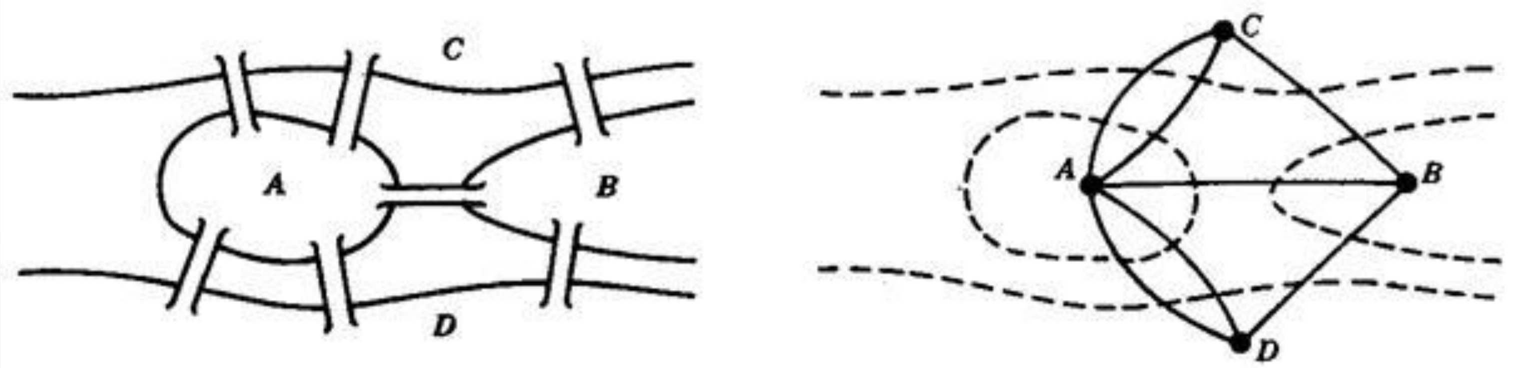
Algoritmai ir duomenų struktūros

6 paskaita

2024-03-12

6 paskaitos tikslas

- Susipažinti su grafais ir jų užrašymo būdais.
- Išanalizuoti atskirą grafų klasę – medžius.
- Susipažinti su medžių vizualizacijos algoritmais.
- Kaip būtų galima pritaikyti off formatą grafų vizualizacijai?

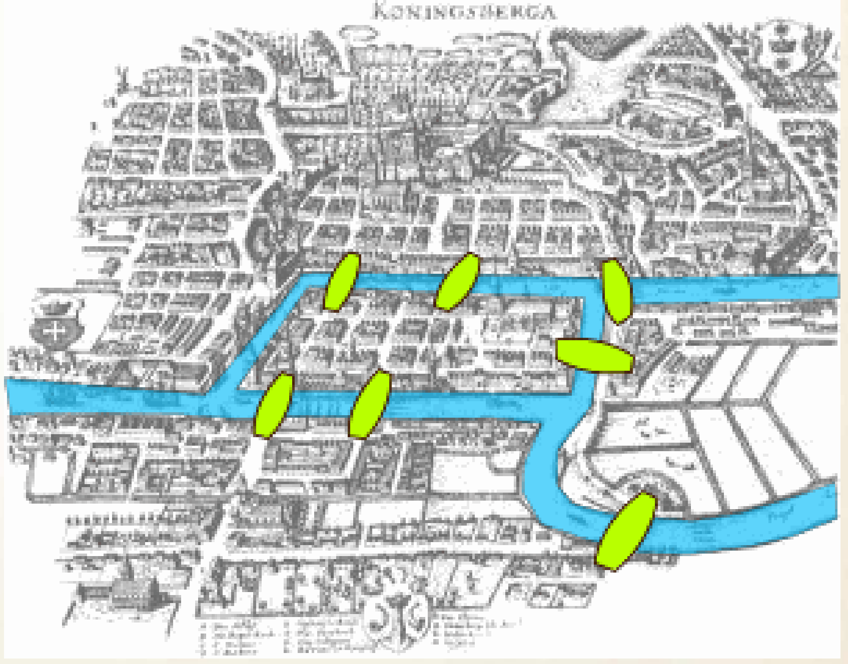


Königsberg in 1736 Euler's graphical representation

Grafų teorija

- Atskira matematikos sritis, *grafų teorija*, atsirado XVIII amžiuje.
- Šios teorijos pradininku laikomas Leonardas Oileris, kuris, vartodamas grafo sąvoką, 1736 m. pirmasis išsprendė *Septynių Karaliaučiaus tiltų* uždavinį:

Tarkime, kad Priegliaus upę galima kirsti tik pereinant kurį nors Karaliaučiaus tiltą. Ar tada įmanoma po vieną kartą pereiti septynis Karaliaučiaus tiltus?



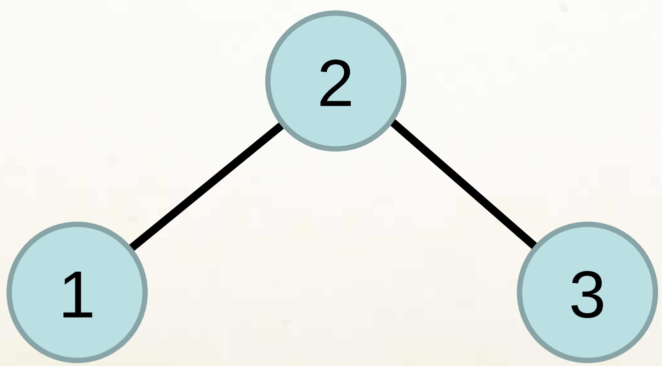
  – *Atsakymas: NE. Kodėl?*

Grafo sąvoka

- Grafu *G* vadinama viršūnių ir briaunų aibių pora *(V, E)* ir žymima

$$G = (V, E).$$

- *Pavyzdžiui,* $G = (\{1, 2, 3\}, \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\})$:



Grafo eilė ir dydis

- Grafo $G = (V, E)$ eile vadinamas jo viršūnių skaičius:

$$|V| = n.$$

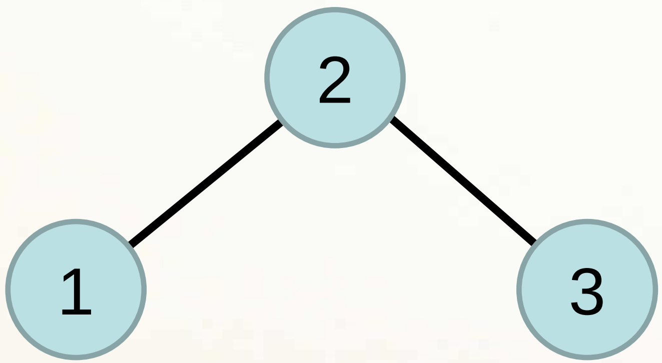
- Grafo $G = (V, E)$ didumu (dydžiu) vadinamas jo briaunų skaičius:

$$|E| = m.$$

Žymėjimas |A| parodo aibės A galią (elementų skaičių), pavyzdžiui, jei A = {2, 3, 5, 7}, tai |A| = 4.

