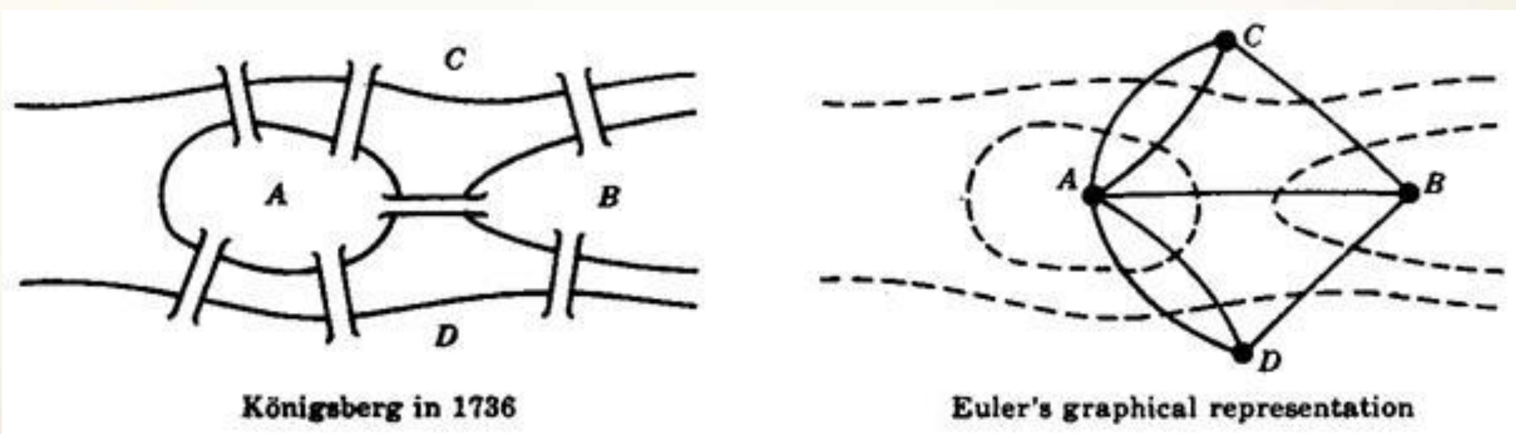
# *Algoritmai ir duomenų struktūros*

6 paskaita

**2025-03-18**

# *6 paskaitos tikslas*

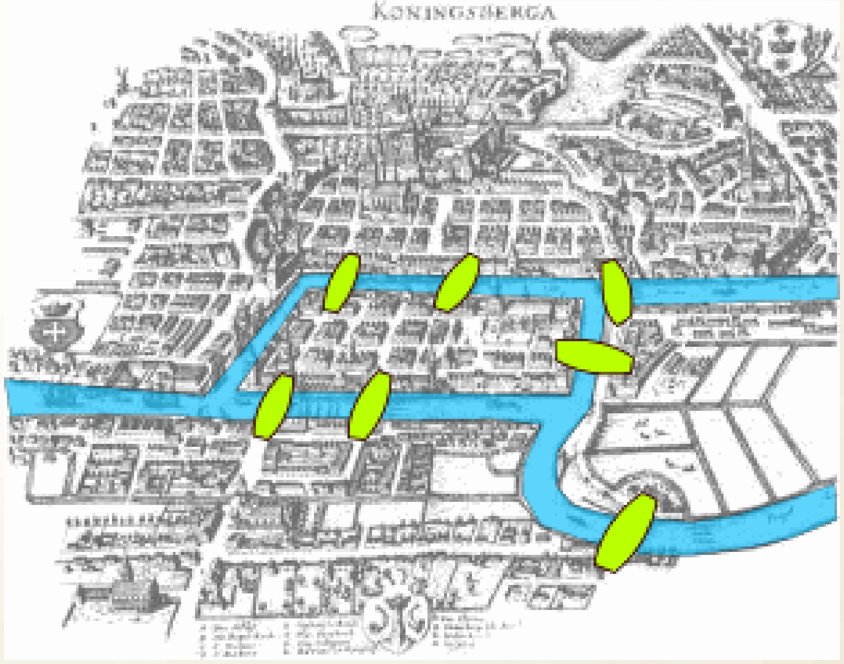
- Susipažinti su grafais ir jų užrašymo būdais.
- Išanalizuoti atskirą grafų klasę – medžius.
- Susipažinti su medžių vizualizacijos algoritmais.
- Kaip būtų galima pritaikyti off formatą grafų vizualizacijai?



# *Grafų teorija*

- Atskira matematikos sritis, *grafų teorija*, atsirado XVIII amžiuje.
- Šios teorijos pradininku laikomas Leonardas Oileris, kuris, vartodamas grafo sąvoką, 1736 m. pirmasis išsprendė *Septynių Karaliaučiaus tiltų* uždavinį:

*Tarkime, kad Priegliaus upę galima kirsti tik pereinant kurį nors Karaliaučiaus tiltą. Ar tada įmanoma po vieną kartą pereiti septynis Karaliaučiaus tiltus?*

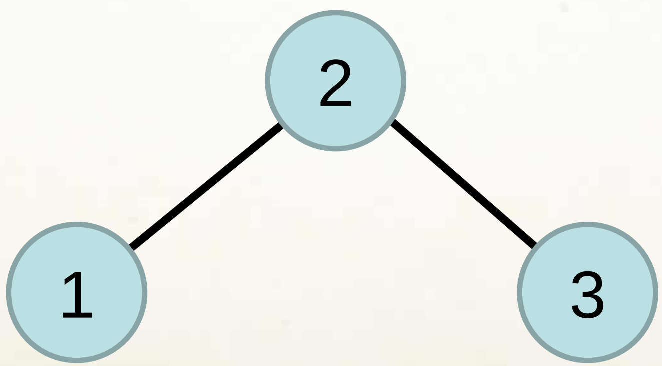



- *Atsakymas: NE. Kodėl?*

# *Grafo sąvoka*

- Grafu $G$ vadinama viršūnių ir briaunų aibių pora $(V, E)$ ir žymima
$$G = (V, E).$$

- *Pavyzdžiui,* $G = (\{1, 2, 3\}, \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\})$:



# ***Grafo eilė ir dydis***

- Grafo $G = (V, E)$ eile vadinamas jo viršūnių skaičius:

$$|V| = n.$$

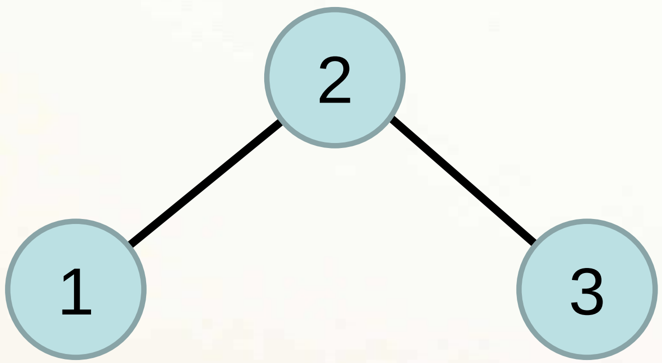
- Grafo $G = (V, E)$ didumu (dydžiu) vadinamas jo briaunų skaičius:

$$|E| = m.$$

Žymėjimas |A| parodo aibės A galią (elementų skaičių), pavyzdžiui, jei A = {2, 3, 5, 7}, tai |A| = 4.

# *Gretimumo ir incidentumo sąryšiai*

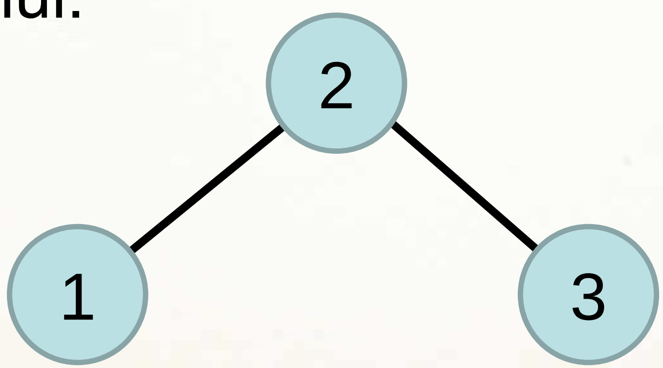
- Viršūnės grafe vadinamos gretimomis, jei jas jungia briauna.
- Gretimumo sąrašu *Adj[u]* vadinamas viršūnei $u \in V$ gretimų viršūnių sąrašas, pavyzdžiui:




*Adj[1]=2, Adj[2]=[1,3], Adj[3]=[2].*

# *Gretimumo ir incidentumo sąryšiai*

- Grafo *G = (V, E)* briauna žymima *uv, čia u, v* ∈ *V ir galioja sąryšis: v* ∈ *Adj[u].*
- Tokiu atveju sakoma, kad viršūnė *u* yra incidenti briaunai *uv* (analogiškai, *v* yra incidenti *uv*), pavyzdžiui:



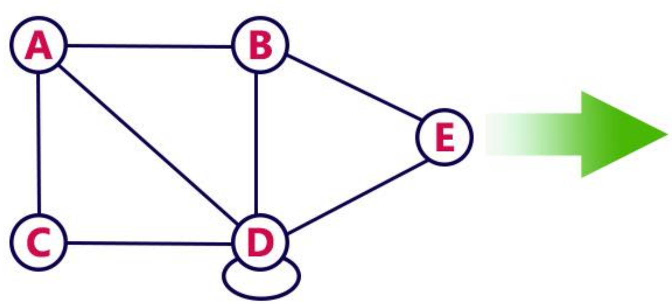

*Viršūnės 1 ir 2 yra incidenčios briaunai {1,2}.*

- Pastaba: briauna *vv, v* ∈ *V* vadinama kilpa.

# *Grafo užrašymas gretimumo matrica*

- Grafas $G = (V, E)$ užrašomas kvadratine $n \times n$ gretimumo matrica $A = (a_{ij})$:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{jei viršūnės } i \text{ ir } j \text{ yra gretimos,} \\ 0, \text{jei viršūnės } i \text{ ir } j \text{ nėra gretimos.} \end{cases}$$



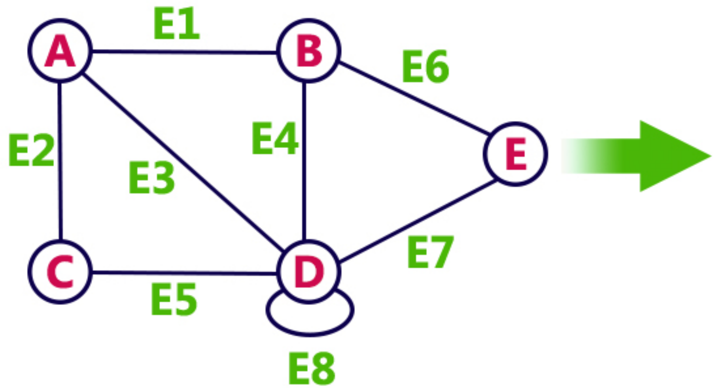

$$\begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} A & B & C & D & E \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

- *Pastaba: kilpos atveju viršūnė yra gretima pati sau.*

# Grafo užrašymas incidentumo matrica

- Grafas $G = (V, E)$ užrašomas $n \times m$ incidentumo matrica $B = (b_{ij})$:

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, \text{jei viršūnė } i \text{ yra incidenti briaunai } j, \\ 0, \text{jei viršūnė } i \text{ nėra incidenti briaunai } j. \end{cases}$$

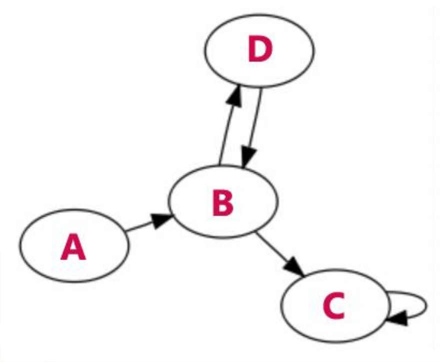



$$\begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} E1 & E2 & E3 & E4 & E5 & E6 & E7 & E8 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

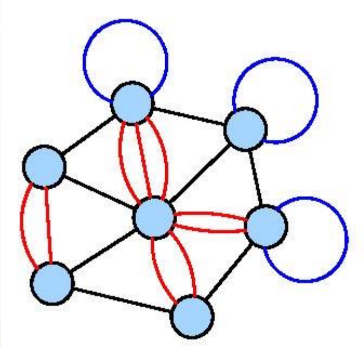
- *Pastaba: kilpos atveju tik viena viršūnė incidenti briaunai*

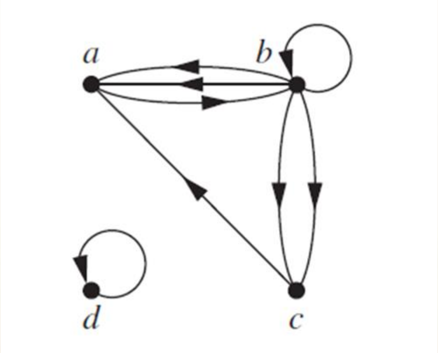
# *Digrafai ir multigrafai*

- Digrafu vadinamas orientuotas grafas *G = (V, E), t. y. grafas, kurio briaunos turi kryptis:*




- Multigrafu vadinamas *grafas (digrafas), kurio dvi viršūnes gali jungti daugiau nei 1 briauna (tos pačios krypties briauna):*

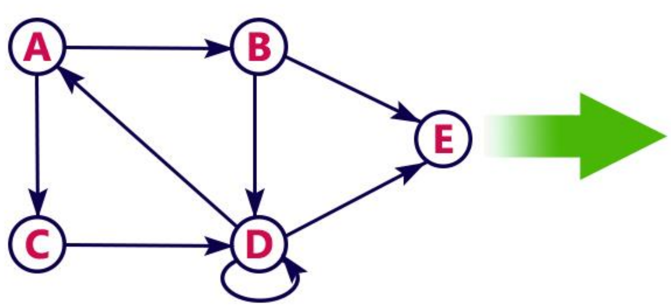




# *Digrafo užrašymas gretimumo matrica*

- Dirafas *G = (V, E)* užrašomas kvadratine *n × n* gretimumo matrica $A = (a_{ij})$:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{jei briaunos kryptis iš viršūnės } i \text{ į } j, \\ 0, \qquad\qquad \text{kitu atveju.} \end{cases}$$



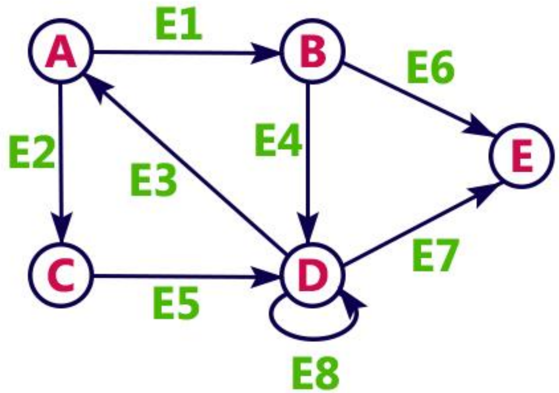

$$\begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} A & B & C & D & E \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

- *Pastaba: kilpos atveju kryptis iš viršūnės į pačia ją*

# *Digrafo užrašymas incidentumo matrica*

- Grafas $G = (V, E)$ užrašomas $n \times m$ incidentumo matrica $B = (b_{ij})$:

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, \text{jei } i \text{ yra pradinė briaunos } j \text{ viršūnė,} \\ -1, \text{jei } i \text{ yra galinė briaunos } j \text{ viršūnė,} \\ 0, \text{jei viršūnė } i \text{ nėra incidenti briaunai } j. \end{cases}$$




| | E1 | E2 | E3 | E4 | E5 | E6 | E7 | E8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 1 | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| C | 0 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| D | 0 | 0 | 1 | -1 | -1 | 0 | 1 | 1 |
| E | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | 0 |

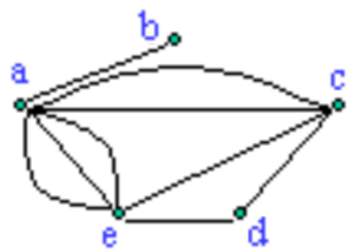
- *Pastaba: kilpos atveju tik viena viršūnė pradinė*

# *Multigrafo užrašymas gretimumo matrica*

- Multigrafas *G = (V, E)* užrašomas kvadratine $n \times n$ gretimumo matrica $A = (a_{ij})$:

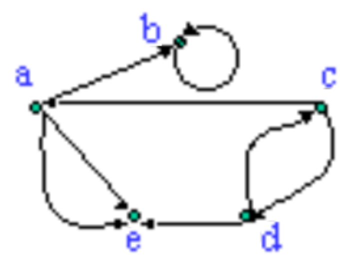
$$a_{ij} = \begin{cases} k, \text{jei per k briaunų galima patekti iš viršūnės } i \text{ į } j, \\ 0, \qquad \text{kitu atveju.} \end{cases}$$

***Multigrafas:***




$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} a & b & c & d & e \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

***Multidigrafas:***




$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} a & b & c & d & e \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

# *Multigrafo užrašymas incidentumo matrica*

- Multigrafas *G = (V, E)* užrašomas *n* × *m* gretimumo matrica *B* = *(*$b_{ij}$*):*

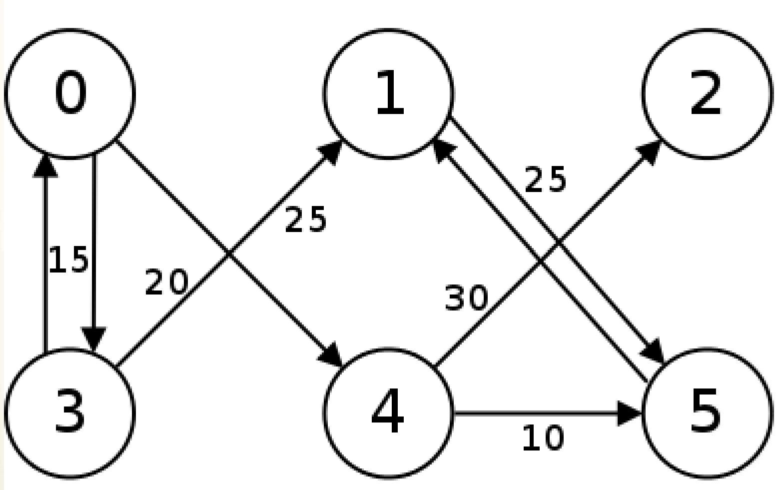
$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jei } i \text{ viršūnė yra incidenti } j \text{ briaunai, kuri nėra kilpa,} \\ 2, & \text{jei } i \text{ viršūnė yra incidenti } j \text{ briaunai, kuri yra kilpa,} \\ 0, & \text{jei } i \text{ viršūnė nėra incidenti } j \text{ briaunai.} \end{cases}$$

- Bekilpis multidigrafas *G = (V, E)* užrašomas *n* × *m* gretimumo matrica *B* = *(*$b_{ij}$*):*

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jei } i \text{ yra pradinė } j \text{ briaunos viršūnė,} \\ -1, & \text{jei } i \text{ yra galinė } j \text{ briaunos viršūnė,} \\ 0, & i \text{ viršūnė nėra incidenti } j \text{ briaunai.} \end{cases}$$

# *Svoriniai grafai*

- Svoriniu grafu (digrafu) vadinamas grafas G = (V,E,w), kurio briaunoms priskirtas svorio atributas (pavyzdžiui atstumas tarp viršūnių).
- Svoriniai grafai (digrafai) dažniausiai apibrėžiami gretimumo matricomis, kuriose reikšmė 1 keičiama briaunos svoriu, pavyzdžiui:




| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 15 | 20 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 25 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 15 | 25 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 30 | 0 | 0 | 10 |
| 5 | 0 | 25 | 0 | 0 | 0 | 0 |

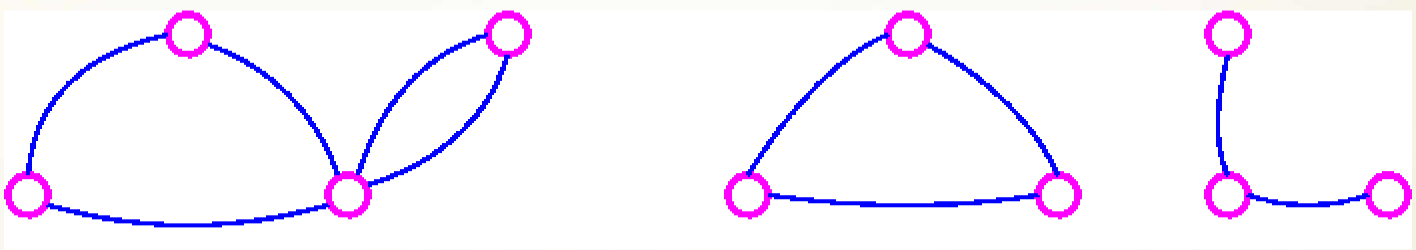
# *Kitos grafų teorijos sąvokos*

- Taku grafe (digrafe) vadinama viršūnių seka

$$v_1, v_2, \ldots., v_n,$$

kurioje briauna galima nukeliauti iš $v_i$ viršūnės į $v_{i+1}$, $i = 1, \ldots, n - 1$.

