta_2}{\eta_1 + \eta_2}.$$

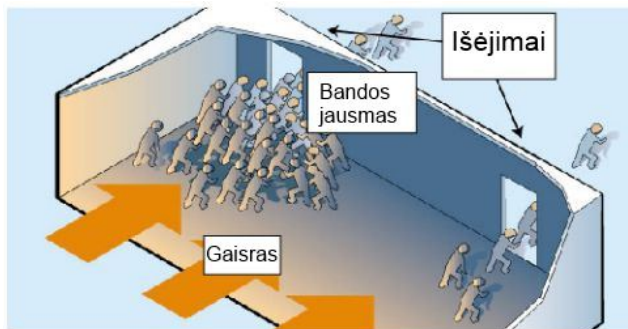
O jei  $\eta_1 = f(X, N)$  ir  $\eta_2 = g(X, N)$ ?

# Sociali elgsena - bandos jausmas

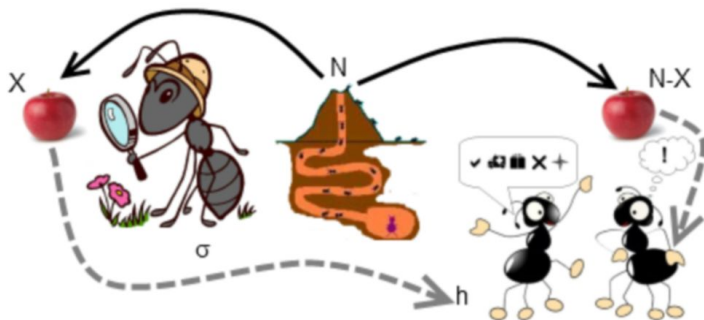
KOLONIJA



MAISTAS



# Agentų bandos jausmo modelis



Kiekviena skruzdė (=agentas) kiekvienu laiko žingsniu gali pakeisti naudojamą maisto šaltinį (=būseną) su tikimybėmis:

$$\eta_2 = \sigma_1 + hX, \quad \eta_1 = \sigma_2 + h(N - X).$$

## Pasinaudoję vieno žingsnio procesų formalizmu

(vieno žingsnio tikimybės  $\rightarrow$  pagrindinė kinetinė lygtis  $\rightarrow$  Fokero-Planko lygtis  $\rightarrow$  SDE) galime išvesti makroskopinį modelį:

$$dx = [(1-x)\eta_2 - x\eta_1] dt + \sqrt{\frac{(1-x)\eta_2 + x\eta_1}{N}} dW.$$

Anksčiau aptartu atveju gauname:

$$dx = [(1-x)\sigma_1 - x\sigma_2] dt + \sqrt{2hx(1-x)} dW.$$

Svarbu pastebėti, kad čia  $x = X/N$ .

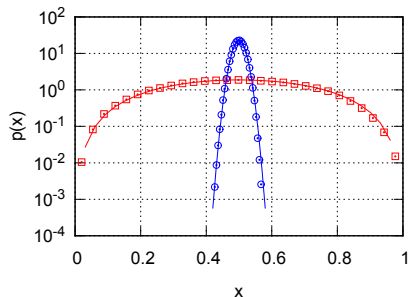
# Globalios ir lokalios sąveikos

Bandos jausmo įtaka

Bandos jausmo modelį galima formuluoti dviem būdais:

$$\eta_2 = \sigma_1 + hX, \quad \eta_1 = \sigma_2 + h(N - X), \quad (\text{raudona})$$

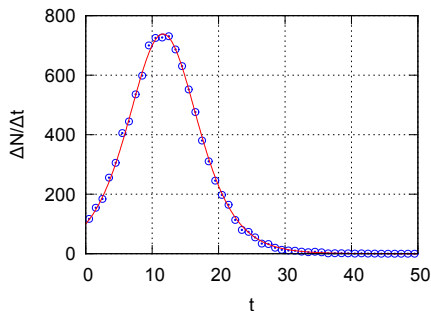
$$\eta_2 = \sigma_1 + \frac{h}{N}X, \quad \eta_1 = \sigma_2 + \frac{h}{N}(N - X). \quad (\text{mėlyna})$$



1 pav. Sąveikų globalumo įtaka.

## Bass'o difuzijos modelis:

$$\eta_2 = \sigma + \frac{h}{N}X, \quad \eta_1 = 0, \quad \Rightarrow \quad dX = (N - X) \left( \sigma + \frac{h}{N}X \right) dt.$$

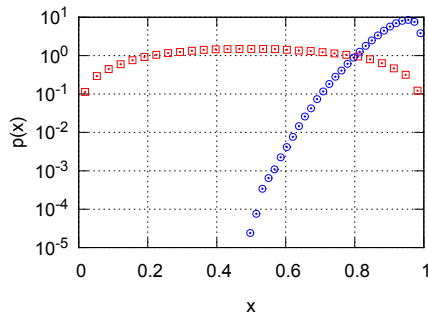


2 pav. Agentų modelis (apskritimai) ir Bass'o kreivė (kreivė).



Papildykime agentų bandos jausmo modelį valdomais agentais:

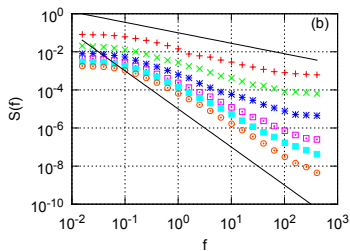
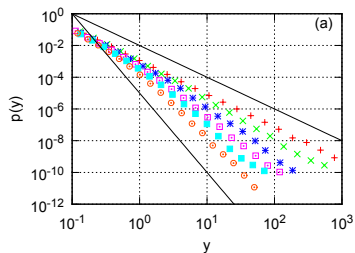
$$\eta_2 = \sigma_1 + h(M + X), \quad \eta_1 = \sigma_2 + h(N - X).$$



3 pav. Sistema ( $N = 1000$ ) be valdomų agentų,  $M = 0$ , (red) ir su maža dalimi valdomų agentų,  $M = 20$ , (blue).

Makroskopinis modelis moduliuojančiai gražai,  $y = x/(1 - x)$ :

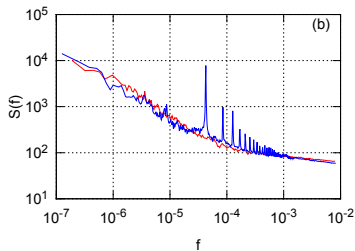
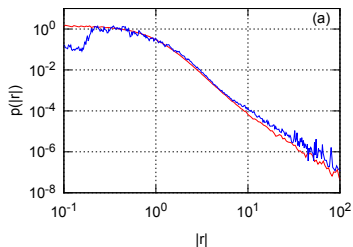
$$dy = [\varepsilon_1 + (2 - \varepsilon_2)y^{1+\alpha}] (1 + y)dt_s + \sqrt{2y^{1+\alpha}}(1 + y)dW_s.$$



4 pav. Gaunamų tikimybės tankio (a) ir spektrinio tankio (b) polinkių įvairovė:  $2 < \lambda < 5$ ,  $0.5 < \beta < 2$ .

### Sudėtingą modelį absoliučiai gražai sudaro

dvi stochastinės diferencialinės lygtys  $x$  ir  $\xi$  atžvilgiu, bei išorinis triukšmas.



5 pav. Empirinės (mėlynai) ir modelinės (raudonai) absoliučios gražos statistinių savybių palyginimas: tikimybės tankis (a) ir spektrinis tankis (b).

Ačiū už dėmesį!



<http://mokslasplius.lt/rizikos-fizika/>