Gretimumo ir incidentumo sąryšiai

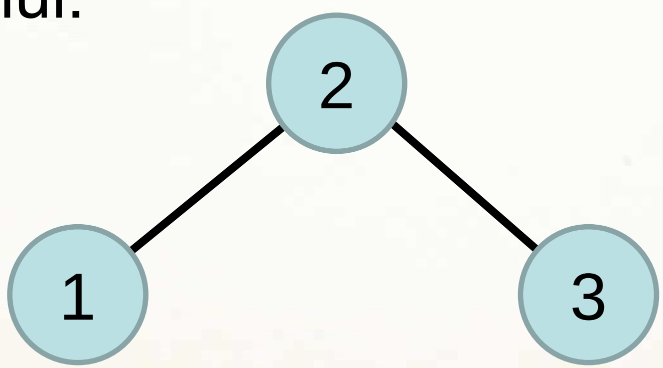
- Viršūnės grafe vadinamos gretimomis, jei jas jungia briauna.
- Gretimumo sąrašu *Adj[u]* vadinamas viršūnei $u \in V$ gretimų viršūnių sąrašas, pavyzdžiui:



Adj[1]=2, Adj[2]=[1,3], Adj[3]=[2].

Gretimumo ir incidentumo sąryšiai

- Grafo *G = (V, E)* briauna žymima *uv, čia u, v* ∈ *V ir galioja sąryšis: v* ∈ *Adj[u].*
- Tokiu atveju sakoma, kad viršūnė *u* yra incidenti briaunai *uv* (analogiškai, *v* yra incidenti *uv*), pavyzdžiui:



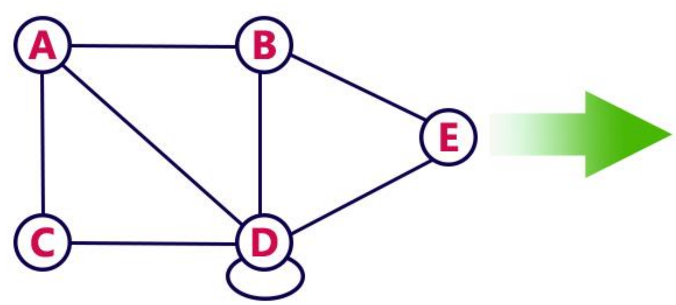
Viršūnės 1 ir 2 yra incidenčios briaunai {1,2}.

- Pastaba: briauna *vv, v* ∈ *V* vadinama kilpa.

Grafo užrašymas gretimumo matrica

- Grafas *G = (V, E)* užrašomas kvadratine *n × n* gretimumo matrica $A = (a_{ij})$:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{jei viršūnės } i \text{ ir } j \text{ yra gretimos,} \\ 0, \text{jei viršūnės } i \text{ ir } j \text{ nėra gretimos.} \end{cases}$$



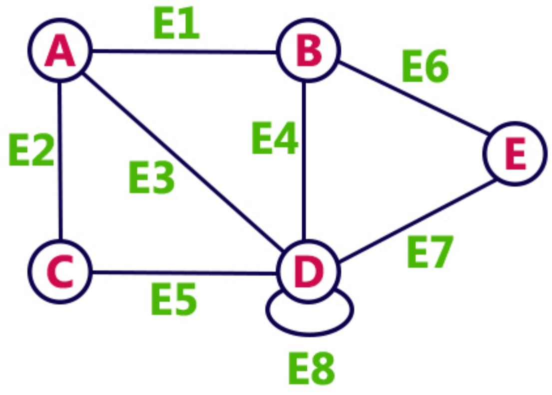
$$\begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} A & B & C & D & E \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \end{array}$$

- *Pastaba: kilpos atveju viršūnė yra gretima pati sau.*

Grafo užrašymas incidentumo matrica

- Grafas $G = (V, E)$ užrašomas $n \times m$ incidentumo matrica $B = (b_{ij})$:

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, \text{jei viršūnė } i \text{ yra incidenti briaunai } j, \\ 0, \text{jei viršūnė } i \text{ nėra incidenti briaunai } j. \end{cases}$$

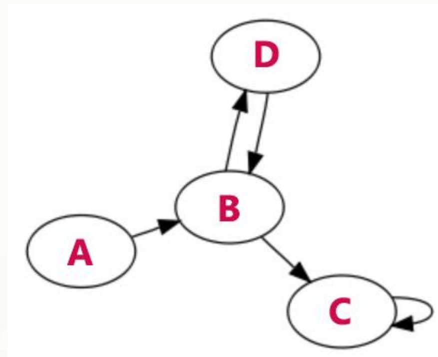


$$\begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} E1 & E2 & E3 & E4 & E5 & E6 & E7 & E8 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

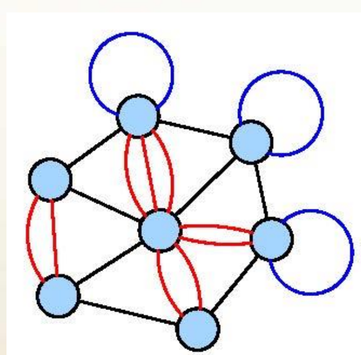
- *Pastaba: kilpos atveju tik viena viršūnė incidenti briaunai*

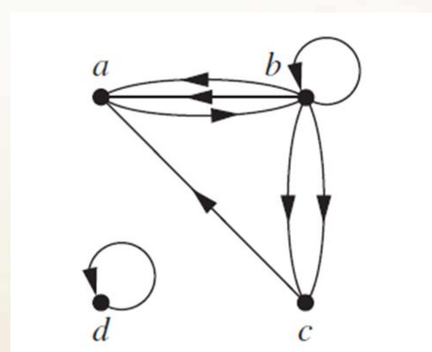
Digrafai ir multigrafai

- Digrafu vadinamas orientuotas grafas *G = (V, E), t. y. grafas, kurio briaunos turi kryptis:*



- Multigrafu vadinamas *grafas (digrafas), kurio dvi viršūnes gali jungti daugiau nei 1 briauna (tos pačios krypties briauna):*

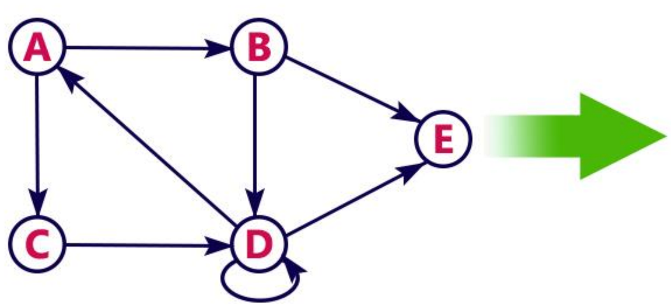




Digrafo užrašymas gretimumo matrica

- Dirafas *G = (V, E)* užrašomas kvadratine $n \times n$ gretimumo matrica $A = (a_{ij})$:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ jei briaunos kryptis iš viršūnės } i \text{ į } j, \\ 0, \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{kitu atveju.} \end{cases}$$