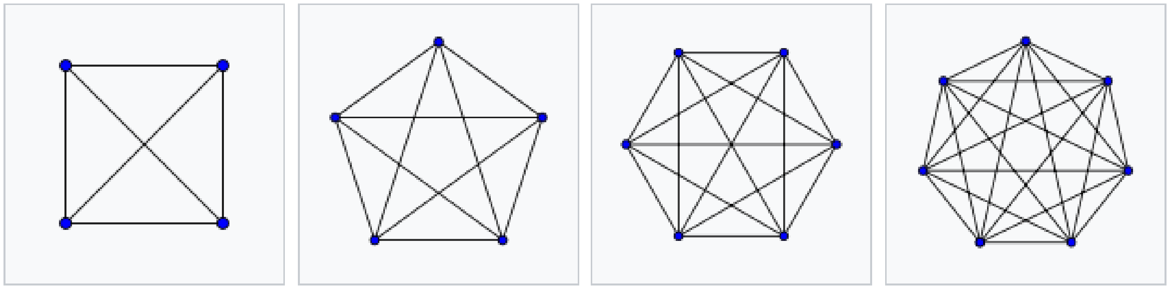
- Grafas vadinamas jungiu, jei bet kurias dvi jo viršūnes jungia takas, kitu atveju grafas nėra jungus.



Jungus grafas. Nejungus grafas.

# ***Pilnasis grafas***

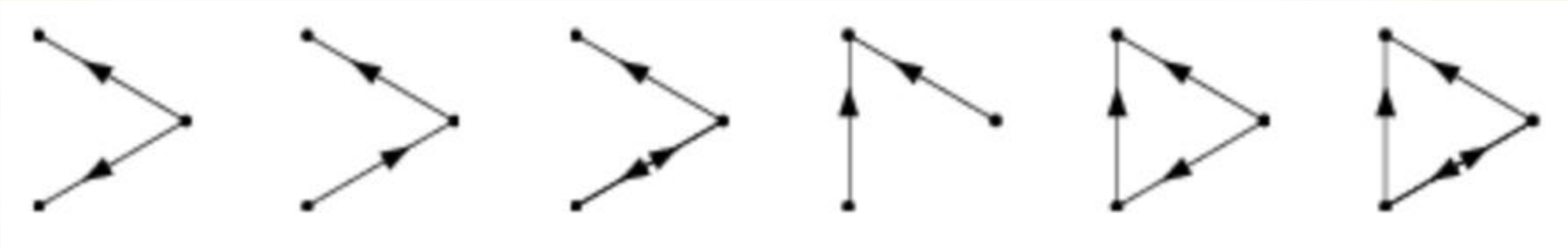
- Grafas vadinamas pilnuoju, jei bet kurias dvi jo viršūnes jungia briauna. Pilnasis grafas žymimas $K_n$ ir turi n(n-1)/2 briaunų:



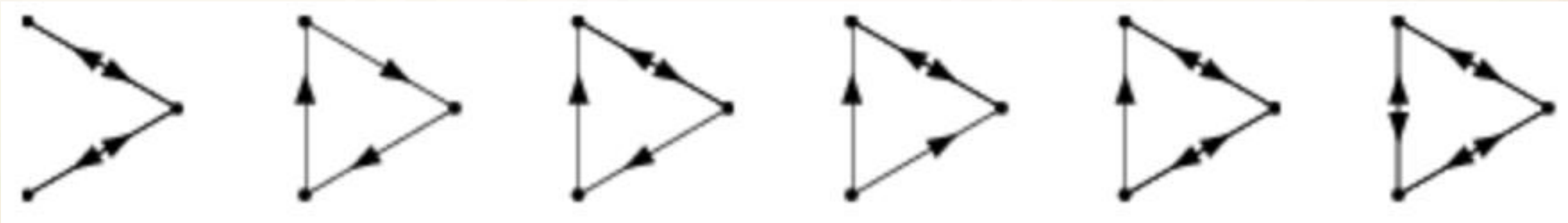
$K_4$ $K_5$ $K_6$ $K_7$

# *Kitos grafų teorijos sąvokos*

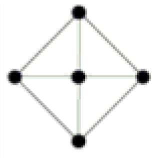
- Digrafas vadinamas silpnai jungiu, jei, ignoruojant briaunų kryptis, bet kurias dvi jo viršūnes jungia takas:

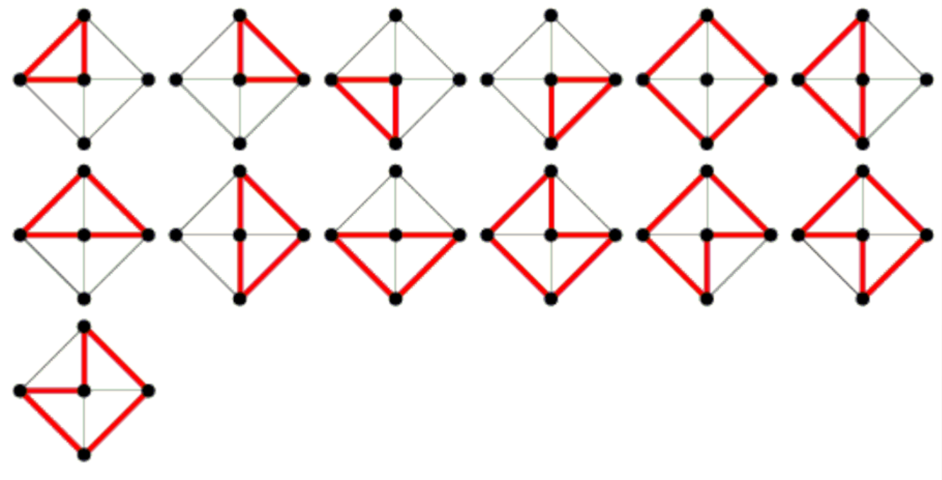


- Digrafas vadinamas stipriai jungiu, jei egzistuoja takas tarp bet kurių dviejų jo viršūnių (neignoruojant briaunų krypčių):



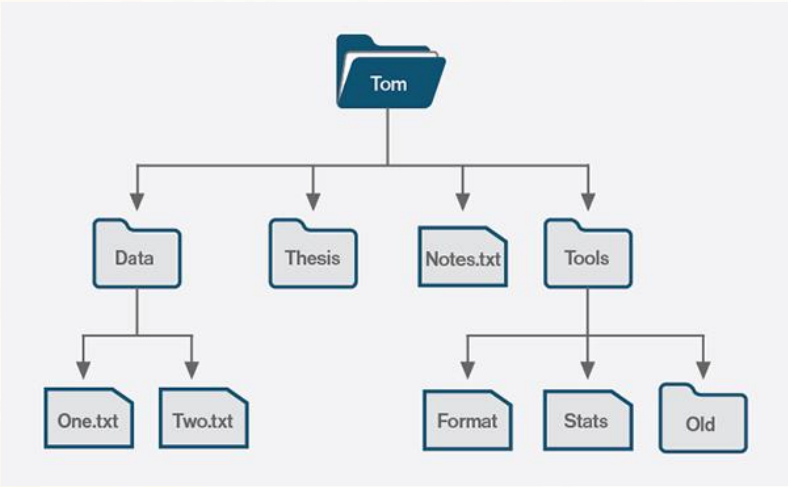
# *Kitos grafų teorijos sąvokos*

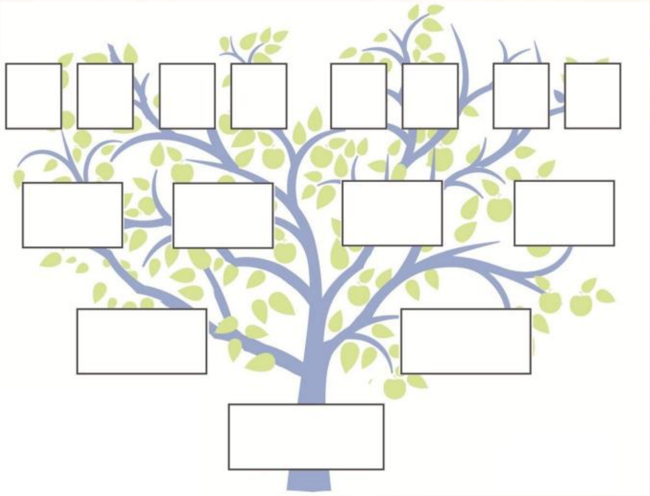
- Ciklu grafe vadinamas bent dviejų viršūnių takas, kurio pradžia ir pabaiga sutampa.
- Cikliniu grafu vadinamas grafas, turintis bent vieną ciklą.
- Ciklų pavyzdžiai grafe  :

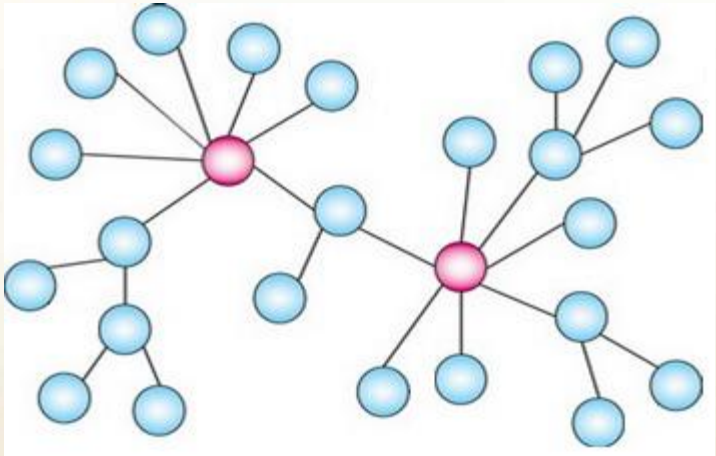


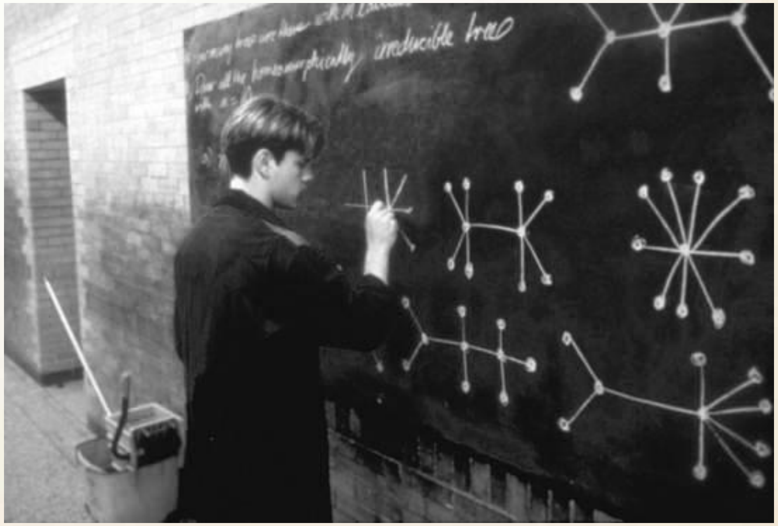
- **Medžiu vadinamas jungus grafas, neturintis ciklų.**

# *Medžiai*


Tom
Data
Thesis
Notes.txt
Tools
One.txt
Two.txt
Format
Stats
Old



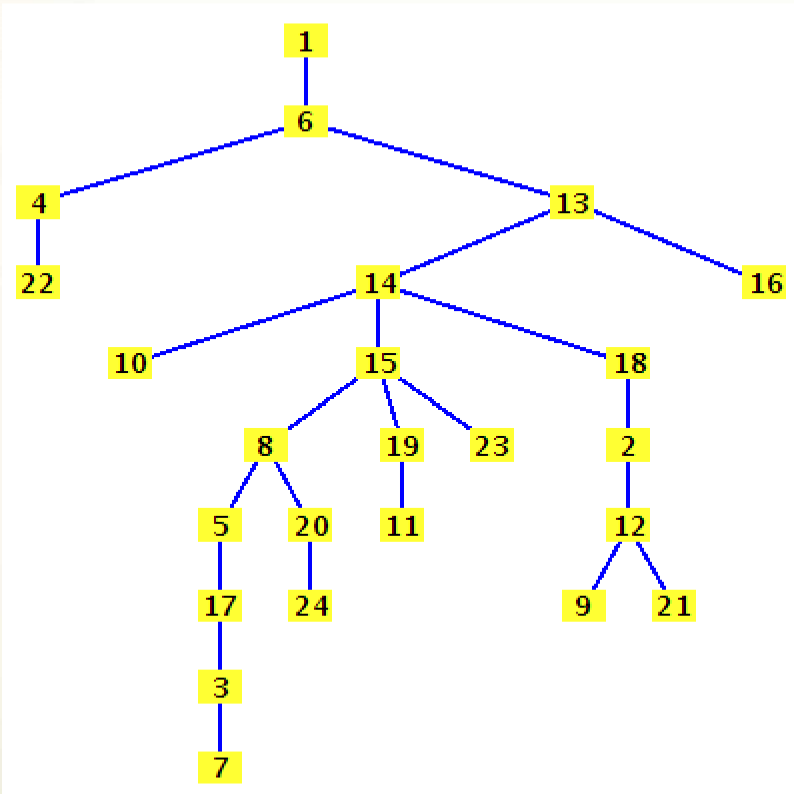




# *Medžių užrašymo būdai*

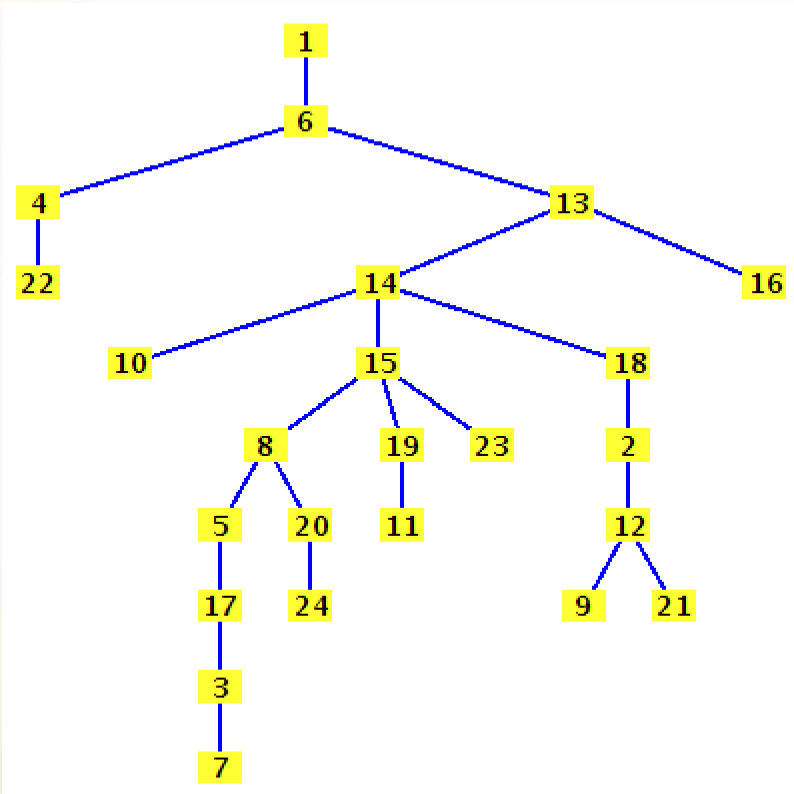
- Gretimumo matrica.
- Incidentumo matrica.
- Briaunų aibe.
- Priuferio kodu.

# *Medžio užrašymas gretimumo matrica*



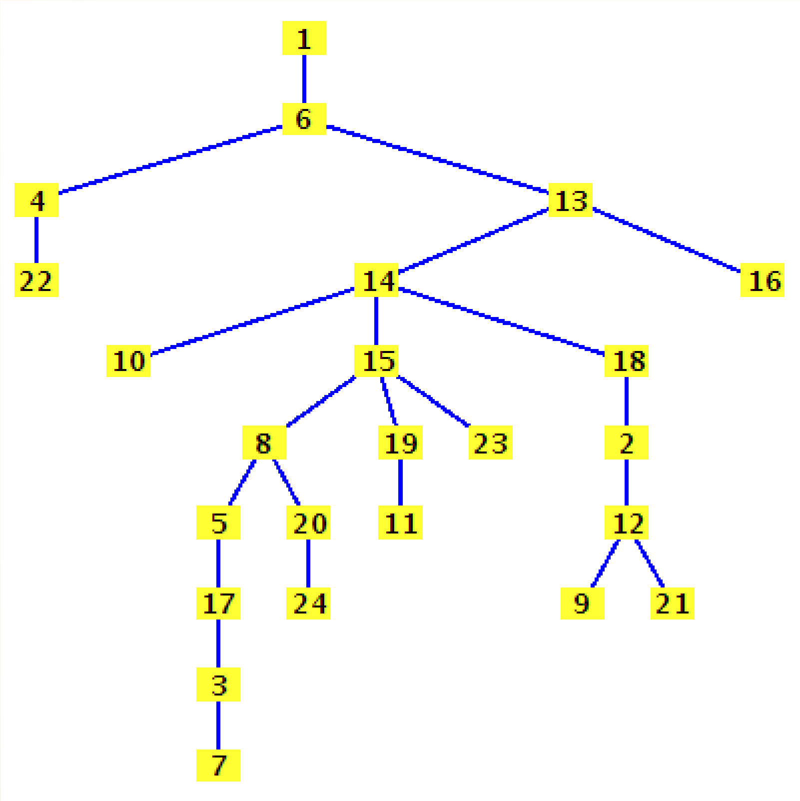

$$
\begin{bmatrix}
0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0\\
0&1&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&1&0&1&0&0&1&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&0&0&1&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0
\end{bmatrix}
$$

# *Medžio užrašymas incidentumo matrica*



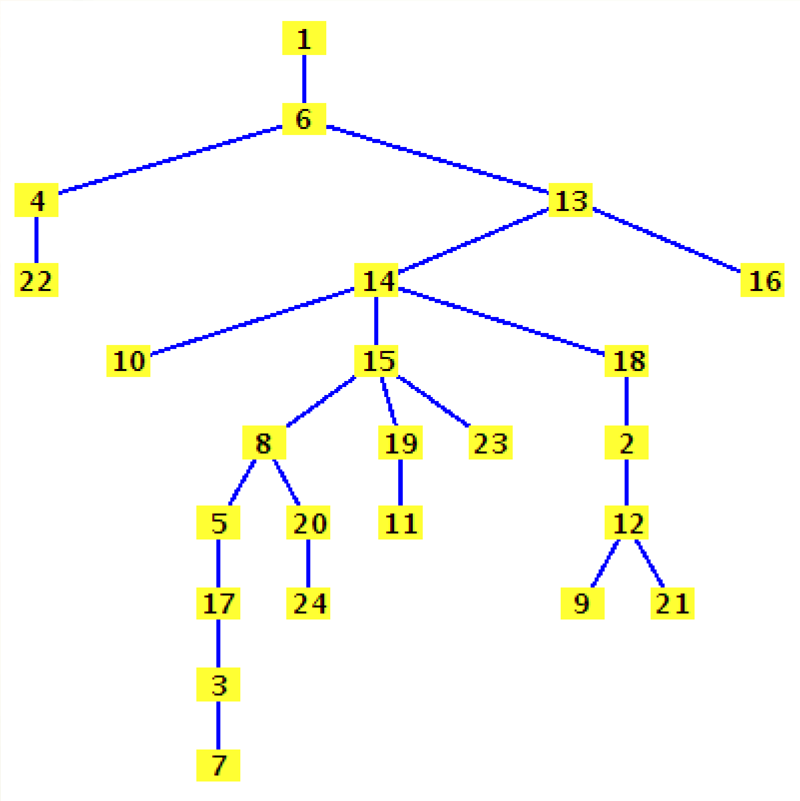

$$
\begin{bmatrix}
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&1&0&1&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&1&1&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1
\end{bmatrix}
$$