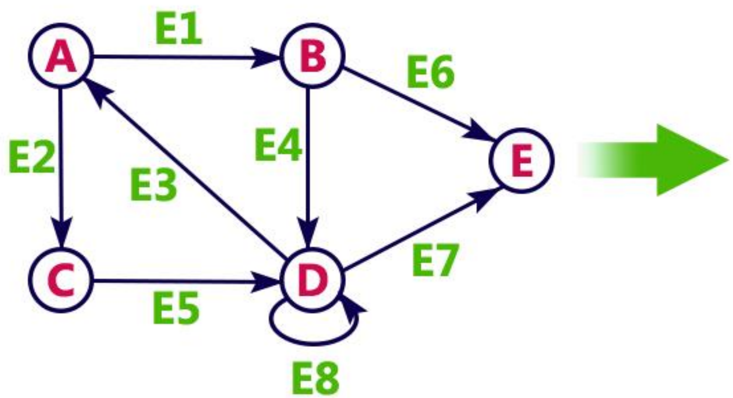
$$\begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} A & B & C & D & E \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

- *Pastaba: kilpos atveju kryptis iš viršūnės į pačia ją*

Digrafo užrašymas incidentumo matrica

- Grafas $G = (V, E)$ užrašomas $n \times m$ incidentumo matrica $B = (b_{ij})$:

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, \text{jei } i \text{ yra pradinė briaunos } j \text{ viršūnė}, \\ -1, \text{jei } i \text{ yra galinė briaunos } j \text{ viršūnė}, \\ 0, \text{jei viršūnė } i \text{ nėra incidenti briaunai } j. \end{cases}$$



$$\begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} E1 & E2 & E3 & E4 & E5 & E6 & E7 & E8 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

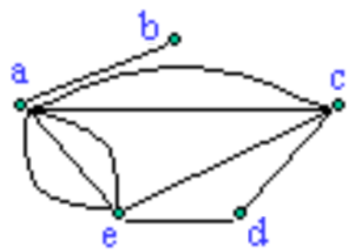
- *Pastaba: kilpos atveju tik viena viršūnė pradinė*

Multigrafo užrašymas gretimumo matrica

- Multigrafas *G = (V, E)* užrašomas kvadratine $n \times n$ gretimumo matrica $A = (a_{ij})$:

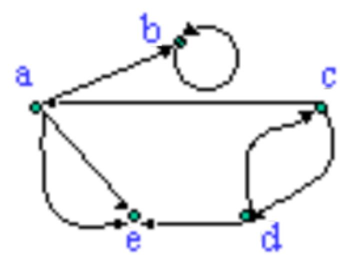
$$a_{ij} = \begin{cases} k, \text{jei per k briaunų galima patekti iš viršūnės } i \text{ į } j, \\ 0, \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{kitu atveju.} \end{cases}$$

Multigrafas:



$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} a & b & c & d & e \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Multidigrafas:



$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} a & b & c & d & e \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Multigrafo užrašymas incidentumo matrica

- Multigrafas $G = (V, E)$ užrašomas $n \times m$ gretimumo matrica $B = (b_{ij})$:

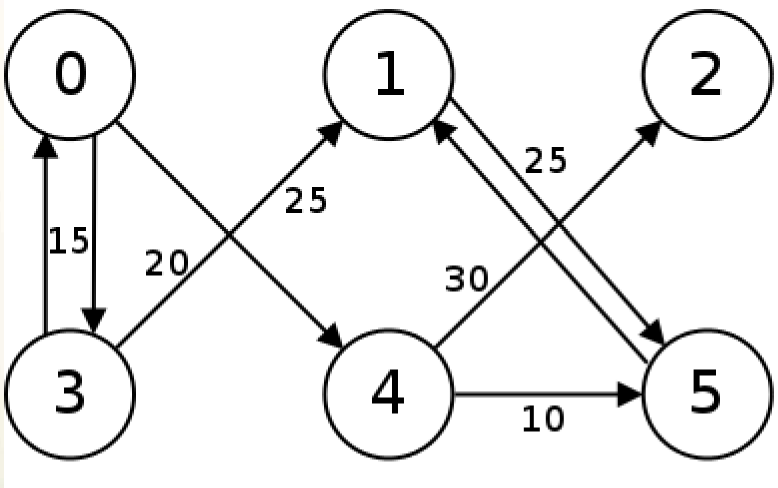
$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jei } i \text{ viršūnė yra incidenti } j \text{ briaunai, kuri nėra kilpa,} \\ 2, & \text{jei } i \text{ viršūnė yra incidenti } j \text{ briaunai, kuri yra kilpa,} \\ 0, & \text{jei } i \text{ viršūnė nėra incidenti } j \text{ briaunai.} \end{cases}$$

- Bekilpis multidigrafas $G = (V, E)$ užrašomas $n \times m$ gretimumo matrica $B = (b_{ij})$:

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jei } i \text{ yra pradinė } j \text{ briaunos viršūnė,} \\ -1, & \text{jei } i \text{ yra galinė } j \text{ briaunos viršūnė,} \\ 0, & i \text{ viršūnė nėra incidenti } j \text{ briaunai.} \end{cases}$$

Svoriniai grafai

- Svoriniu grafu (digrafu) vadinamas grafas G = (V,E,w), kurio briaunoms priskirtas svorio atributas (pavyzdžiui atstumas tarp viršūnių).
- Svoriniai grafai (digrafai) dažniausiai apibrėžiami gretimumo matricomis, kuriose reikšmė 1 keičiama briaunos svoriu, pavyzdžiui:



	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	15	20	0
1	0	0	0	0	0	25
2	0	0	0	0	0	0
3	15	25	0	0	0	0
4	0	0	30	0	0	10
5	0	25	0	0	0	0

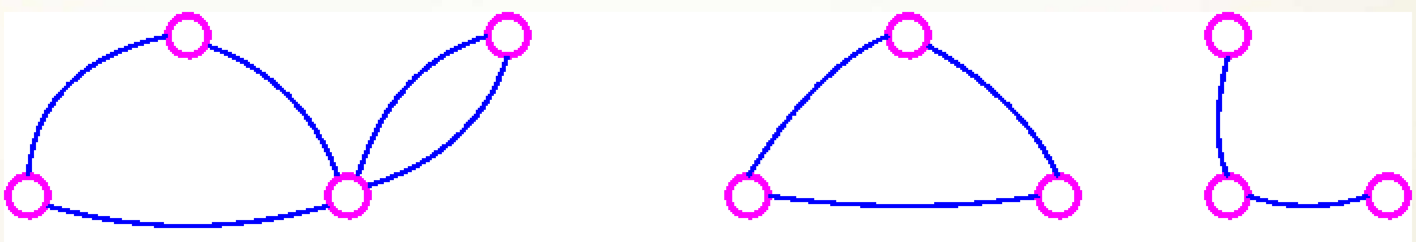
Kitos grafų teorijos sąvokos

- Taku grafe (digrafe) vadinama viršūnių seka

$$v_1, v_2, ..., v_n,$$

kurioje briauna galima nukeliauti iš v_i viršūnės į v_{i+1}, $i = 1, \ldots, n - 1$.

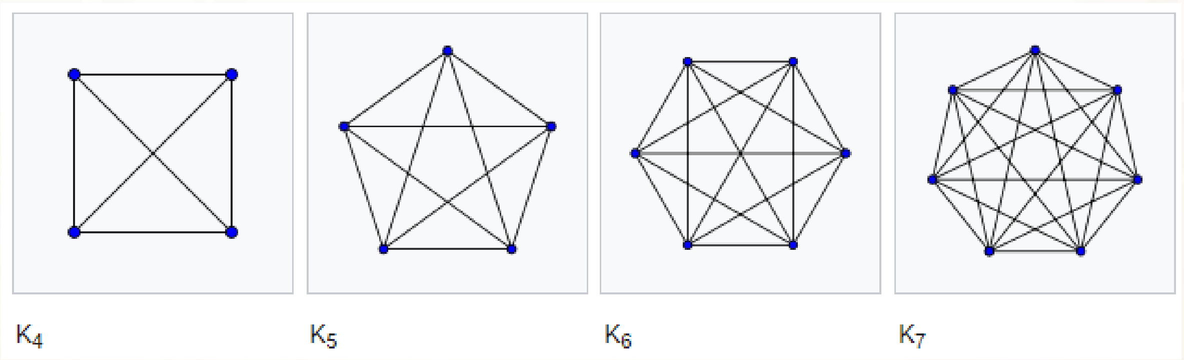
- Grafas vadinamas jungiu, jei bet kurias dvi jo viršūnes jungia takas, kitu atveju grafas nėra jungus.



Jungus grafas. Nejungus grafas.

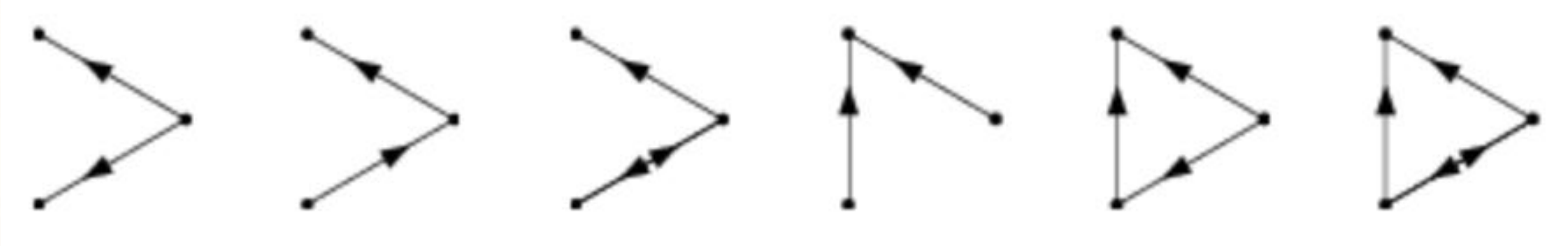
Pilnasis grafas

- Grafas vadinamas pilnuoju, jei bet kurias dvi jo viršūnes jungia briauna. Pilnasis grafas žymimas K_n ir turi n(n-1)/2 briaunų:

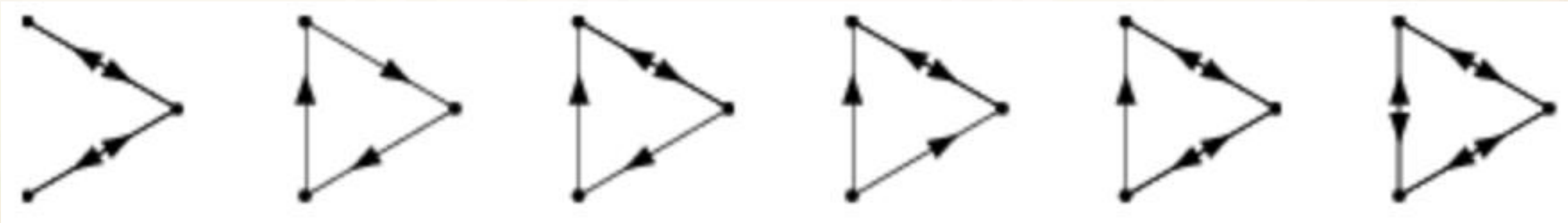


Kitos grafų teorijos sąvokos

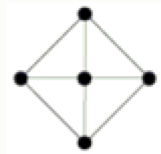
- Digrafas vadinamas silpnai jungiu, jei, ignoruojant briaunų kryptis, bet kurias dvi jo viršūnes jungia takas:

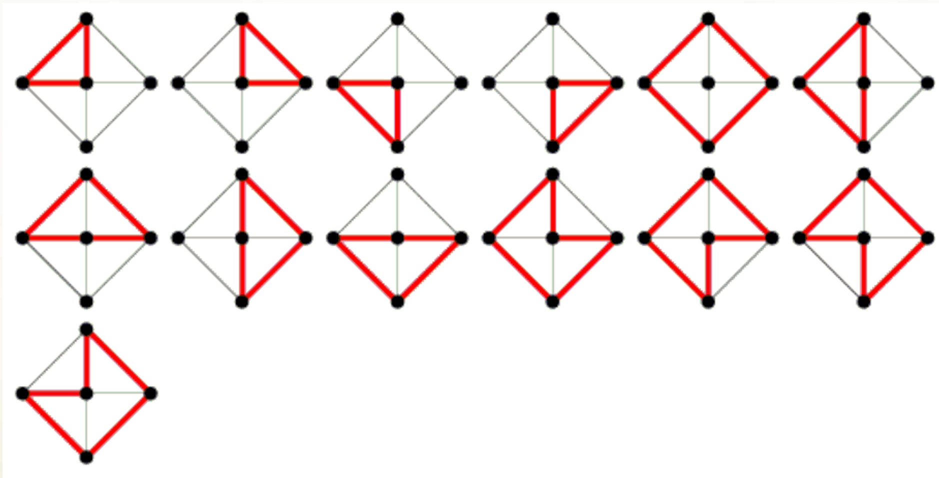


- Digrafas vadinamas stipriai jungiu, jei egzistuoja takas tarp bet kurių dviejų jo viršūnių (neignoruojant briaunų krypčių):