# *Medžio užrašymas briaunų aibe*



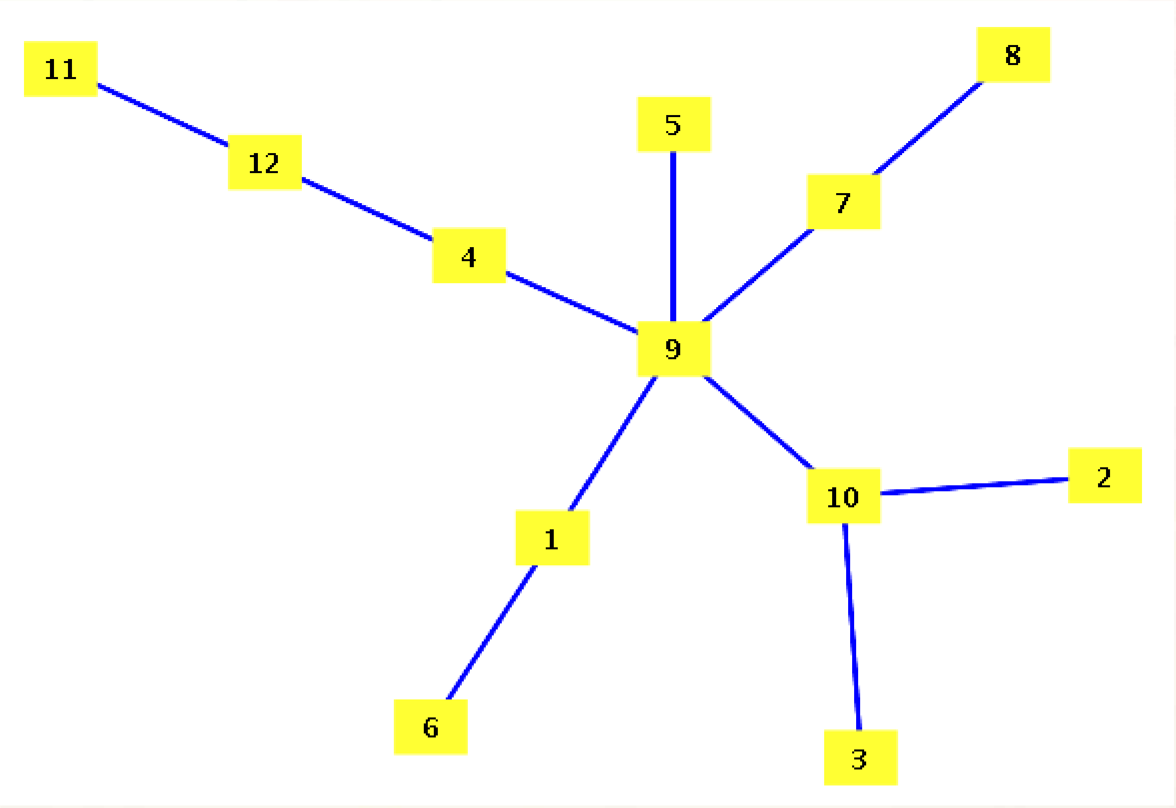

E = {{1, 6}, {2, 12}, {2, 18}, {3, 7}, {3, 17}, {4, 6}, {4, 22}, {5, 8}, {5, 17}, {6, 13}, {8, 15}, {8, 20}, {9, 12}, {10, 14}, {11, 19}, {12, 21}, {13, 14}, {13, 16}, {14, 15}, {14, 18}, {15, 19}, {15, 23}, {20, 24}}

# Medžio užrašymas Priuferio kodu



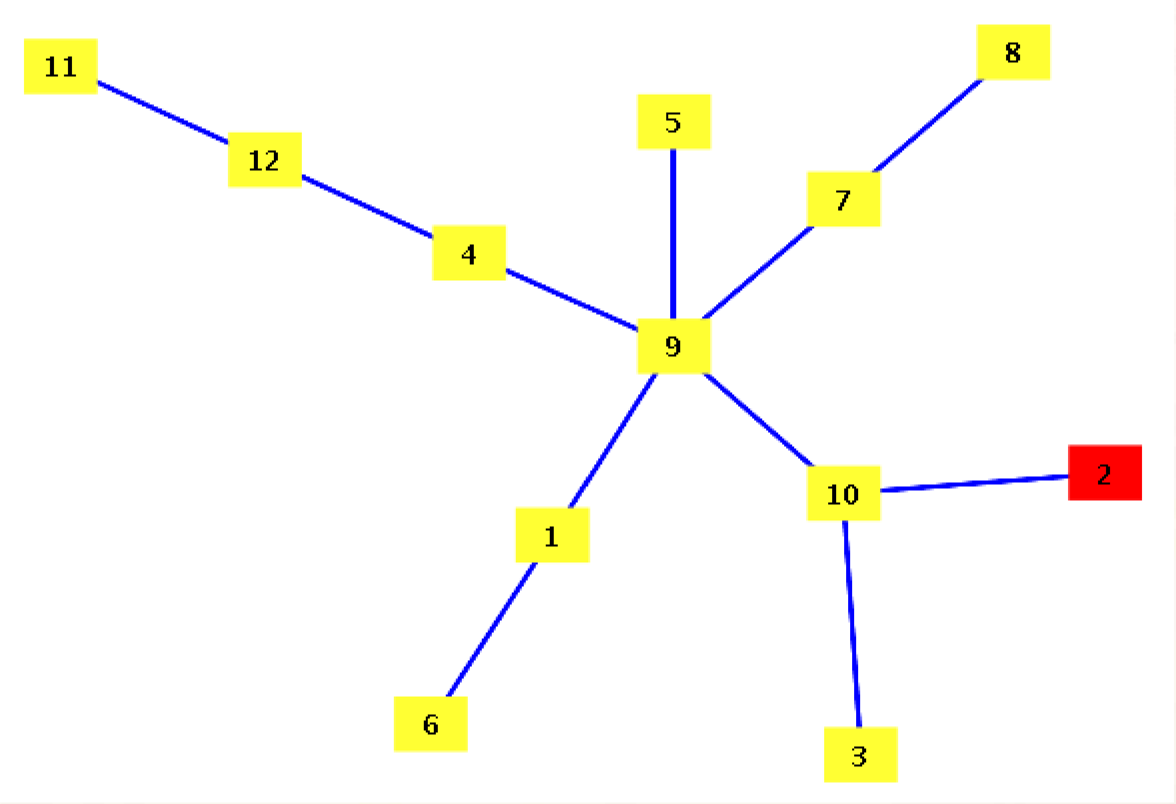

α = [6, 3, 17, 12, 14, 19, 13, 5, 8, 15, 12, 2, 18, 14, 4, 6, 13, 14, 15, 15, 8, 20]