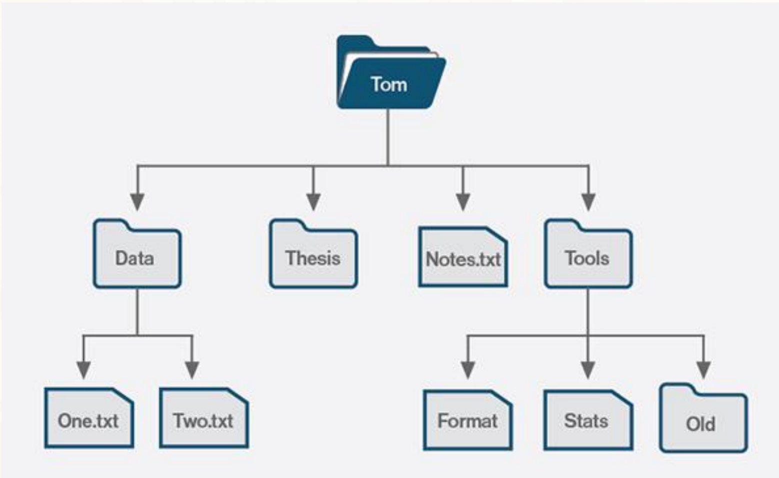
Kitos grafų teorijos sąvokos

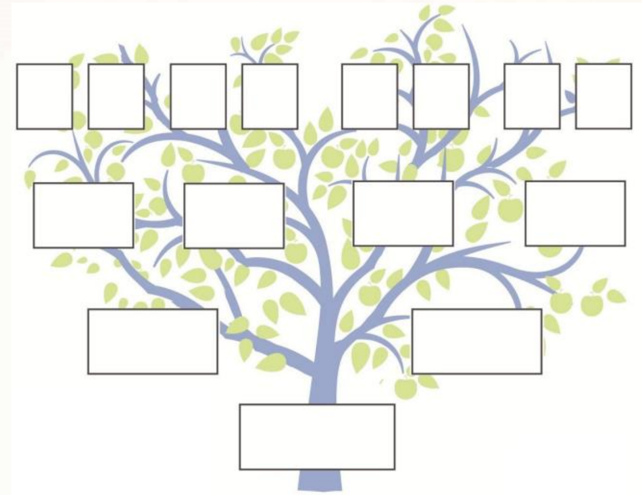
- Ciklu grafe vadinamas bent dviejų viršūnių takas, kurio pradžia ir pabaiga sutampa.
- Cikliniu grafu vadinamas grafas, turintis bent vieną ciklą.
- Ciklų pavyzdžiai grafe  :

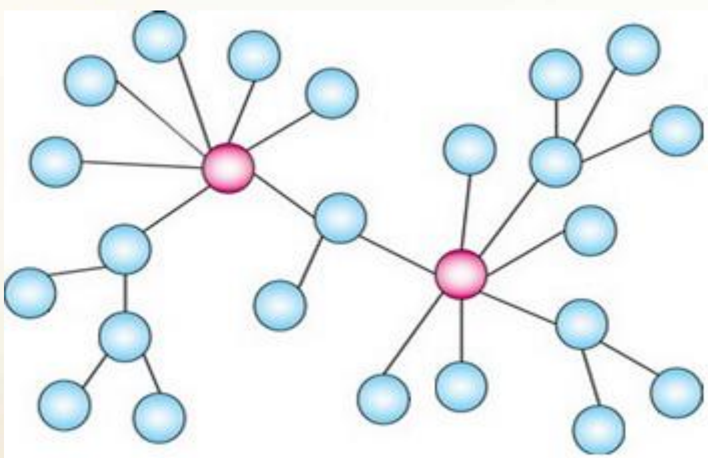


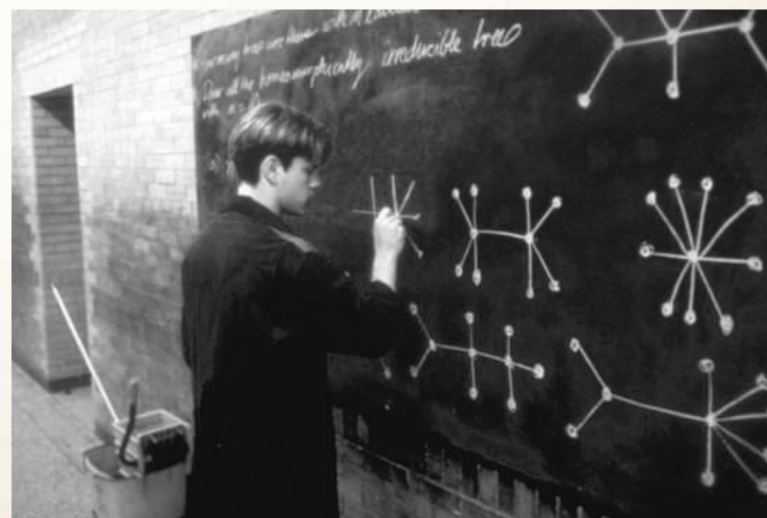
- **Medžiu vadinamas jungus grafas, neturintis ciklų.**

Medžiai


Tom
Data
Thesis
Notes.txt
Tools
One.txt
Two.txt
Format
Stats
Old



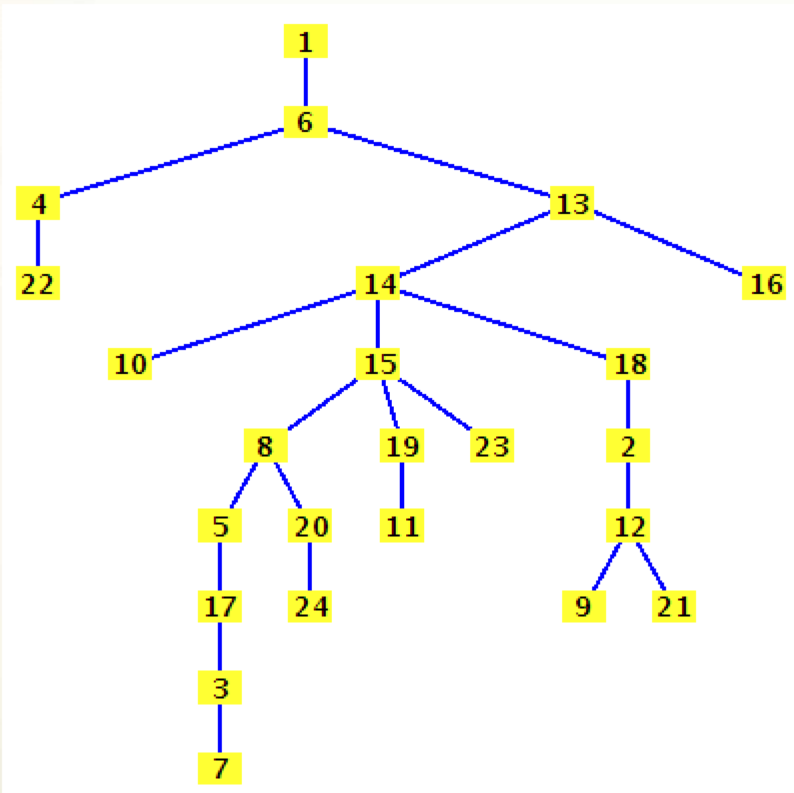




Medžių užrašymo būdai

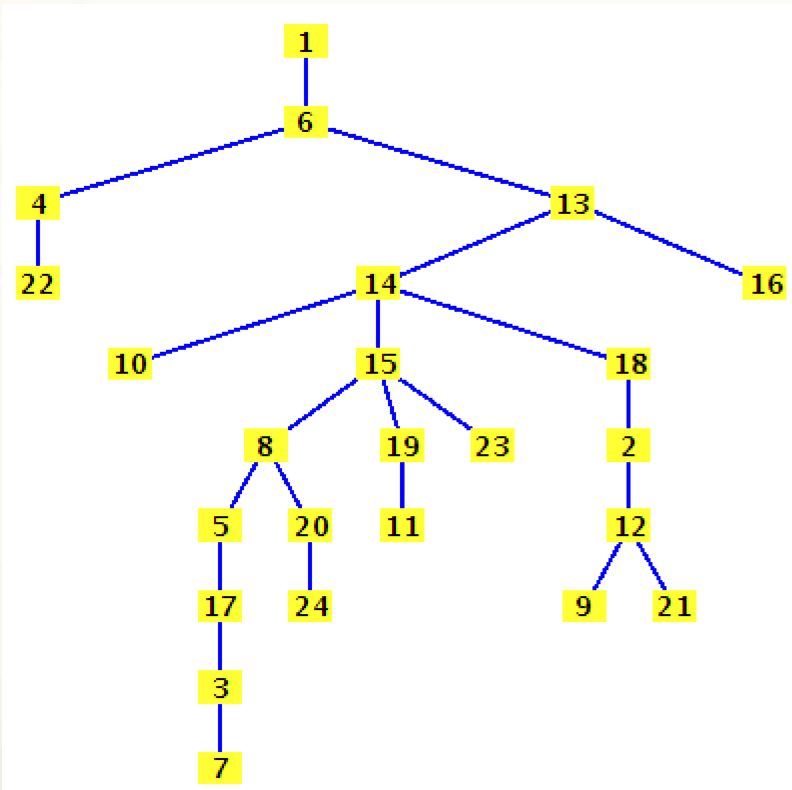
- Gretimumo matrica.
- Incidentumo matrica.
- Briaunų aibe.
- Priuferio kodu.