# *Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį*



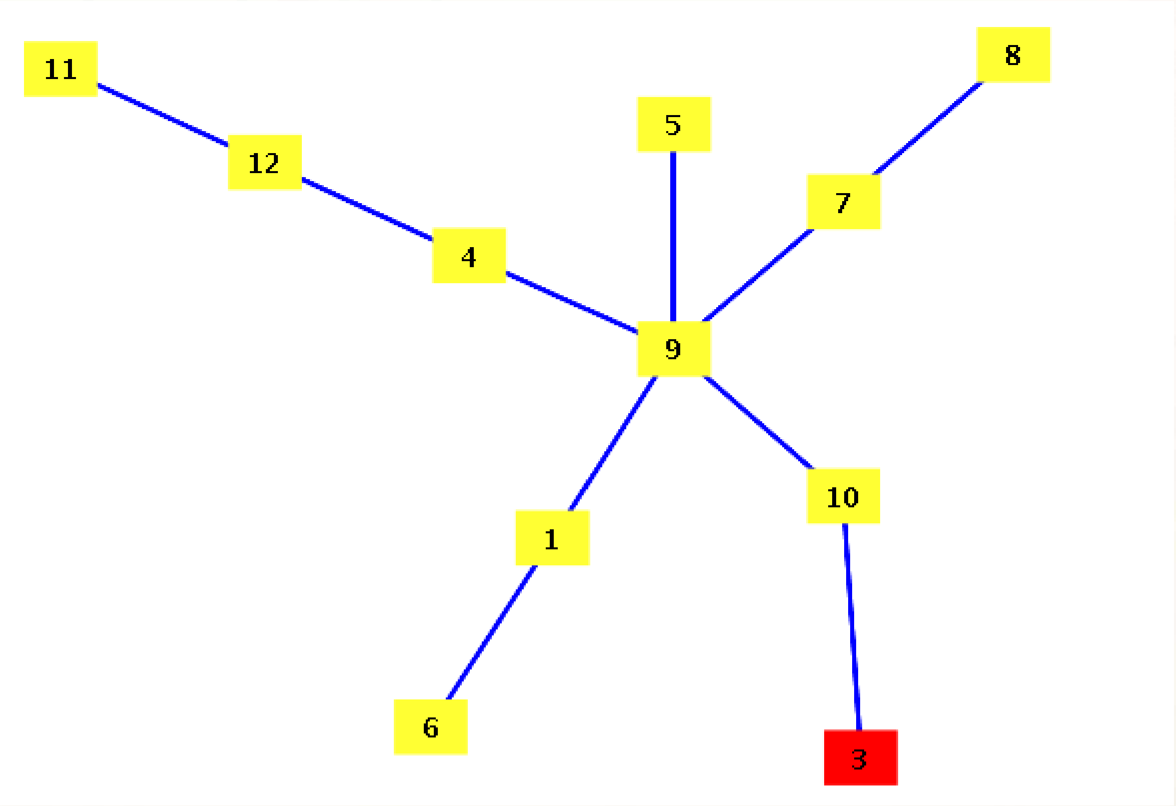

$\alpha = []$

# *Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį*



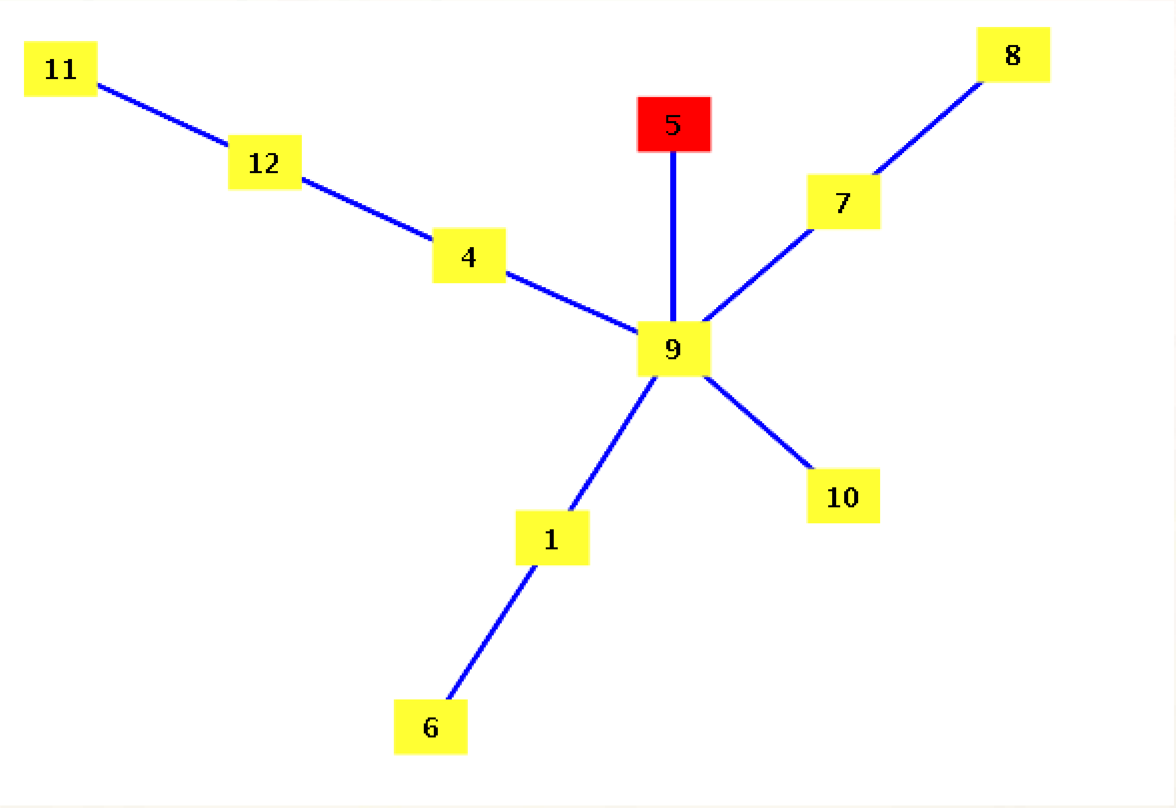

$\alpha = [10]$

# *Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį*



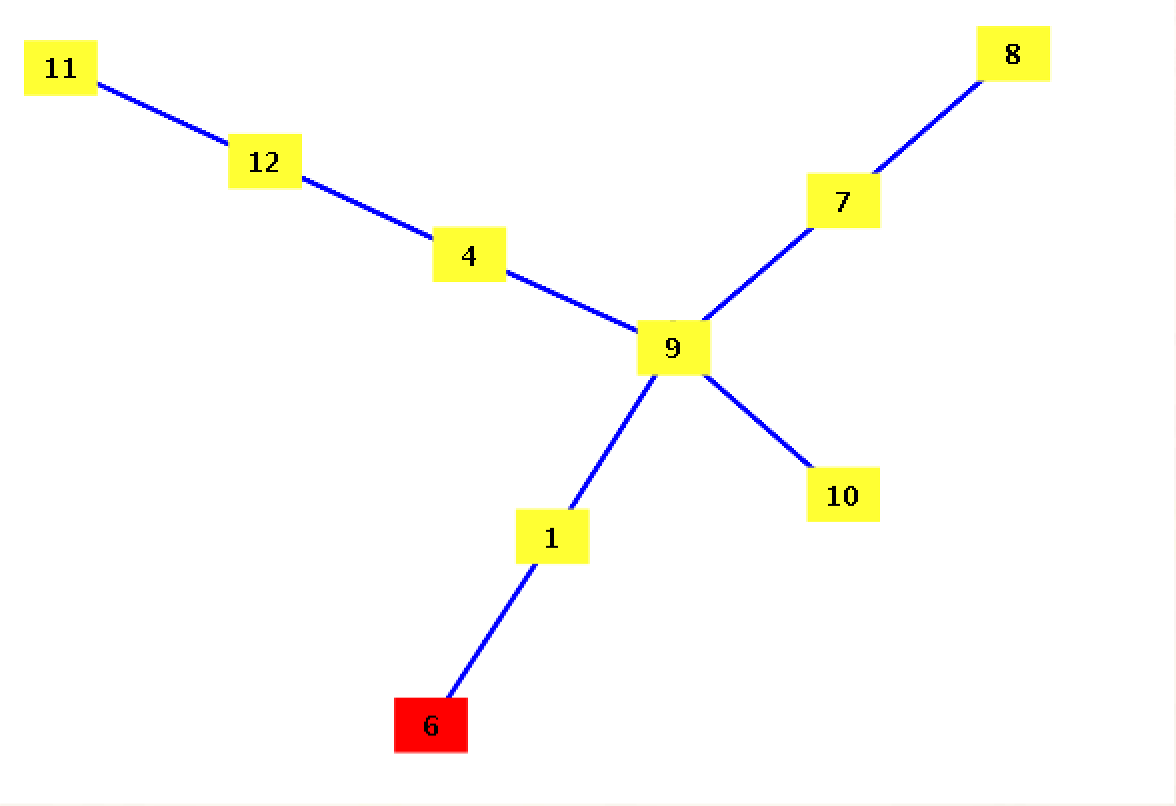

$\alpha = [10, 10]$

# *Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį*



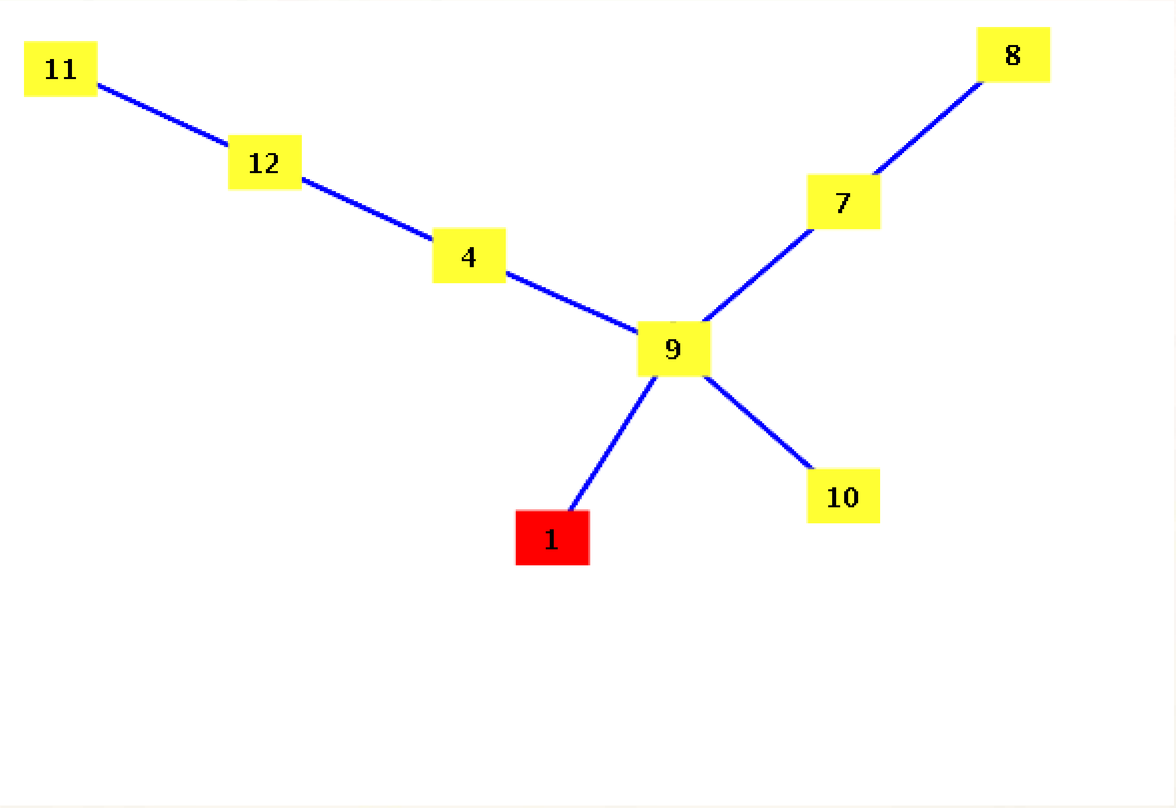

$\alpha = [10, 10, 9]$

# *Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį*



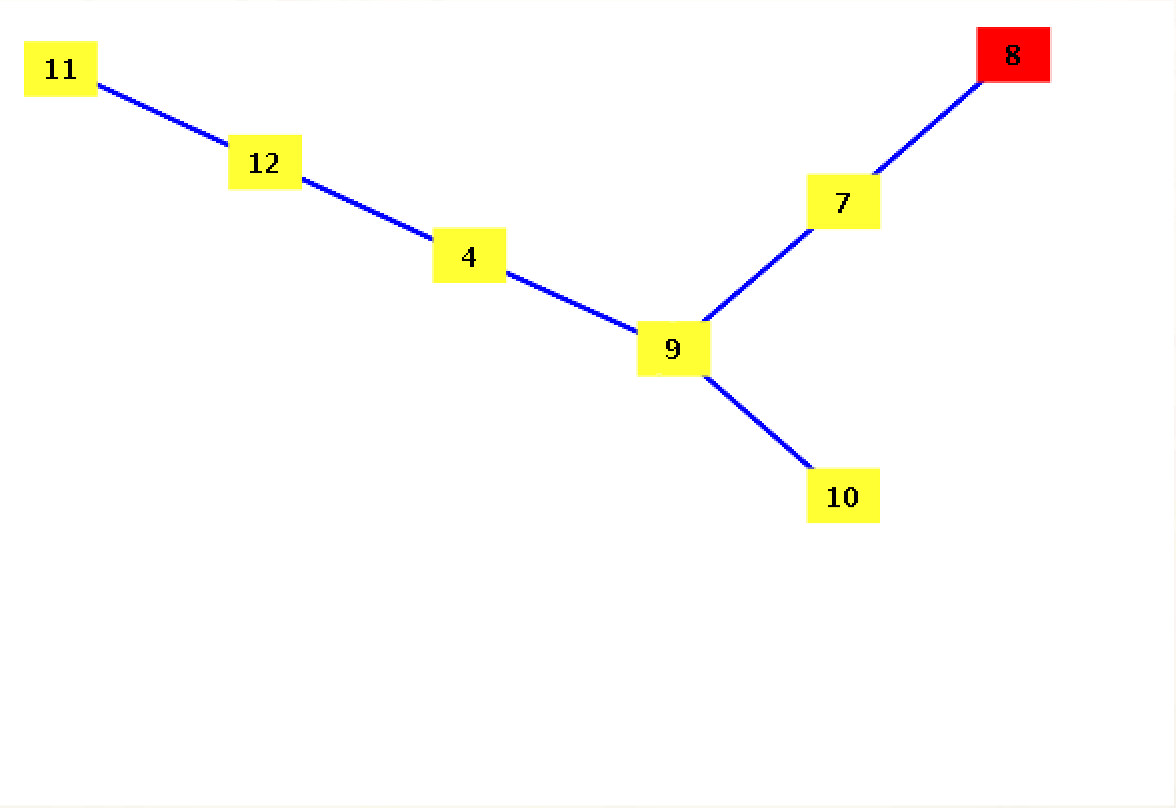

$\alpha = [10, 10, 9, 1]$

# *Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį*



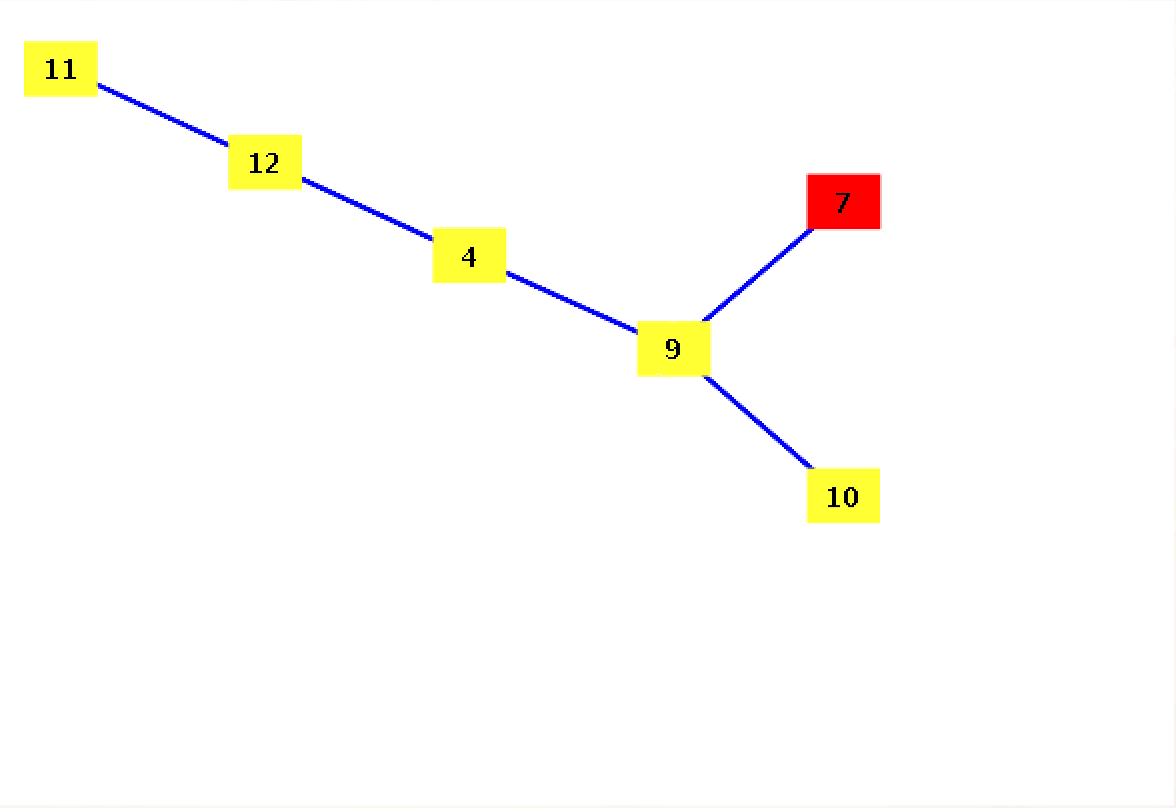

$\alpha = [10, 10, 9, 1, 9]$

# *Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį*



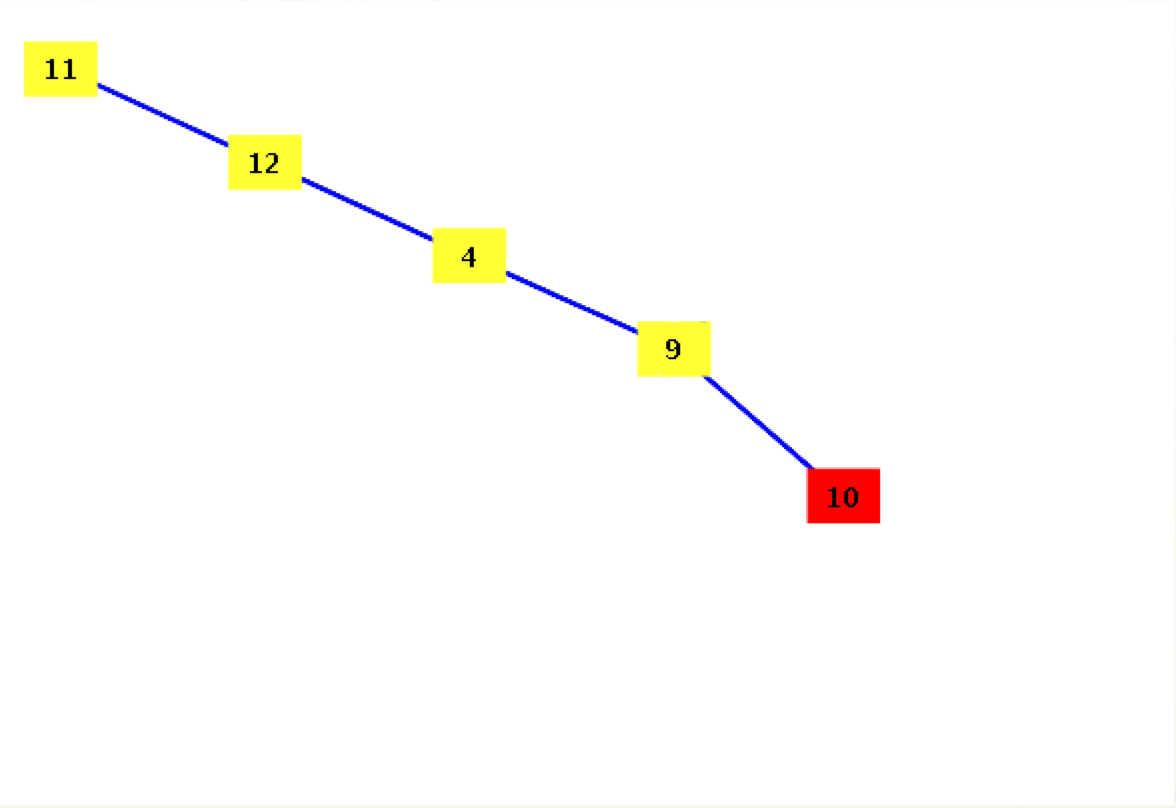

$\alpha = [10, 10, 9, 1, 9, 7]$

# *Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį*



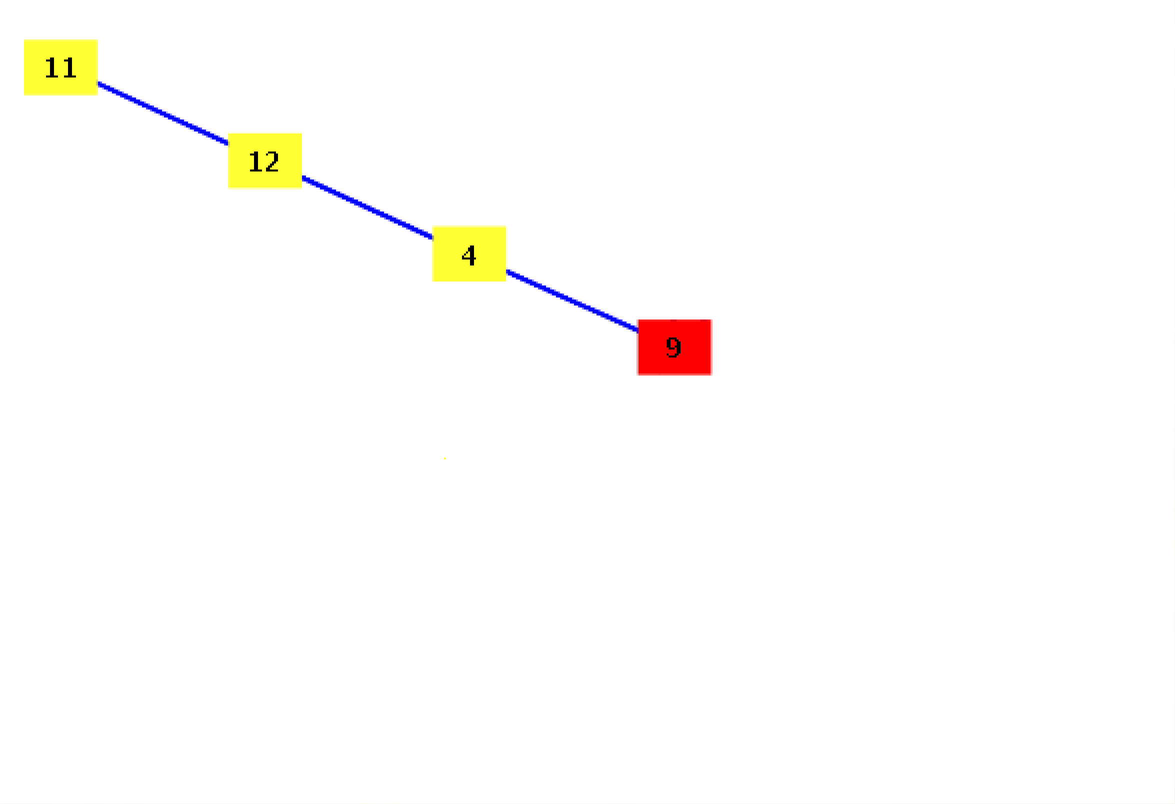

$\alpha = [10, 10, 9, 1, 9, 7, 9]$

# *Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį*



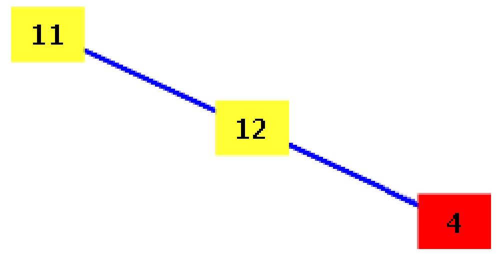

$\alpha$ = [10, 10, 9, 1, 9, 7, 9, 9]

# *Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį*



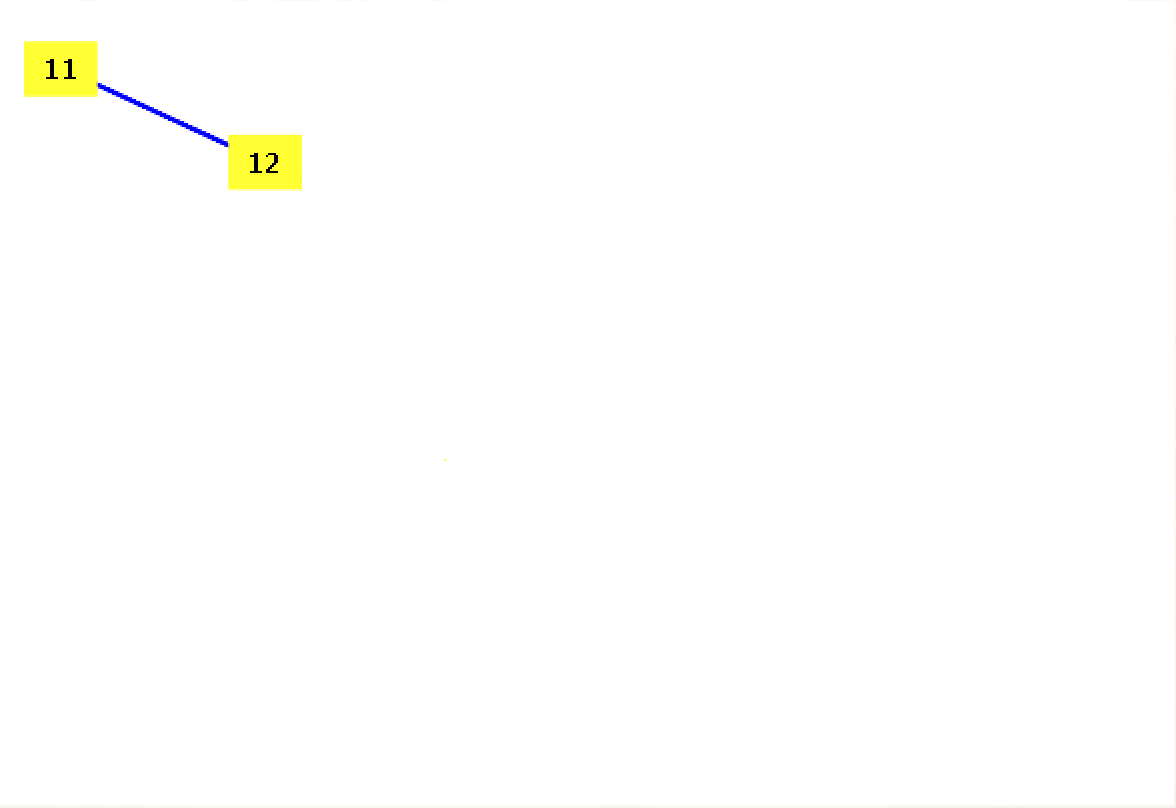

$\alpha$ = [10, 10, 9, 1, 9, 7, 9, 9, 4]

# Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį



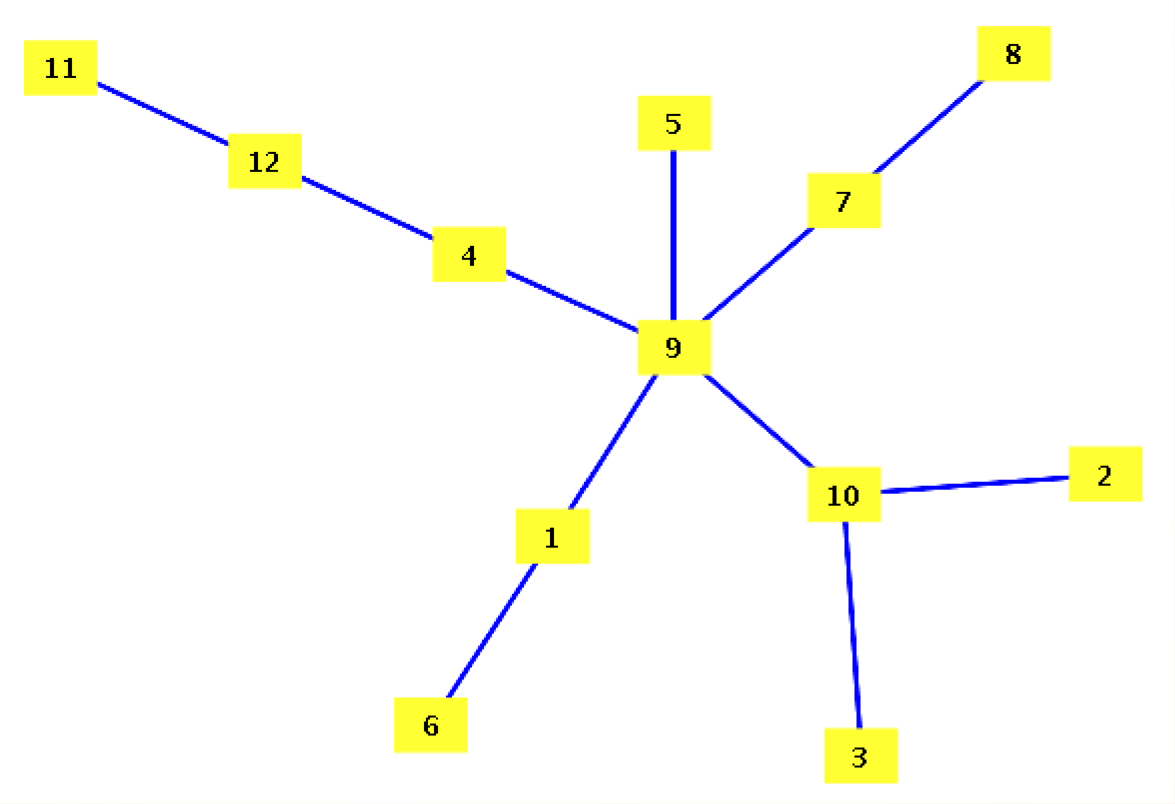

$\alpha$ = [10, 10, 9, 1, 9, 7, 9, 9, 4, 12]

# *Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį*




$\alpha$ = [10, 10, 9, 1, 9, 7, 9, 9, 4, 12]

# *Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį*




$\alpha$ = [10, 10, 9, 1, 9, 7, 9, 9, 4, 12]

## *Medžio generavimas pagal Priuferio kodą*

$$\alpha = [1,2,3,4,5,5,4,3,2,1]$$

# *Medžio generavimas pagal Priuferio kodą*

$\alpha = [1,2,3,4,5,5,4,3,2,1]$

V={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12}

## *Medžio generavimas pagal Priuferio kodą*

$$\alpha = [1,2,3,4,5,5,4,3,2,1]$$

V={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12}

# *Medžio generavimas pagal Priuferio kodą*

$\alpha = [1,2,3,4,5,5,4,3,2,1]$

V={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12}

E={{1,6}}

# *Medžio generavimas pagal Priuferio kodą*

$\alpha = [2,3,4,5,5,4,3,2,1]$

V={1,2,3,4,5,7,8,9,10,11,12}

E={{1,6}, {2,7}}

# *Medžio generavimas pagal Priuferio kodą*

$\alpha = [3,4,5,5,4,3,2,1]$

V={1,2,3,4,5,8,9,10,11,12}

E={{1,6}, {2,7}, {3,8}}

# *Medžio generavimas pagal Priuferio kodą*

$\alpha = [4,5,5,4,3,2,1]$

V={1,2,3,4,5,9,10,11,12}

E={{1,6}, {2,7}, {3,8}, {4,9}}

## *Medžio generavimas pagal Priuferio kodą*

$\alpha = [5,5,4,3,2,1]$

V={1,2,3,4,5,10,11,12}

E={{1,6}, {2,7}, {3,8}, {4,9}, {5,10}}

# *Medžio generavimas pagal Priuferio kodą*

$\alpha = [5,4,3,2,1]$

V={1,2,3,4,5,11,12}

E={{1,6}, {2,7}, {3,8}, {4,9}, {5,10}, {5,11}}

# *Medžio generavimas pagal Priuferio kodą*

$\alpha = [4,3,2,1]$

V={1,2,3,4,5,12}

E={{1,6}, {2,7}, {3,8}, {4,9}, {5,10}, {5,11}, {4,5}}

## *Medžio generavimas pagal Priuferio kodą*

$\alpha = [3,2,1]$

V={1,2,3,4,12}

E={{1,6}, {2,7}, {3,8}, {4,9}, {5,10}, {5,11}, {4,5}, {4,3}}

# *Medžio generavimas pagal Priuferio kodą*

$\alpha = [2,1]$

V={1,2,3,12}

E={{1,6}, {2,7}, {3,8}, {4,9}, {5,10}, {5,11}, {4,5}, {4,3}, {3,2}}

## *Medžio generavimas pagal Priuferio kodą*

$\alpha = [1]$

V={1,2,12}

E={{1,6}, {2,7}, {3,8}, {4,9}, {5,10}, {5,11}, {4,5}, {4,3}, {3,2}, {2,1}}

## *Medžio generavimas pagal Priuferio kodą*

$\alpha = []$

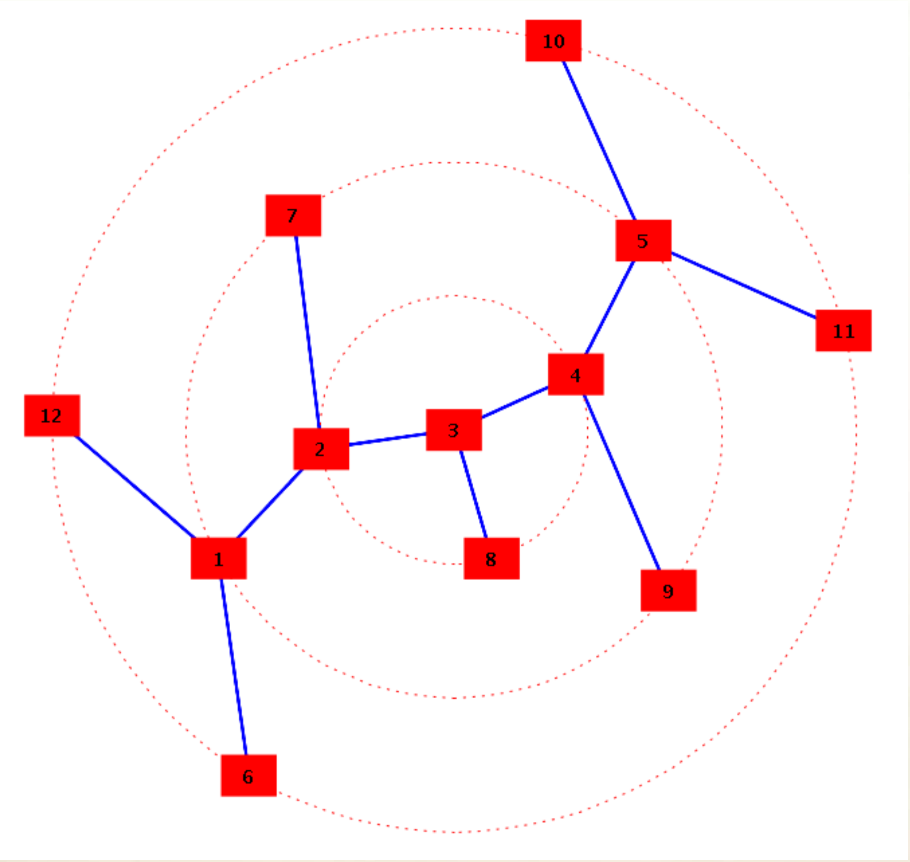
V={1,12}

E={{1,6}, {2,7}, {3,8}, {4,9}, {5,10}, {5,11}, {4,5}, {4,3}, {3,2}, {2,1}, {1,12}}

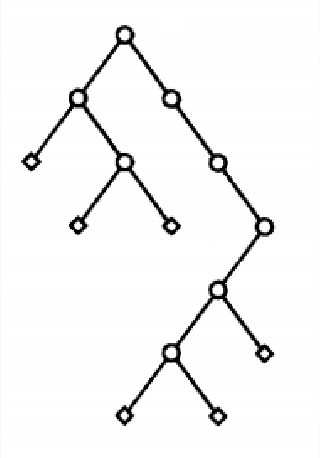
# *Medžio generavimas pagal Priuferio kodą*

$\alpha = [1,2,3,4,5,5,4,3,2,1]$

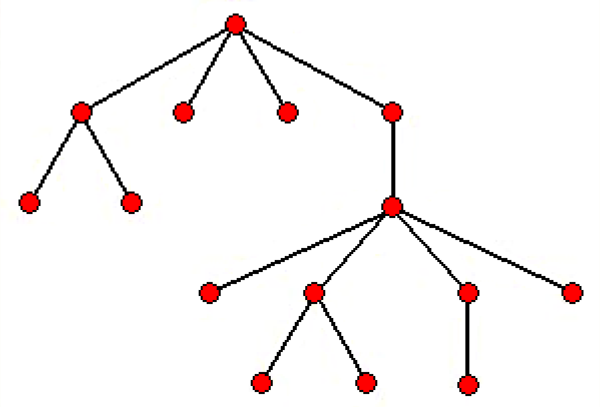
E={{1,6}, {2,7}, {3,8}, {4,9}, {5,10}, {5,11}, {4,5}, {4,3}, {3,2}, {2,1}, {1,12}}



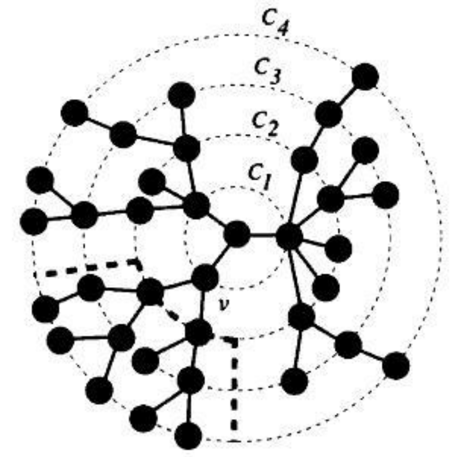
# *Medžių vizualizacijos algoritmų raida*



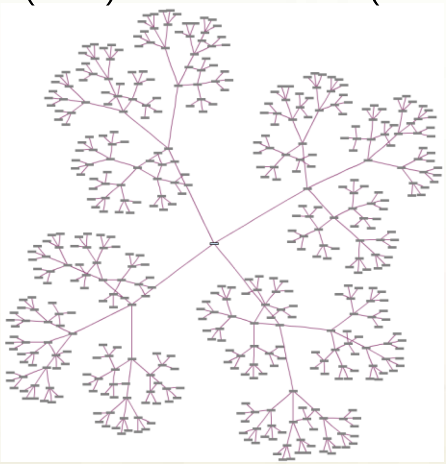
Binarieji medžiai
Wetherell ir Shannon (1979)



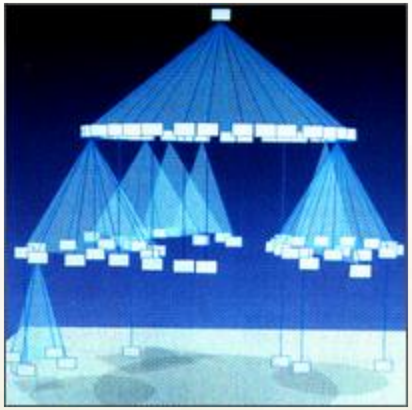
Numeruotieji medžiai
Walker (1990)




Radialinis medžių vaizdavimas
Eades (1992)



Žiediniai medžiai
Melancon ir Herman (1998)



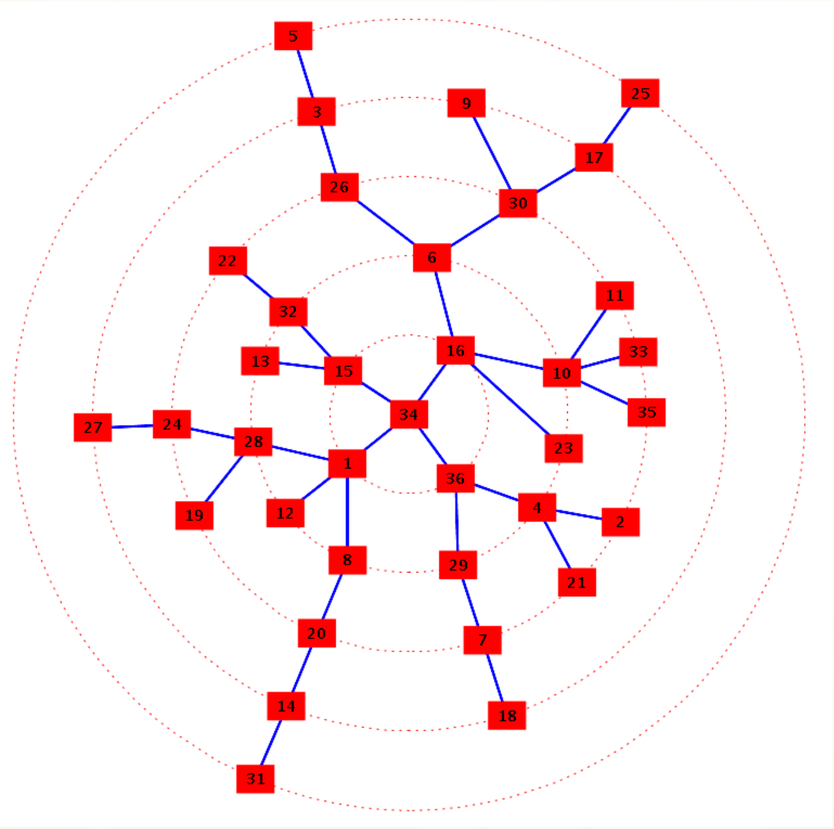
Kūginiai medžiai
Robertson (1991)

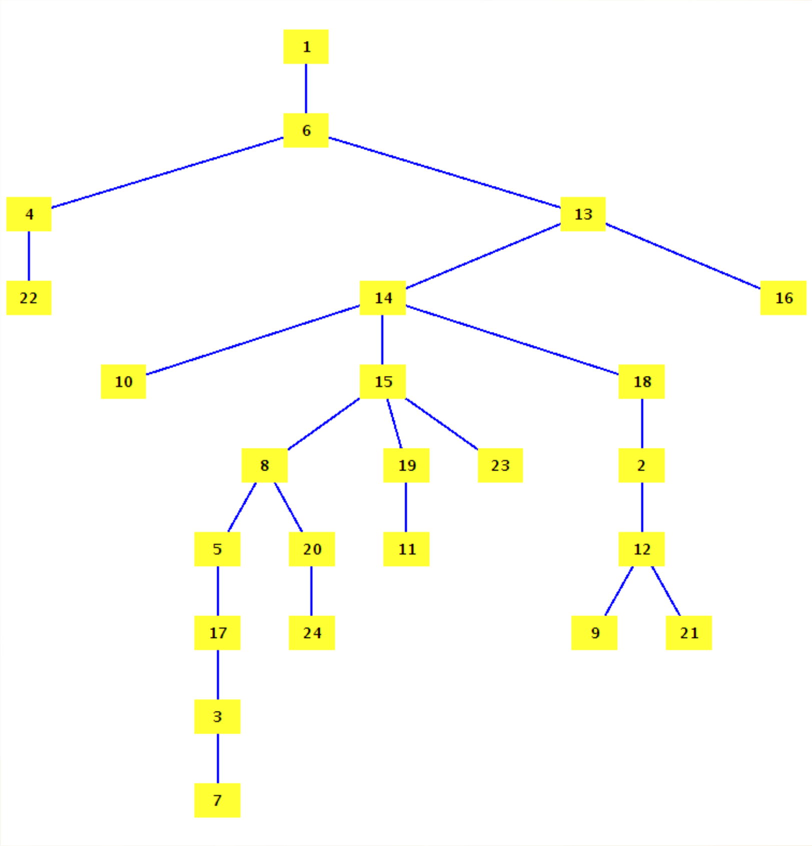
# *Estetiniai reikalavimai medžių vizualizacijai*

(remiantis *Di Battista et al. (1994), Section 2.1.2, Aesthetics, pp. 14–16.*)

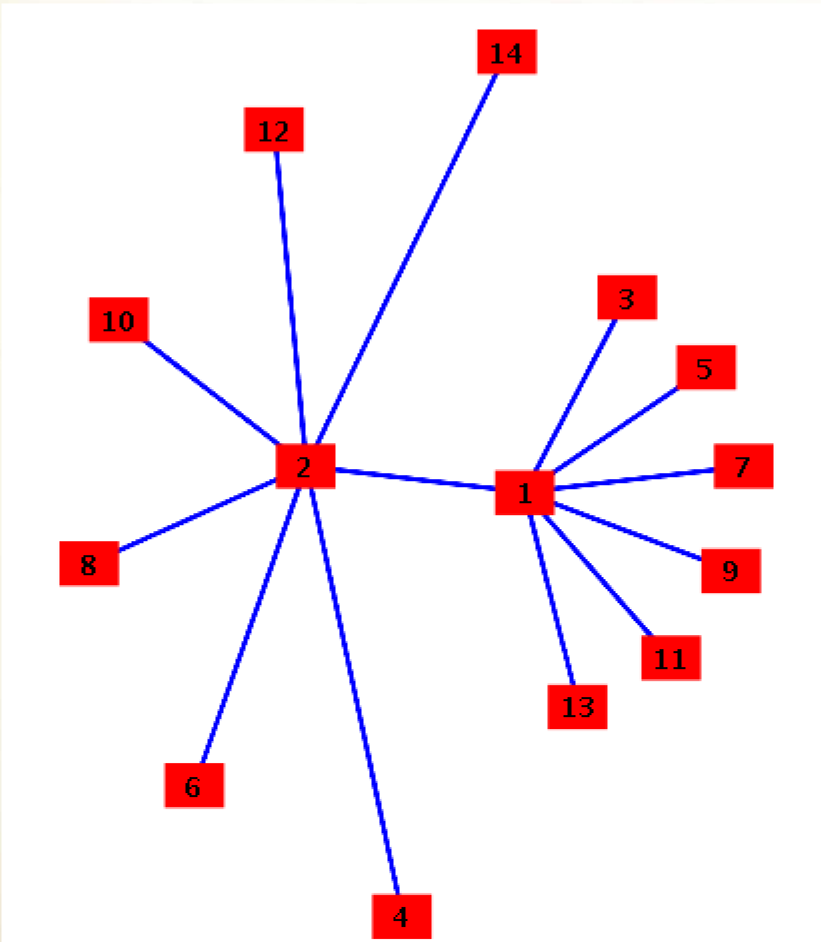
1) Minimalus briaunų susikirtimų skaičius
2) Tolygus viršūnių pasiskirstymas
3) Maža grafo briaunų ilgių imties dispersija
4) Simetrinis grafo vaizdavimas (jei yra galimybė)

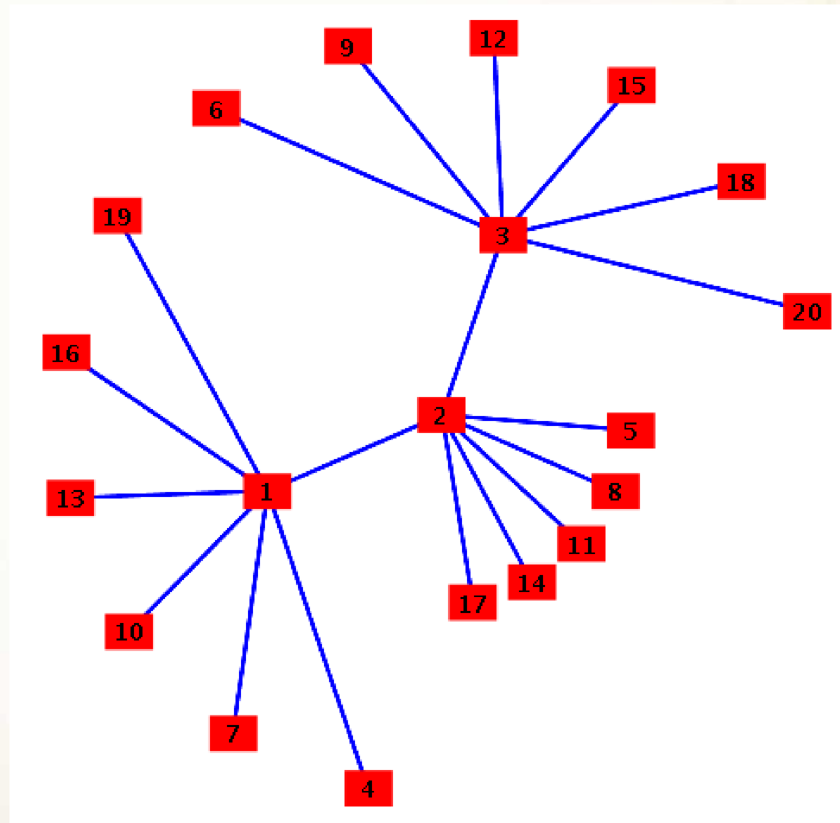
# *Radialinis ir hierarchinis medžių vaizdavimas*



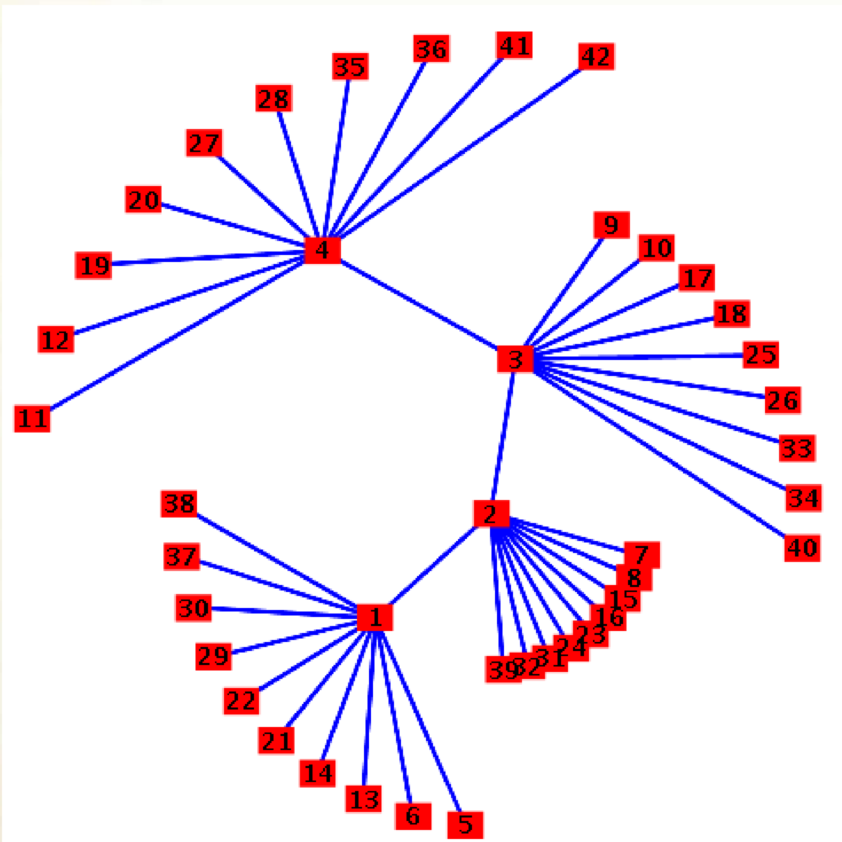



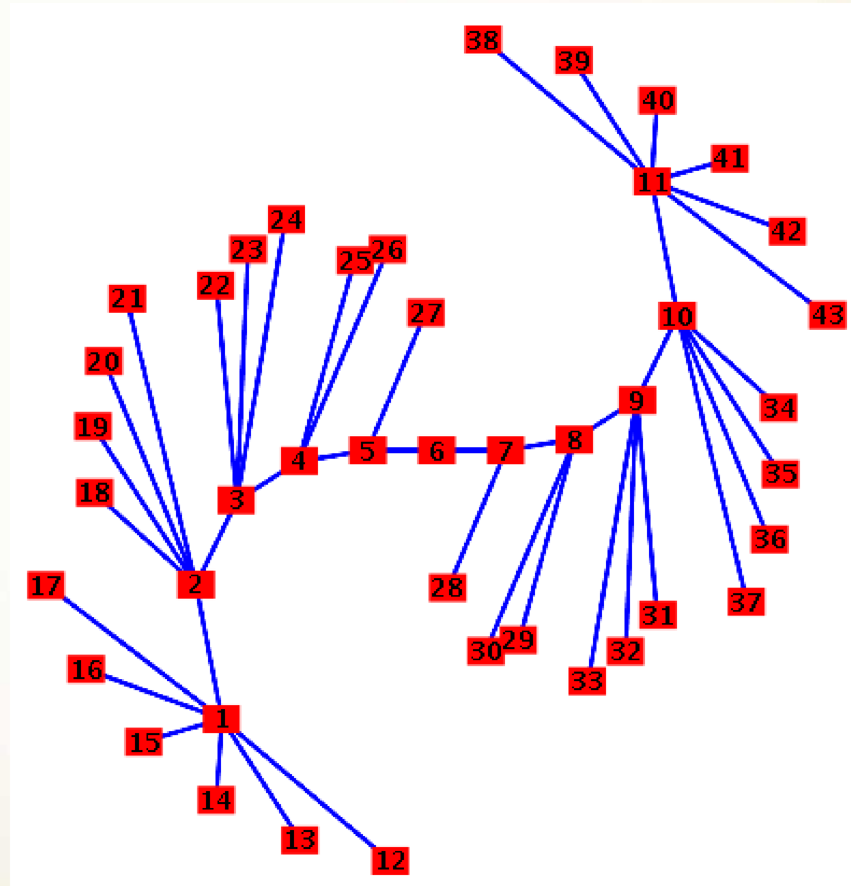
# Radialiniu būdu pavaizduoti medžiai pagal ciklinius Priuferio kodus