Medžio užrašymas gretimumo matrica



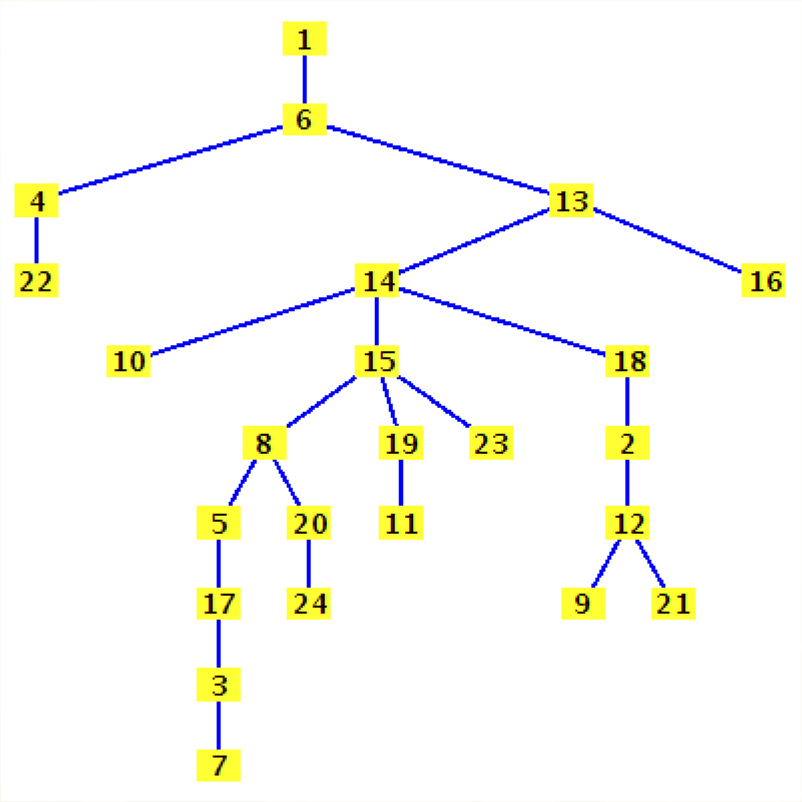
$$
\begin{bmatrix}
0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0\\
0&1&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&1&0&1&0&0&1&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&0&0&1&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0
\end{bmatrix}
$$

Medžio užrašymas incidentumo matrica



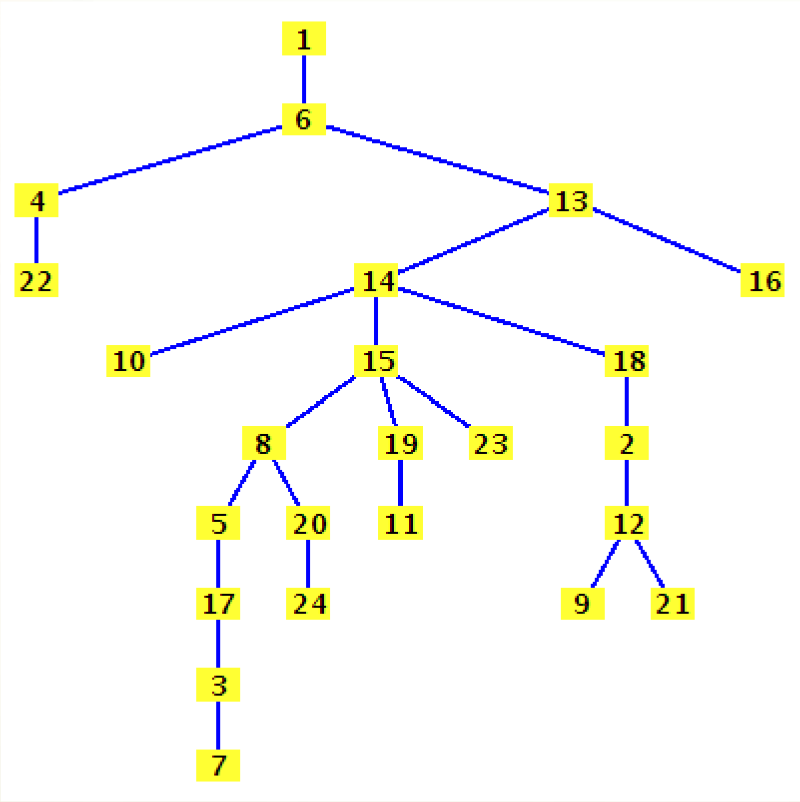
$$
\begin{bmatrix}
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&1&0&1&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&1&1&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1
\end{bmatrix}
$$