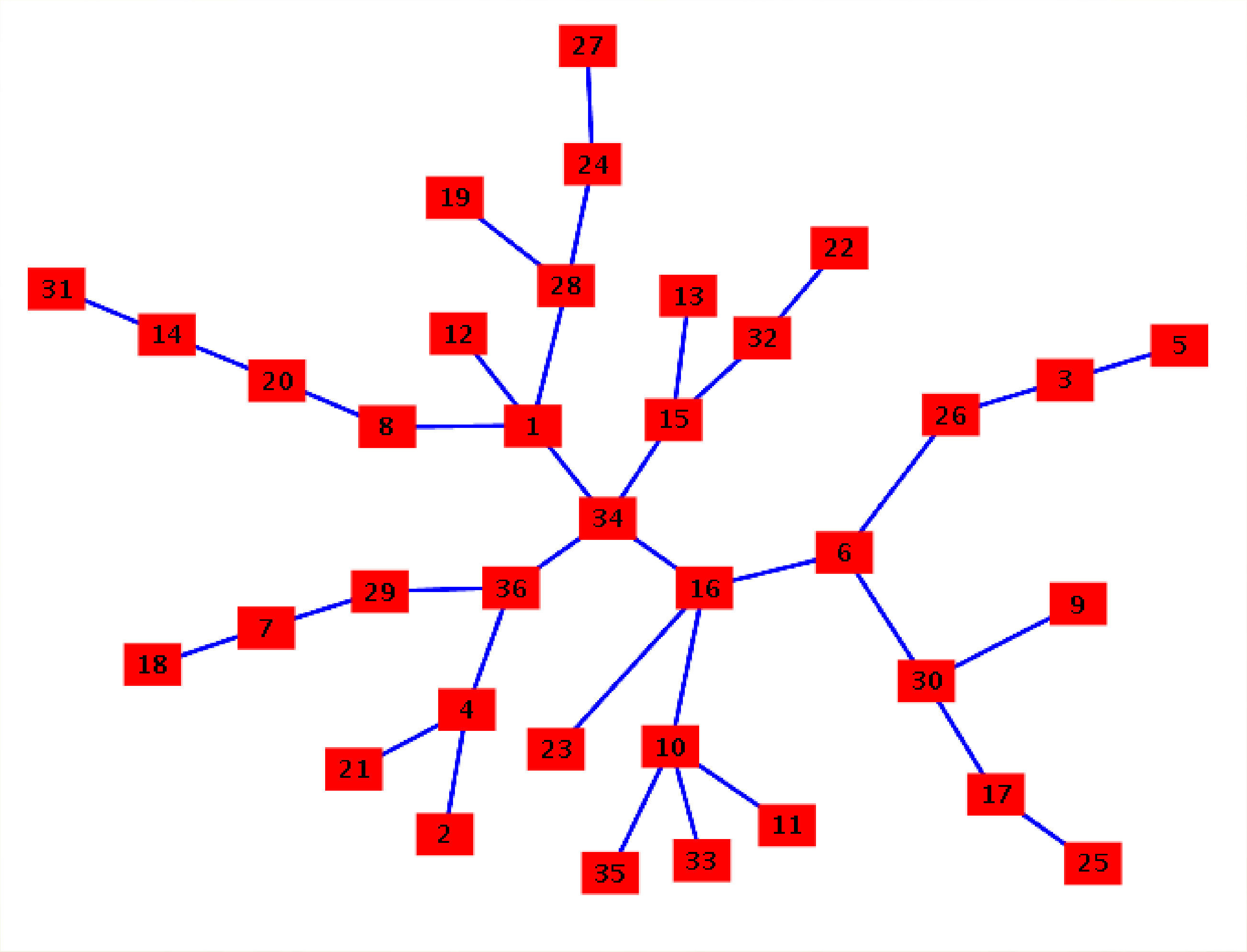



# *Radialiniu būdu pavaizduoti medžiai pagal ciklinius Priuferio kodus*



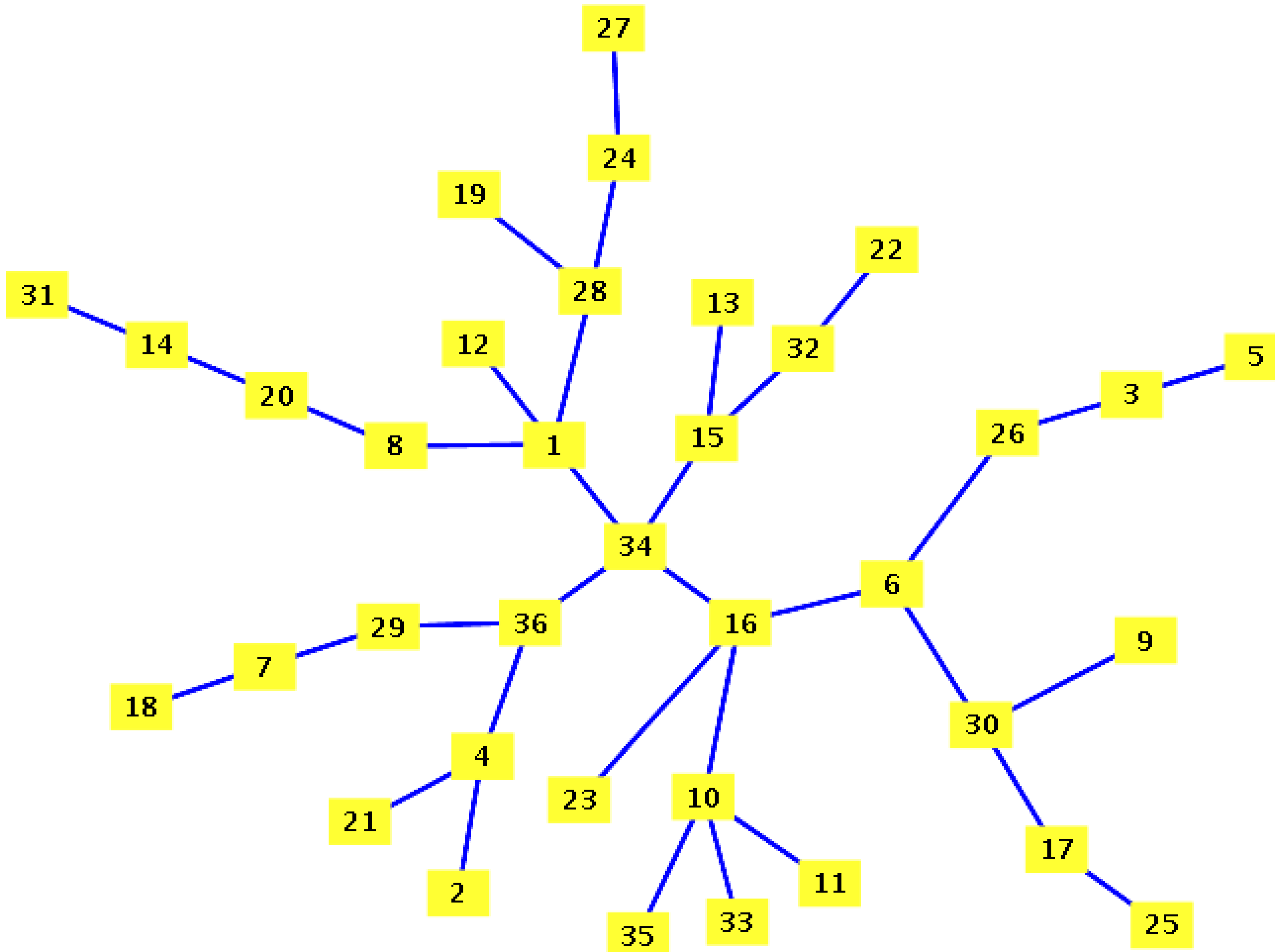
# *Medžio centro ir ilgiausių takų paieška*

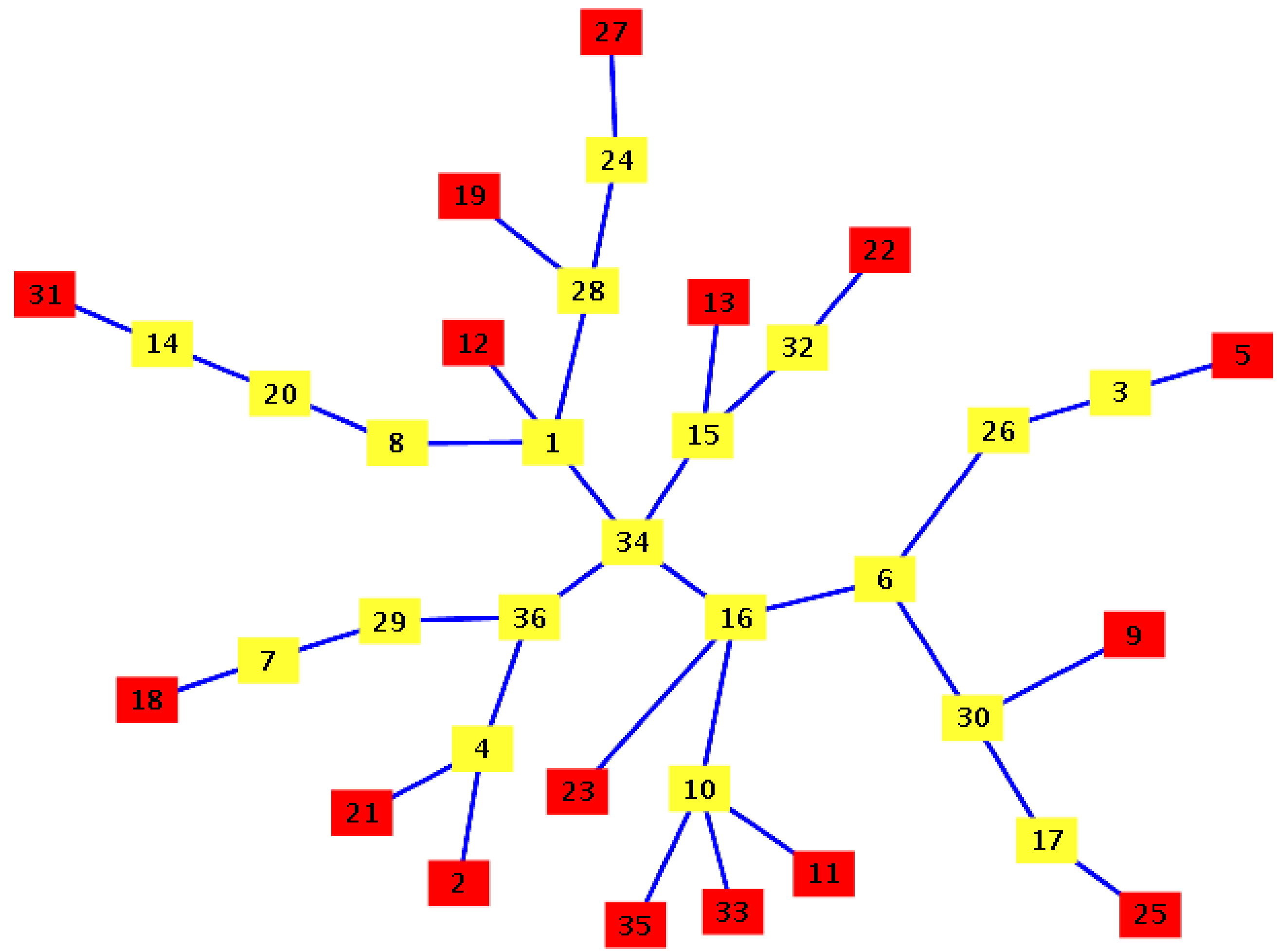


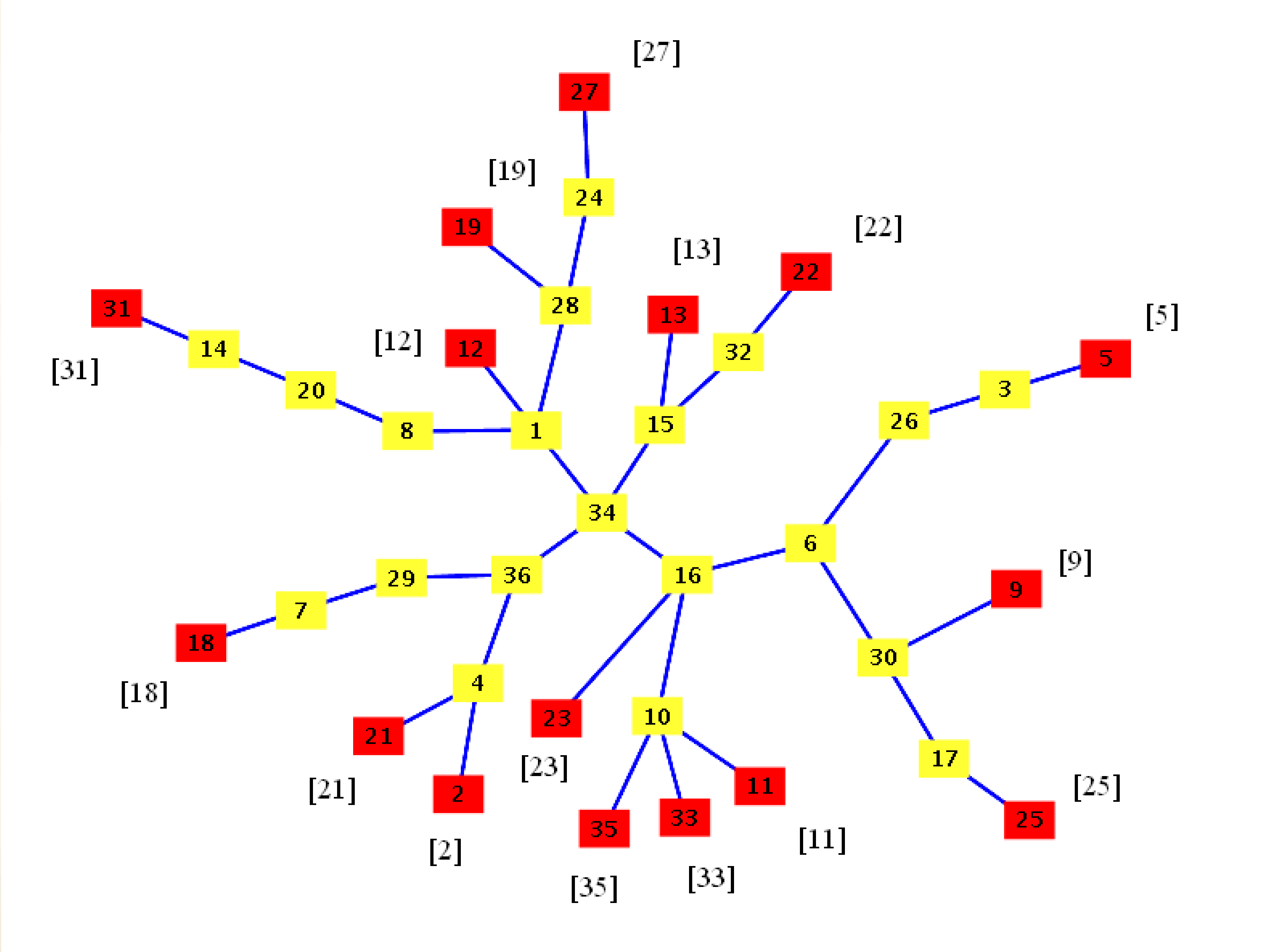

$Takas_1$ = [31, 14, 20, 8, 1, 34, 16, 6, 26, 3, 5]

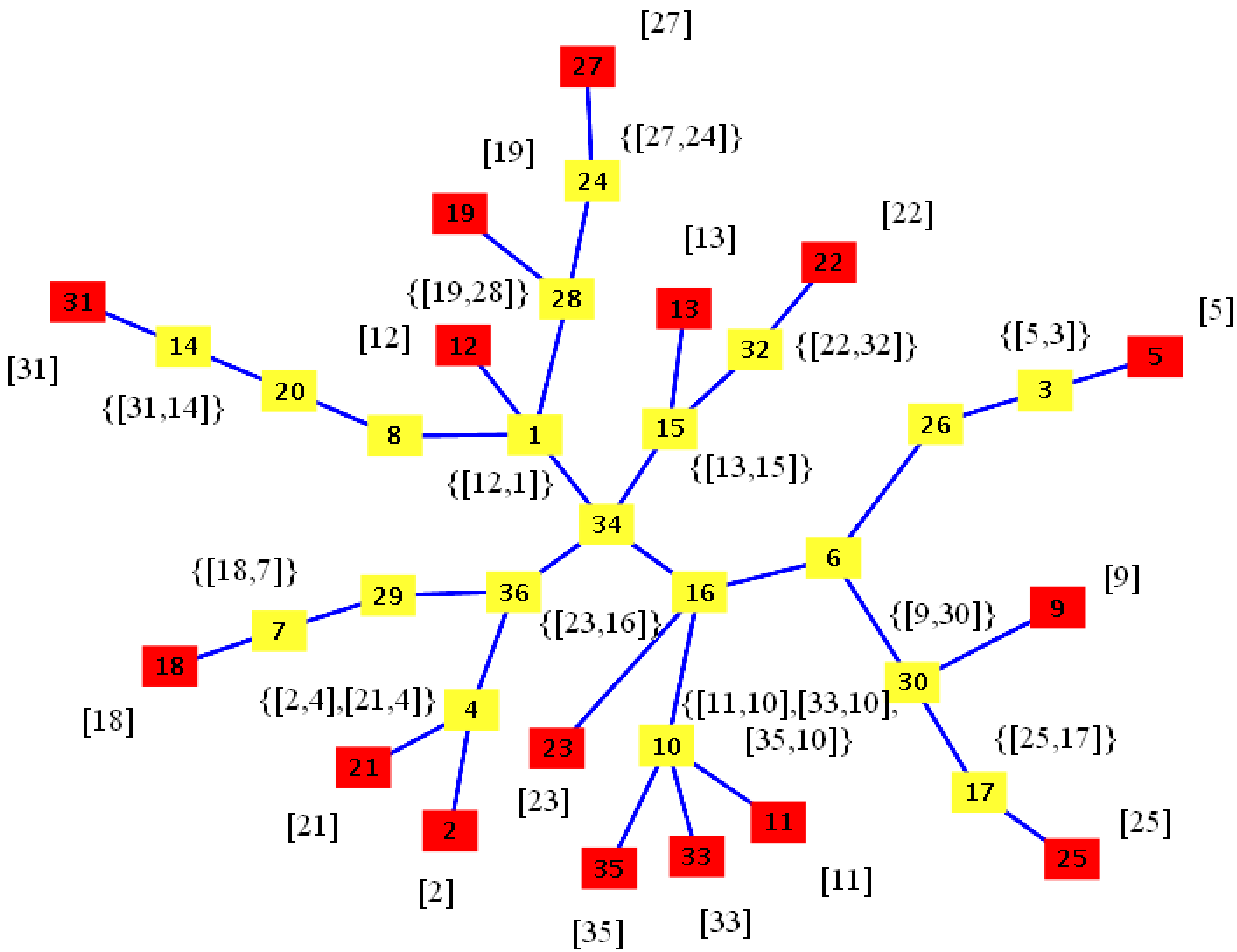
$Takas_2$ = [31, 14, 20, 8, 1, 34, 16, 6, 30, 17, 25]

Centras = [34]

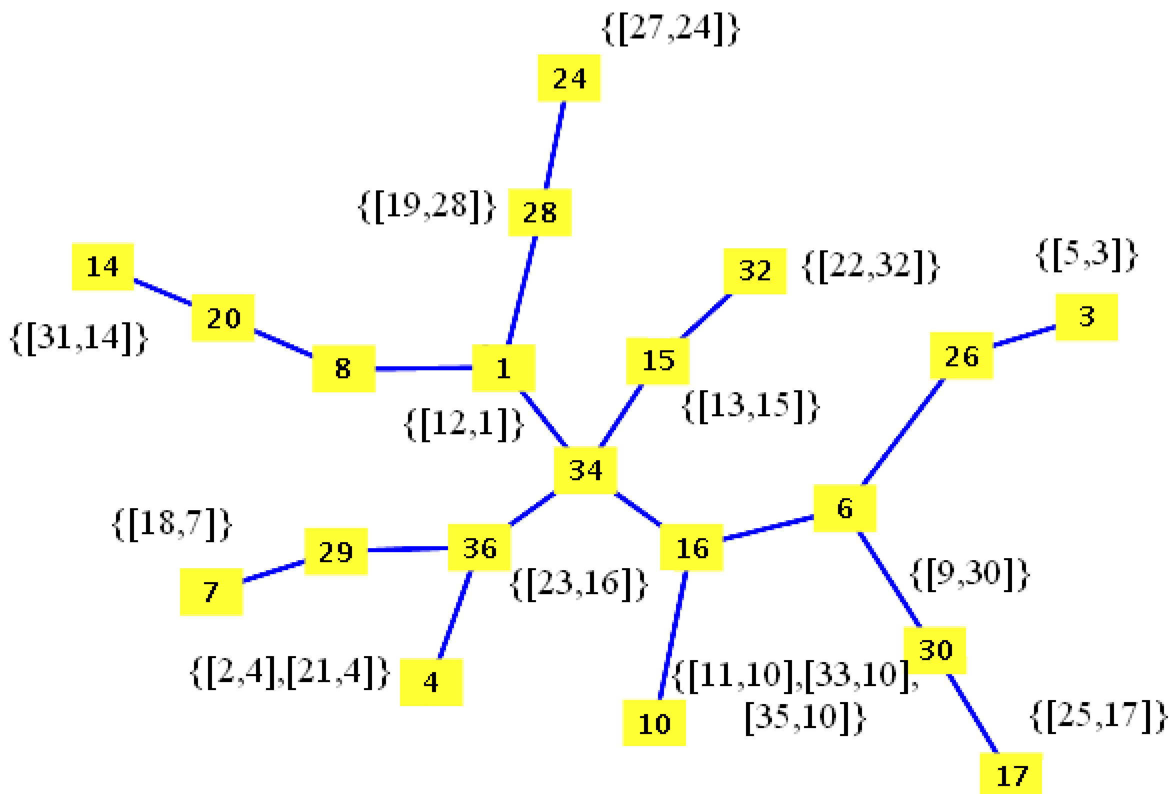

27
24
19
28
31
22
13
12
32
14
5
3
20
26
8
1
15
34
6
29
36
16
9
7
18
30
4
23
10
21
17
11
2
33
35
25

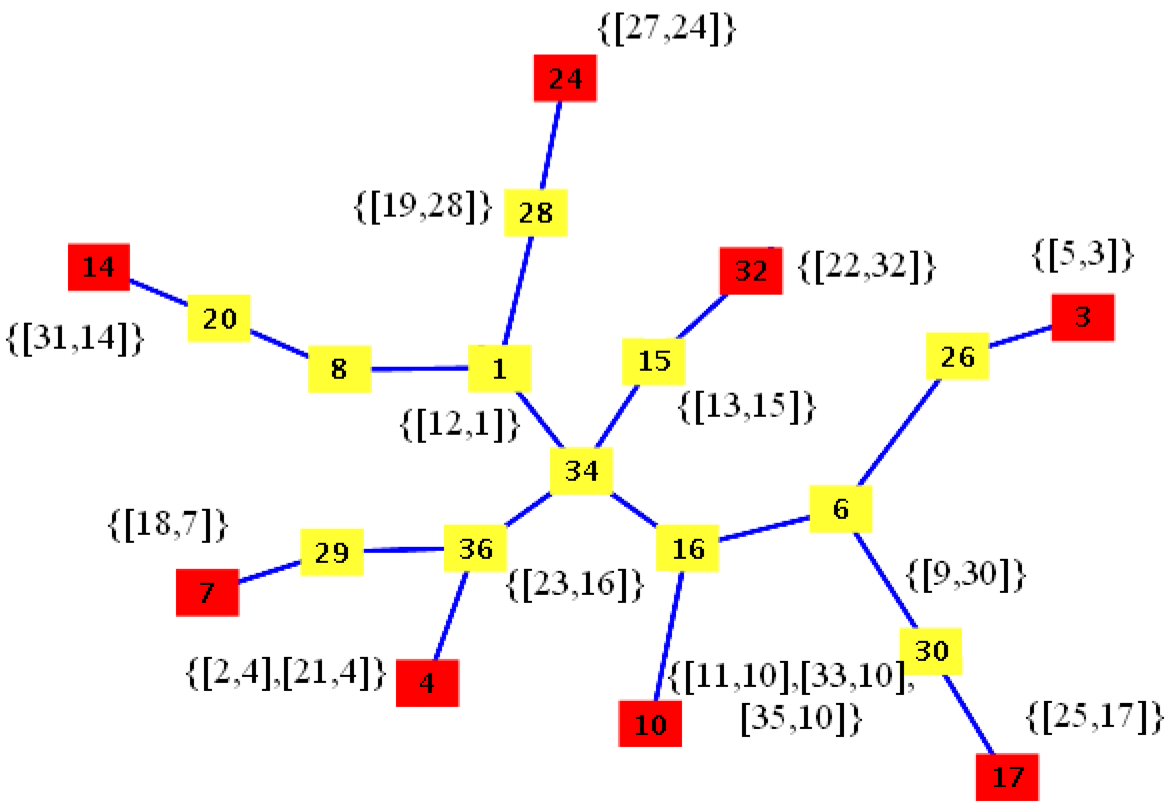

27
24
19
28
22
31
13
14
12
32
5
3
20
26
8
1
15
34
6
16
36
29
9
7
18
30
4
21
23
10
17
2
11
35
33
25


[27]
27
[19]
24
19
[22]
[13]
22
28
31
13
[5]
14
[12]
12
32
5
[31]
20
3
26
8
1
15
34
6
[9]
29
36
16
9
7
18
30
4
[18]
23
10
21
17
[23]
11
[25]
[21]
2
35
33
25
[2]
[11]
[35]
[33]

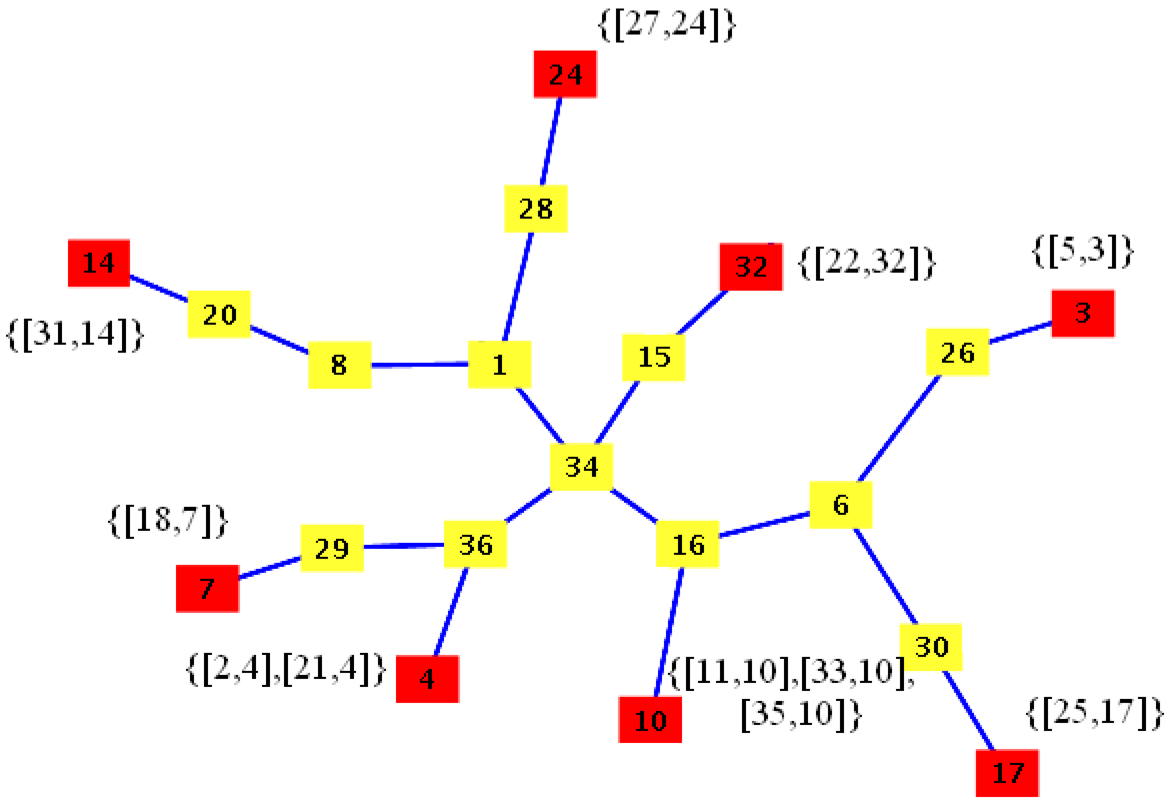


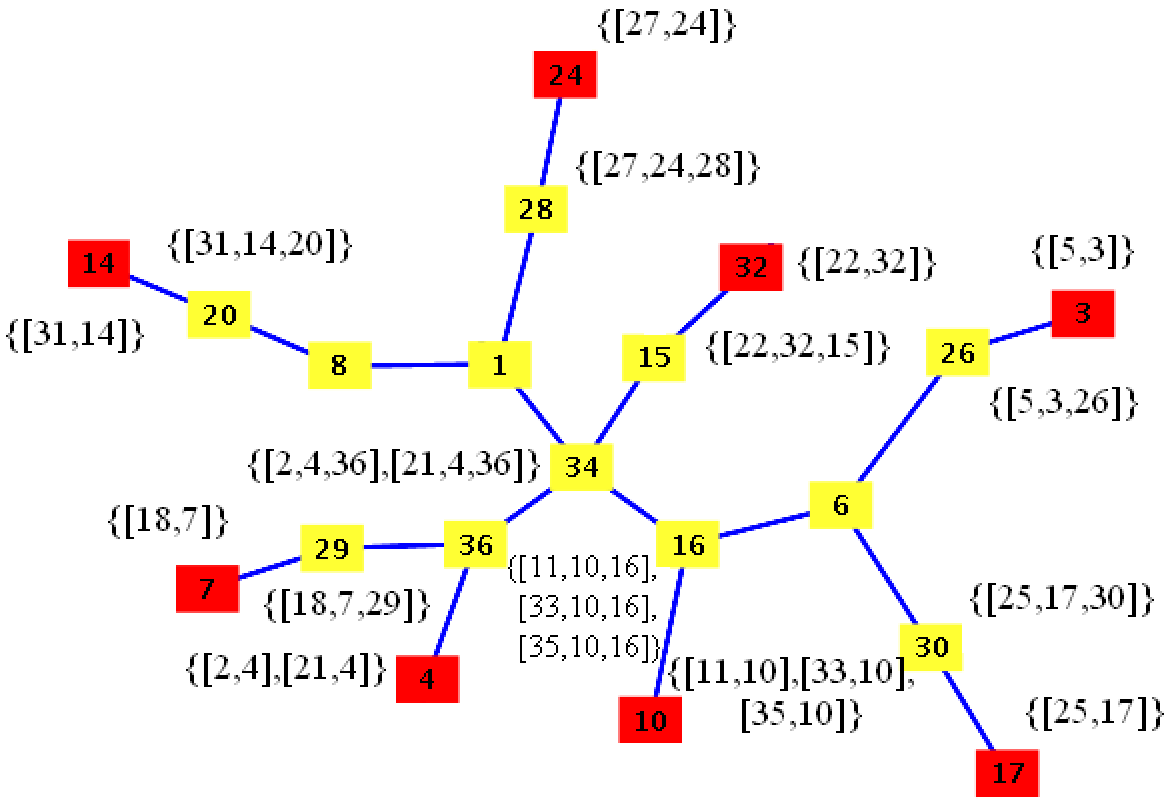
[27]
27
{[27,24]}
[19]
24
19
[13]
[22]
22
{[19,28]}
28
13
[5]
31
14
[12]
12
32
{[22,32]}
{[5,3]}
5
[31]
3
20
26
{[31,14]}
8
1
15
{[12,1]}
{[13,15]}
34
6
{[18,7]}
29
36
16
[9]
{[23,16]}
{[9,30]}
9
7
18
{[2,4],[21,4]}
4
{[11,10],[33,10],
[35,10]}
30
[18]
23
10
{[25,17]}
21
17
[23]
11
[21]
2
[25]
35
33
25
[11]
[2]
[35]
[33]


{[27,24]}
24
{[19,28]}
28
14
32
{[22,32]}
{[5,3]}
20
3
26
{[31,14]}
8
1
15
{[12,1]}
{[13,15]}
34
6
{[18,7]}
29
36
16
7
{[23,16]}
{[9,30]}
30
{[2,4],[21,4]}
4
{[11,10],[33,10],
[35,10]}
10
{[25,17]}
17

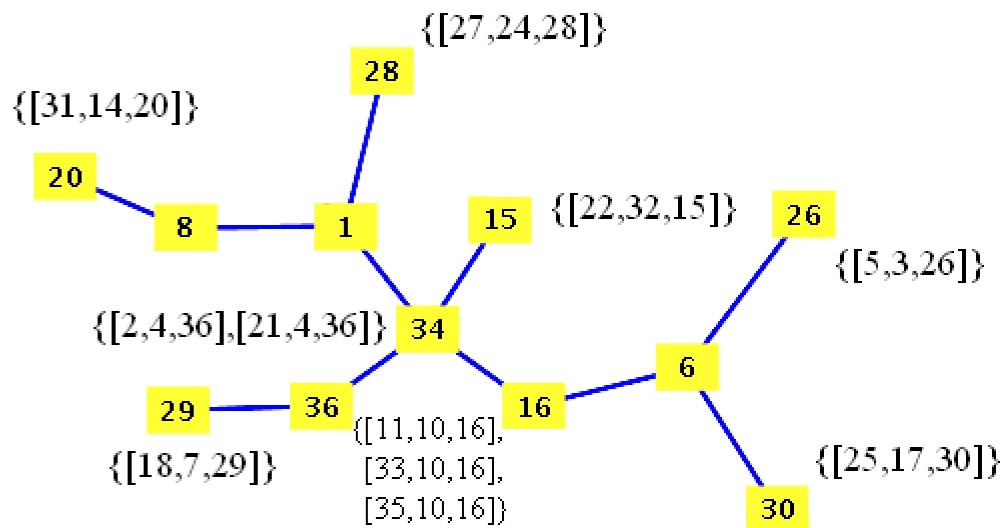


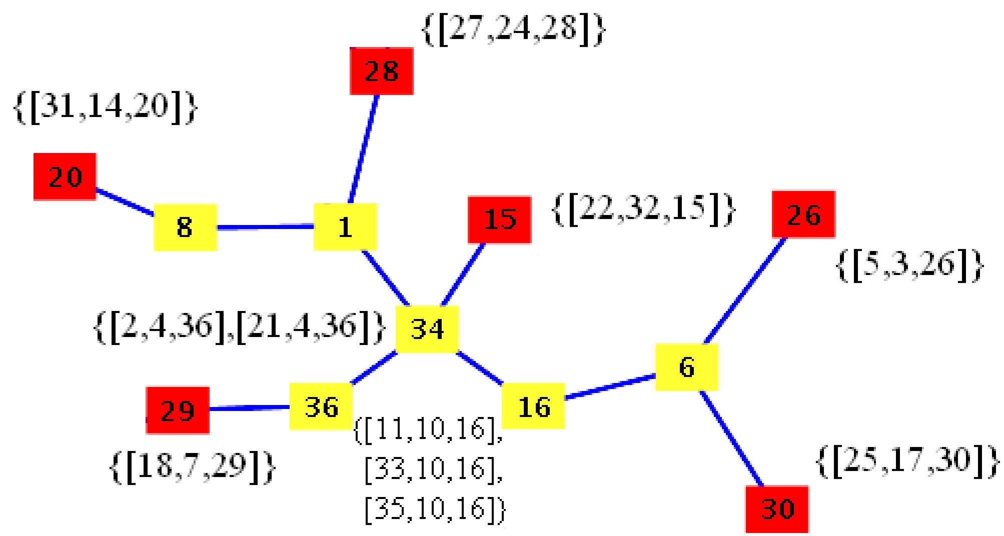
{[27,24]}
24
{[19,28]}
28
14
32
{[22,32]}
{[5,3]}
20
3
{[31,14]}
26
8
1
15
{[13,15]}
{[12,1]}
34
6
{[18,7]}
29
36
16
{[9,30]}
7
{[23,16]}
30
{[2,4],[21,4]}
4
{[11,10],[33,10],
[35,10]}
10
{[25,17]}
17

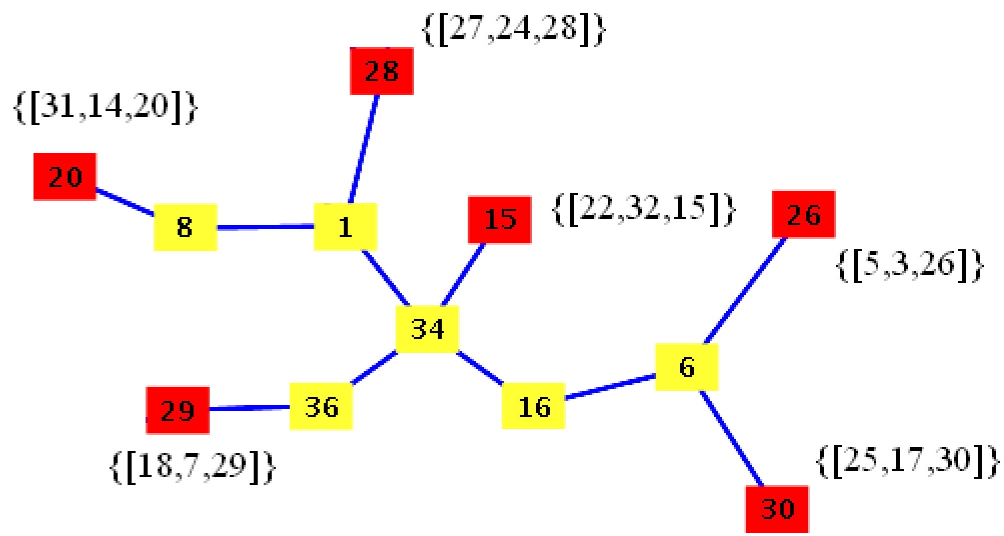

{[27,24]}
24
28
14
32
{[22,32]}
{[5,3]}
20
3
{[31,14]}
26
8
1
15
34
6
{[18,7]}
29
36
16
7
30
{[2,4],[21,4]}
4
{[11,10],[33,10],
[35,10]}
10
{[25,17]}
17

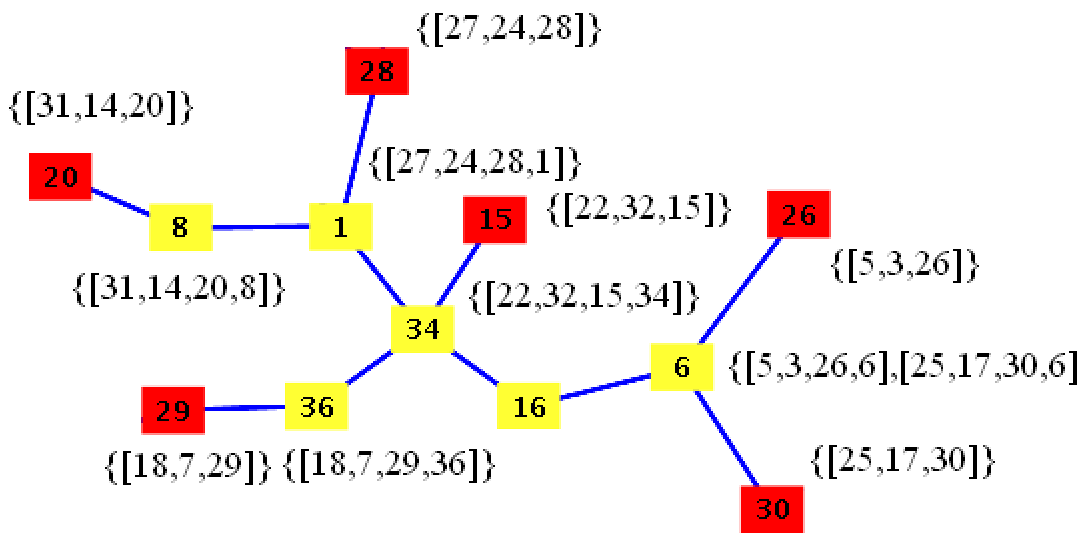


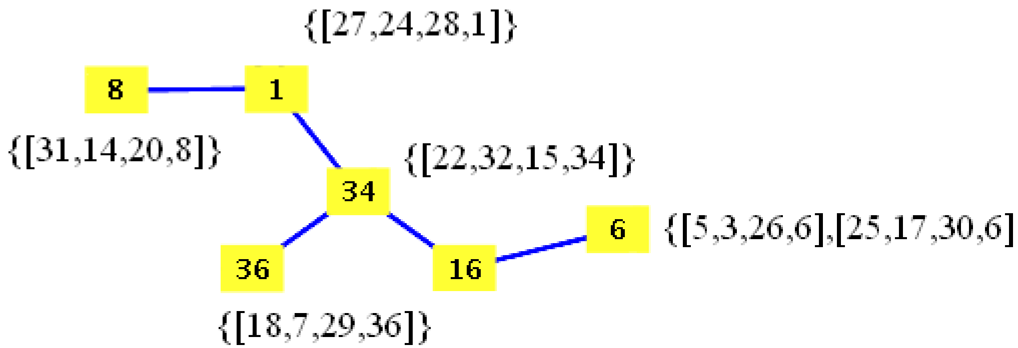
{[27,24]}
24
{[27,24,28]}
28
{[31,14,20]}
14
20
{[31,14]}
8
1
32
{[22,32]}
{[5,3]}
3
15
{[22,32,15]}
26
{[5,3,26]}
{[2,4,36],[21,4,36]}
34
6
{[18,7]}
29
36
16
7
{[11,10,16],
[33,10,16],
[35,10,16]}
{[18,7,29]}
{[25,17,30]}
30
{[2,4],[21,4]}
4
{[11,10],[33,10],
[35,10]}
10
{[25,17]}
17

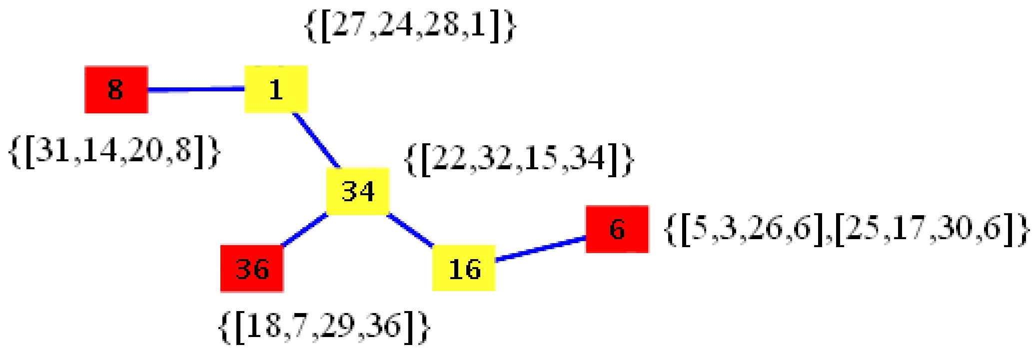

{[27,24,28]}
28
{[31,14,20]}
20
8
1
15
{[22,32,15]}
26
{[5,3,26]}
{[2,4,36],[21,4,36]}
34
6
29
36
16
{[11,10,16],
[33,10,16],
[35,10,16]}
{[18,7,29]}
{[25,17,30]}
30

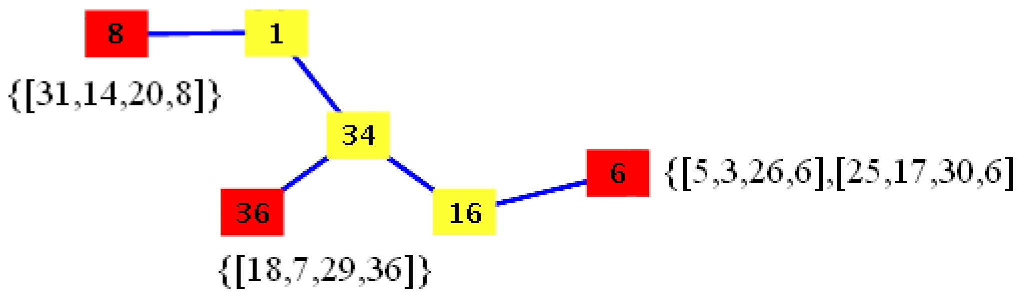

{[27,24,28]}
28
{[31,14,20]}
20
8
1
15
{[22,32,15]}
26
{[5,3,26]}
{[2,4,36],[21,4,36]}
34
6
29
36
16
{[11,10,16],
[33,10,16],
[35,10,16]}
{[18,7,29]}
{[25,17,30]}
30

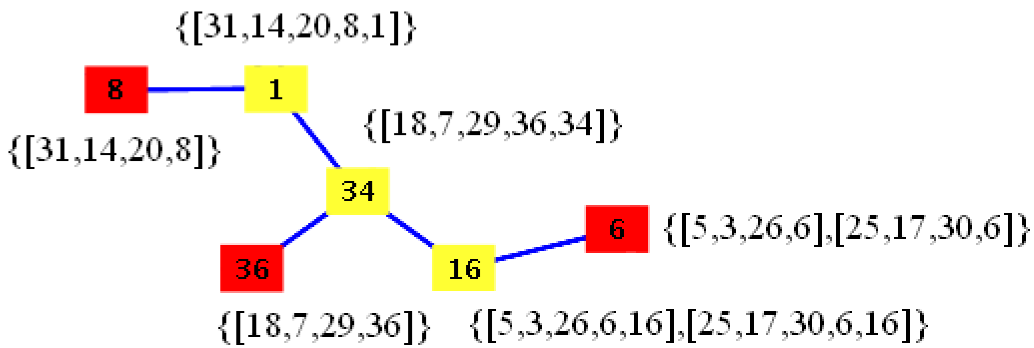

{[27,24,28]}
28
{[31,14,20]}
20
8
1
15
{[22,32,15]}
26
{[5,3,26]}
34
6
29
36
16
{[18,7,29]}
{[25,17,30]}
30

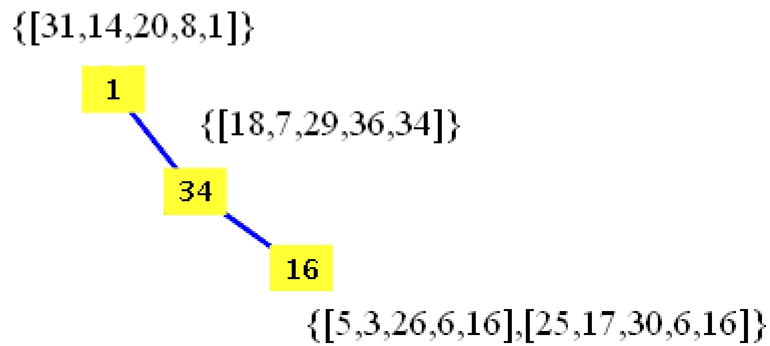

{[27,24,28]}
28
{[31,14,20]}
{[27,24,28,1]}
20
15
{[22,32,15]}
26
8
1
{[5,3,26]}
{[31,14,20,8]}
{[22,32,15,34]}
34
6
{[5,3,26,6],[25,17,30,6]}
29
36
16
{[25,17,30]}
{[18,7,29]}
{[18,7,29,36]}
30

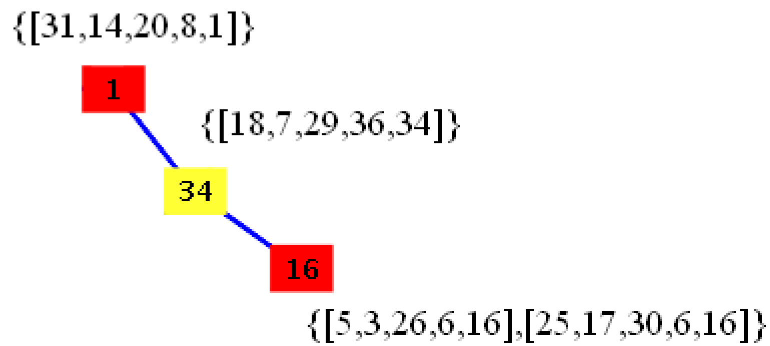

{[27,24,28,1]}
8
1
{[31,14,20,8]}
{[22,32,15,34]}
34
6
{[5,3,26,6],[25,17,30,6]}
36
16
{[18,7,29,36]}

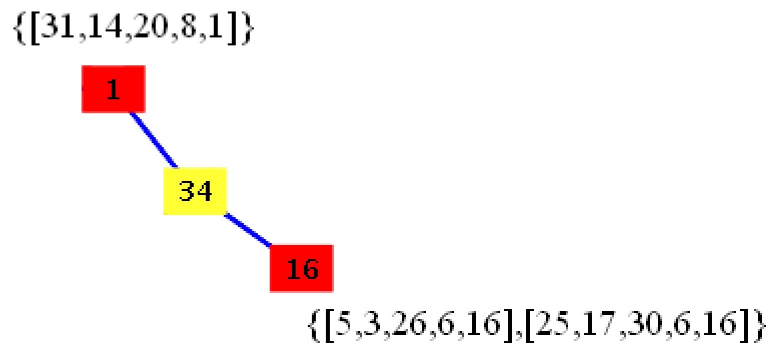

{[27,24,28,1]}
8
1
{[31,14,20,8]}
{[22,32,15,34]}
34
6
{[5,3,26,6],[25,17,30,6]}
36
16
{[18,7,29,36]}


8
1
{[31,14,20,8]}
34
6
{[5,3,26,6],[25,17,30,6]}
36
16
{[18,7,29,36]}


{[31,14,20,8,1]}
8
1
{[18,7,29,36,34]}
{[31,14,20,8]}
34
6
{[5,3,26,6],[25,17,30,6]}
36
16
{[18,7,29,36]}
{[5,3,26,6,16],[25,17,30,6,16]}

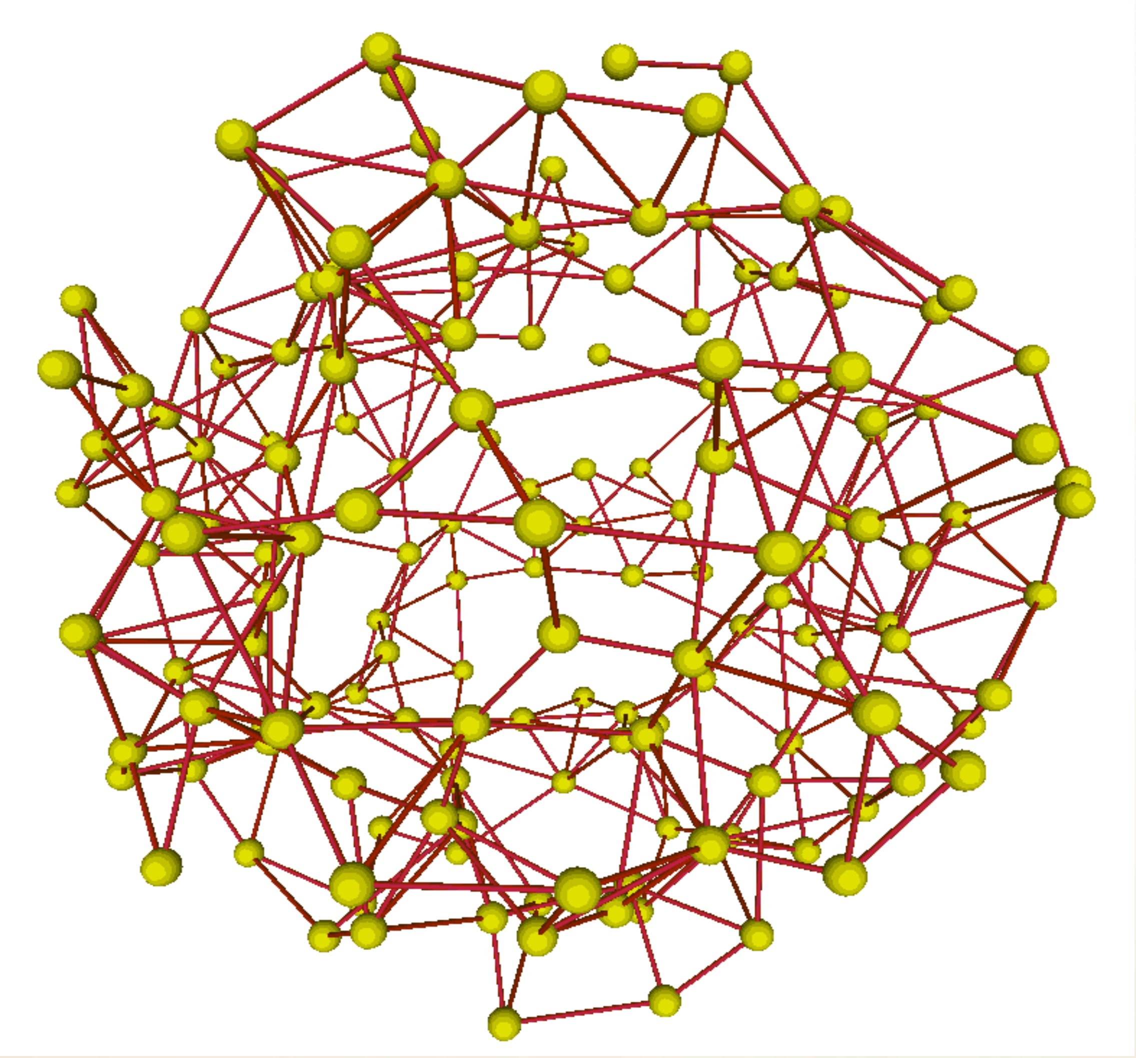

{[31,14,20,8,1]}
1
{[18,7,29,36,34]}
34
16
{[5,3,26,6,16],[25,17,30,6,16]}


{[31,14,20,8,1]}
1
{[18,7,29,36,34]}
34
16
{[5,3,26,6,16],[25,17,30,6,16]}

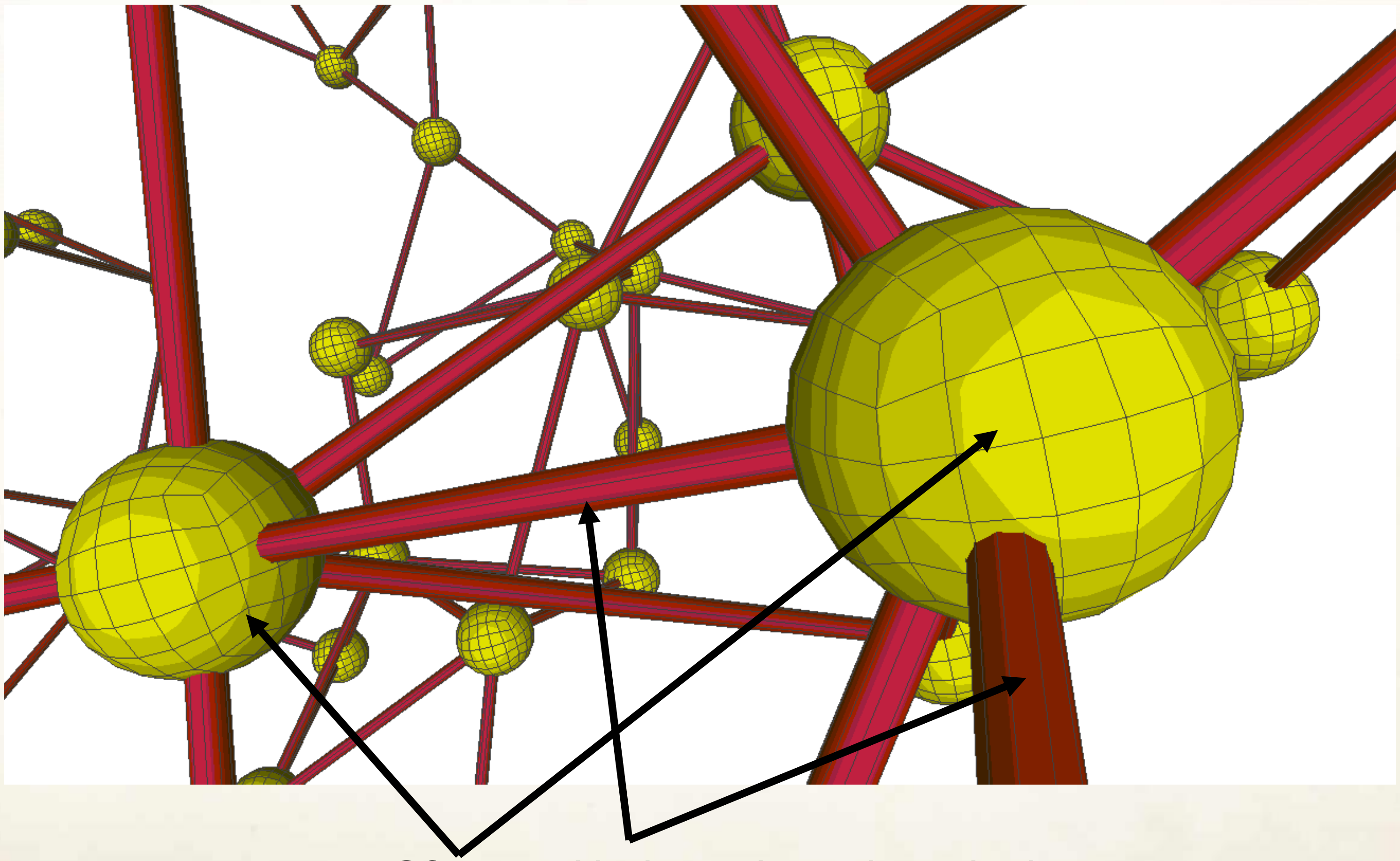



$Takas_1$ = [31, 14, 20, 8, 1, 34, 16, 6, 26, 3, 5]
$Takas_2$ = [31, 14, 20, 8, 1, 34, 16, 6, 30, 17, 25]
Centras = [34]

# Grafų vizualicazija off formatu

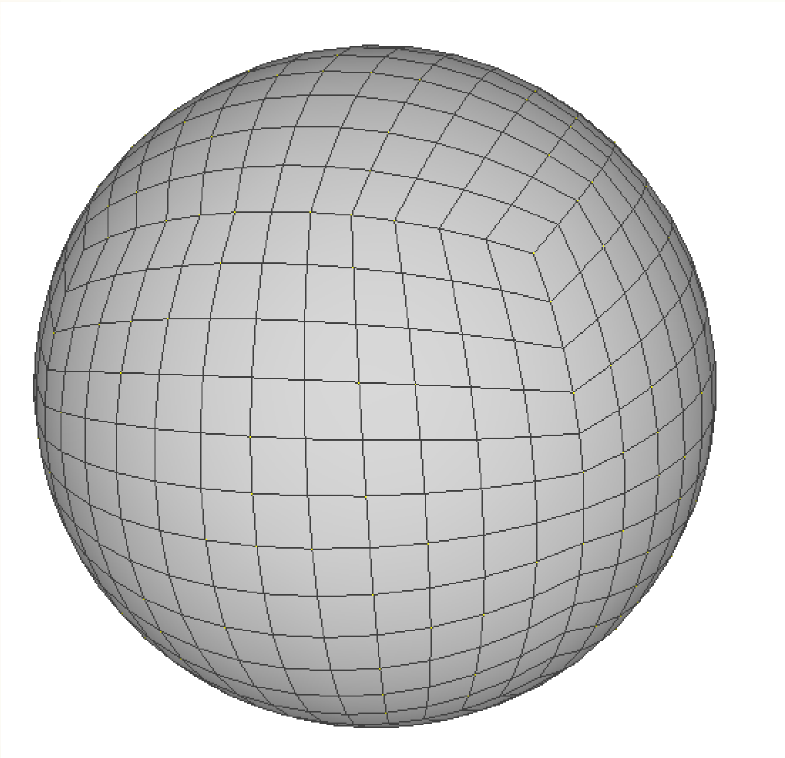


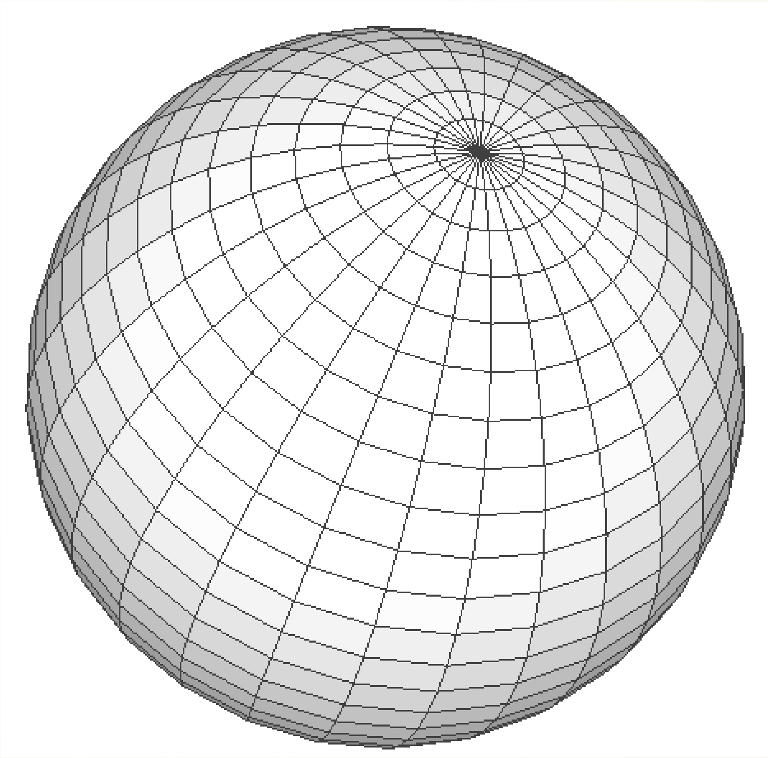
# *Grafų vizualicazija off formatu*



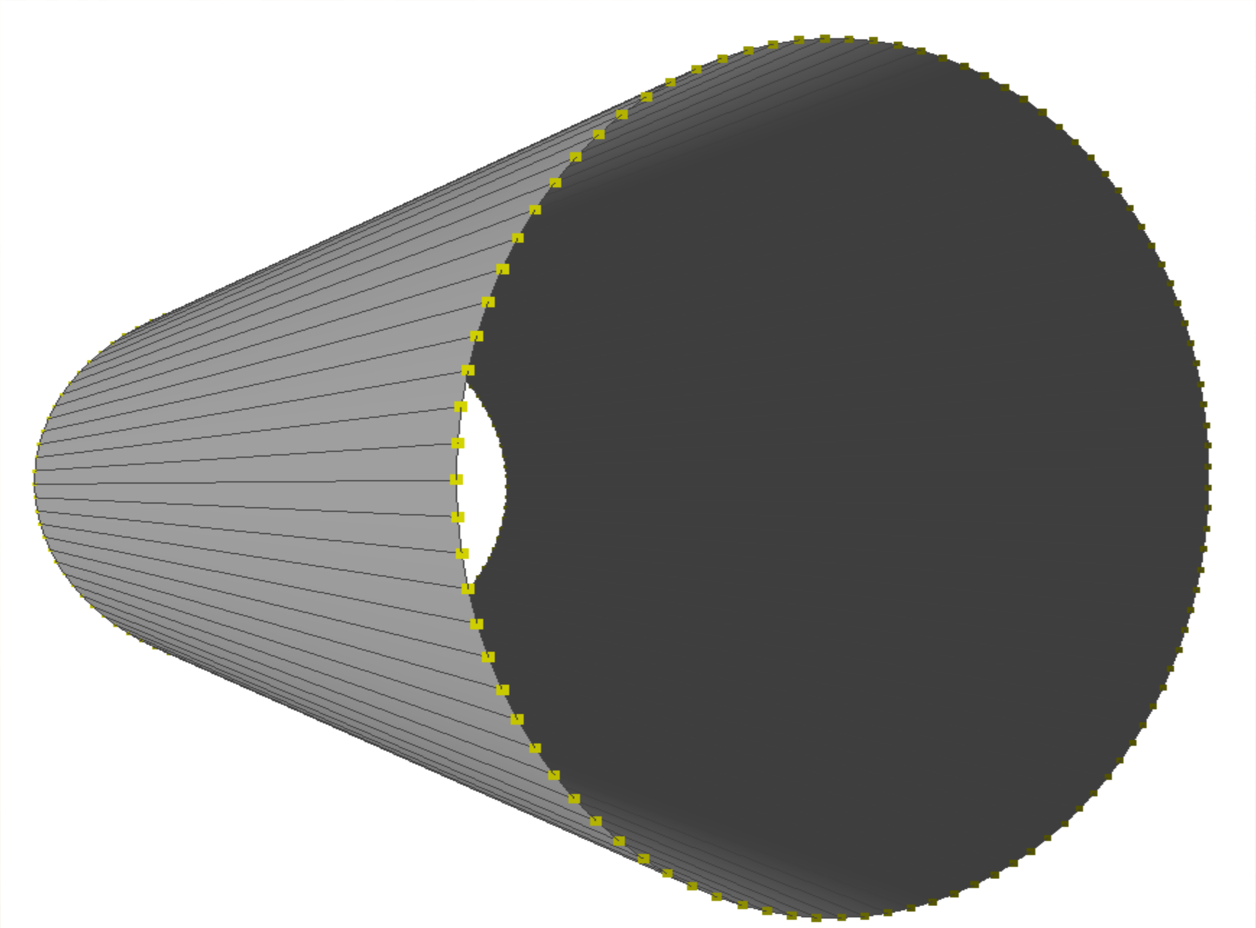
Sfera + cilindras trimatėje erdvėje

# *Sferos vizualizacija off formatu*





# Cilindro vizualizacija off formatu



***Ačiū už dėmesį.***

***Klausimai?***