Medžio užrašymas briaunų aibe



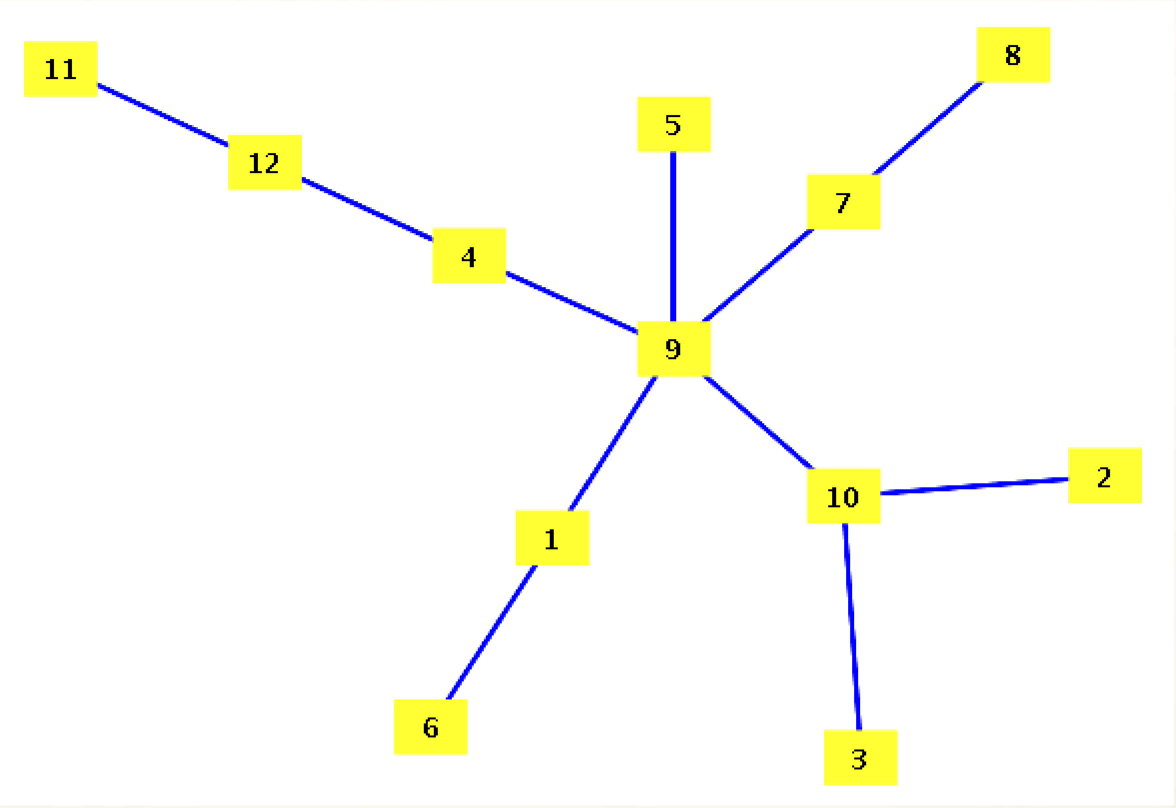
E = {{1, 6}, {2, 12}, {2, 18}, {3, 7}, {3, 17}, {4, 6}, {4, 22}, {5, 8}, {5, 17}, {6, 13}, {8, 15}, {8, 20}, {9, 12}, {10, 14}, {11, 19}, {12, 21}, {13, 14}, {13, 16}, {14, 15}, {14, 18}, {15, 19}, {15, 23}, {20, 24}}

Medžio užrašymas Priuferio kodu



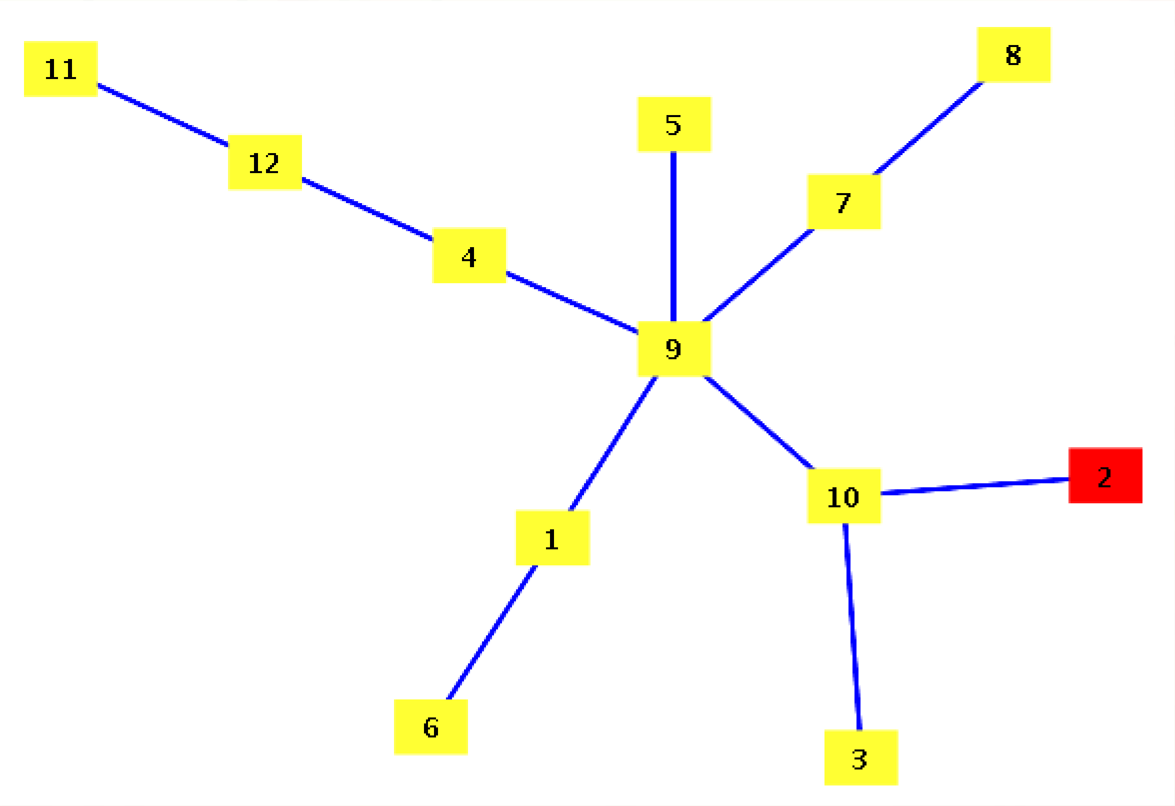
α = [6, 3, 17, 12, 14, 19, 13, 5, 8, 15, 12, 2, 18, 14, 4, 6, 13, 14, 15, 15, 8, 20]

Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį



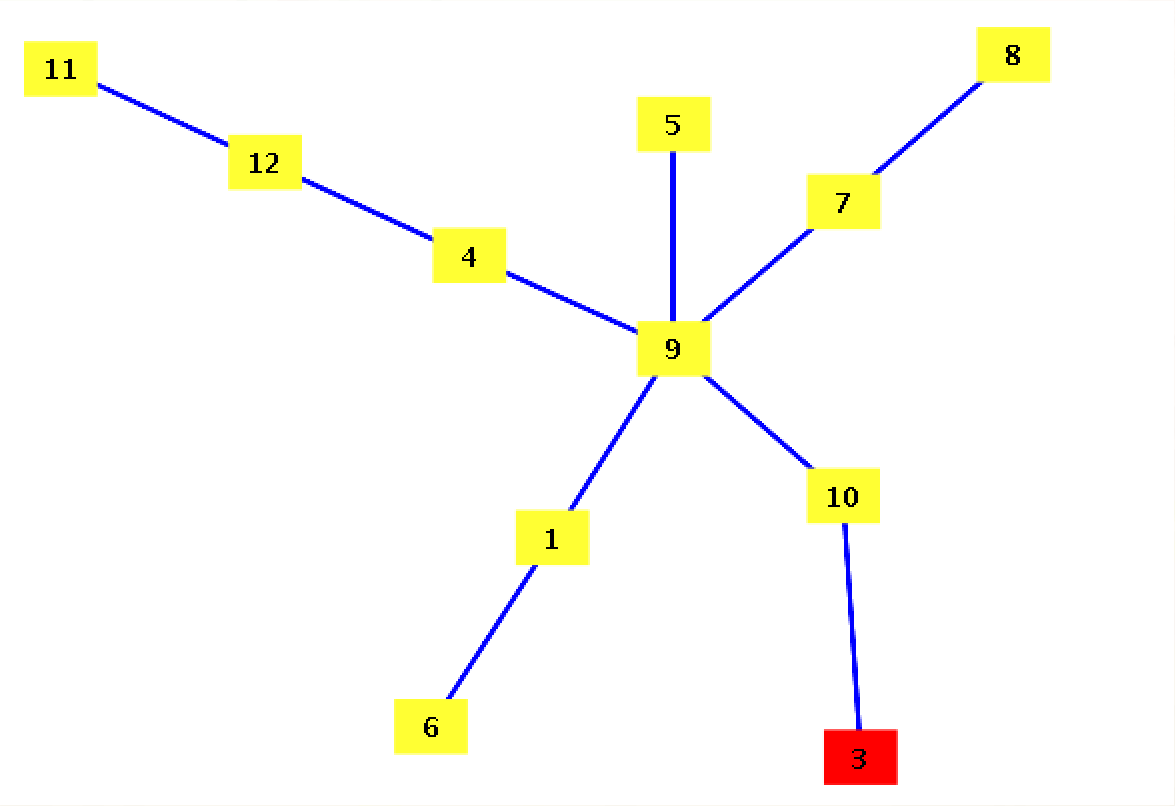
$\alpha = []$

Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį



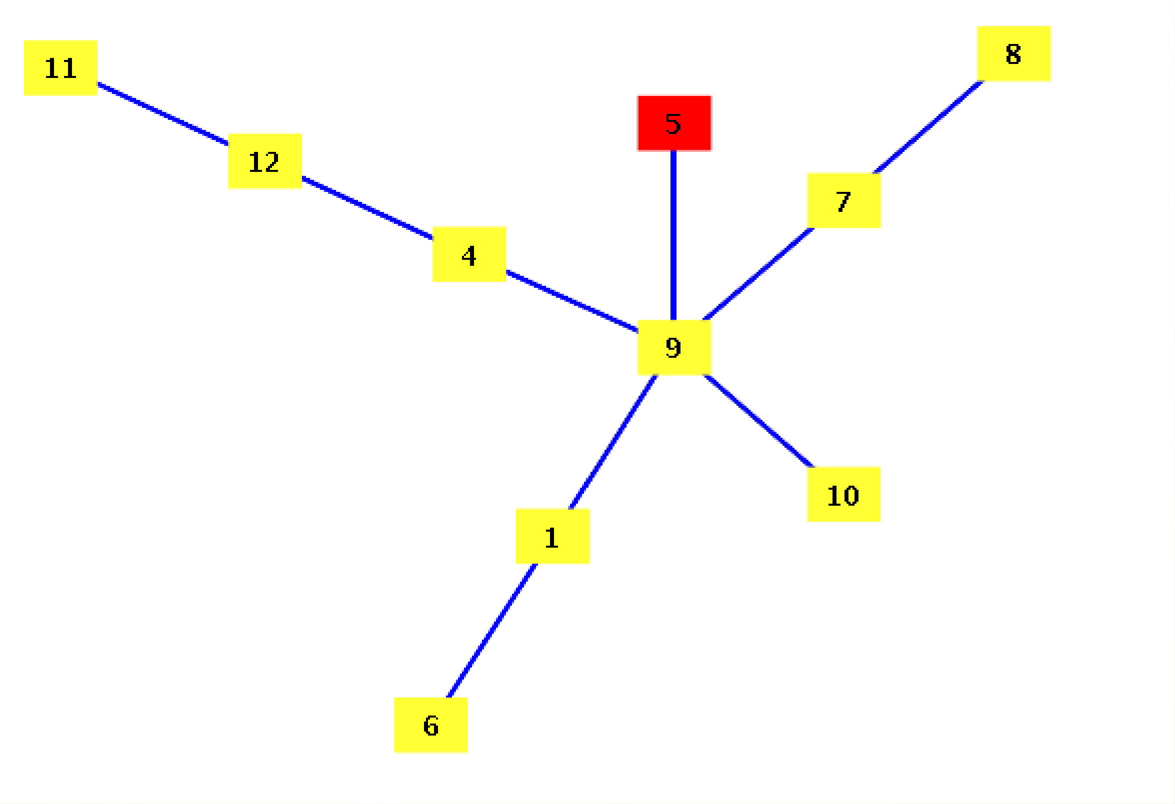
$\alpha = [10]$

Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį



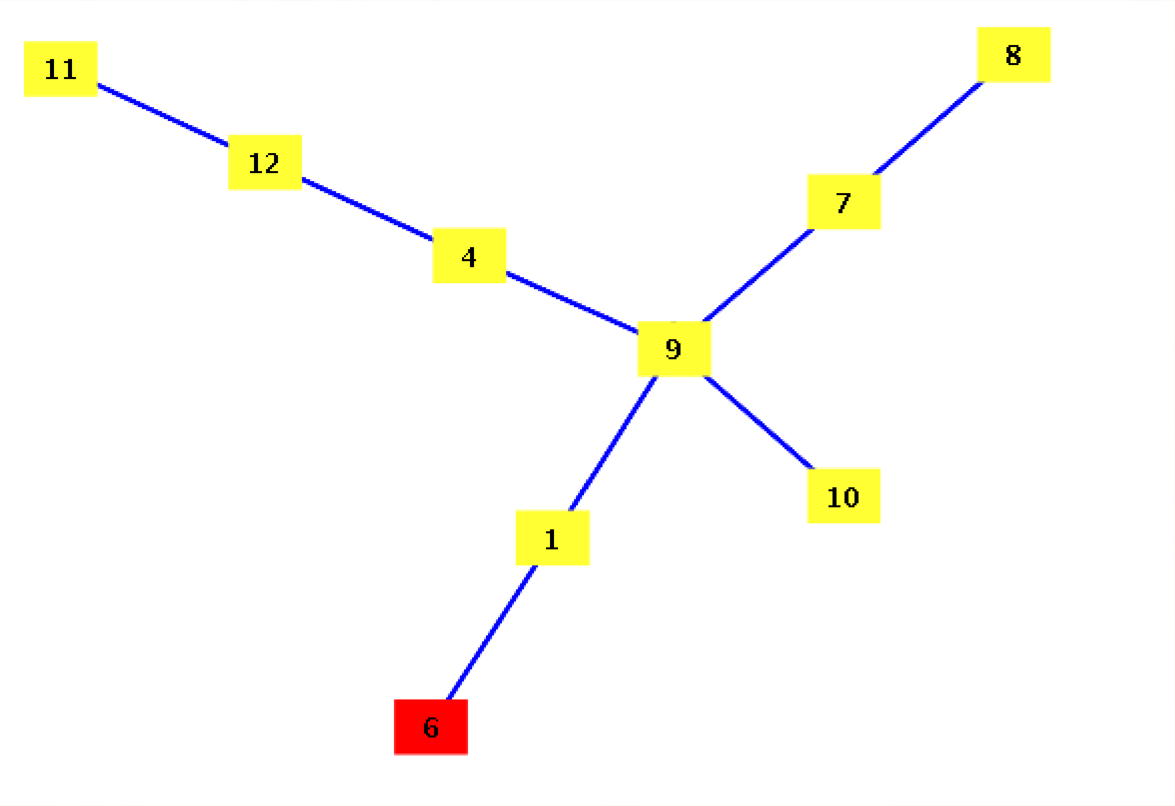
$\alpha = [10, 10]$

Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį



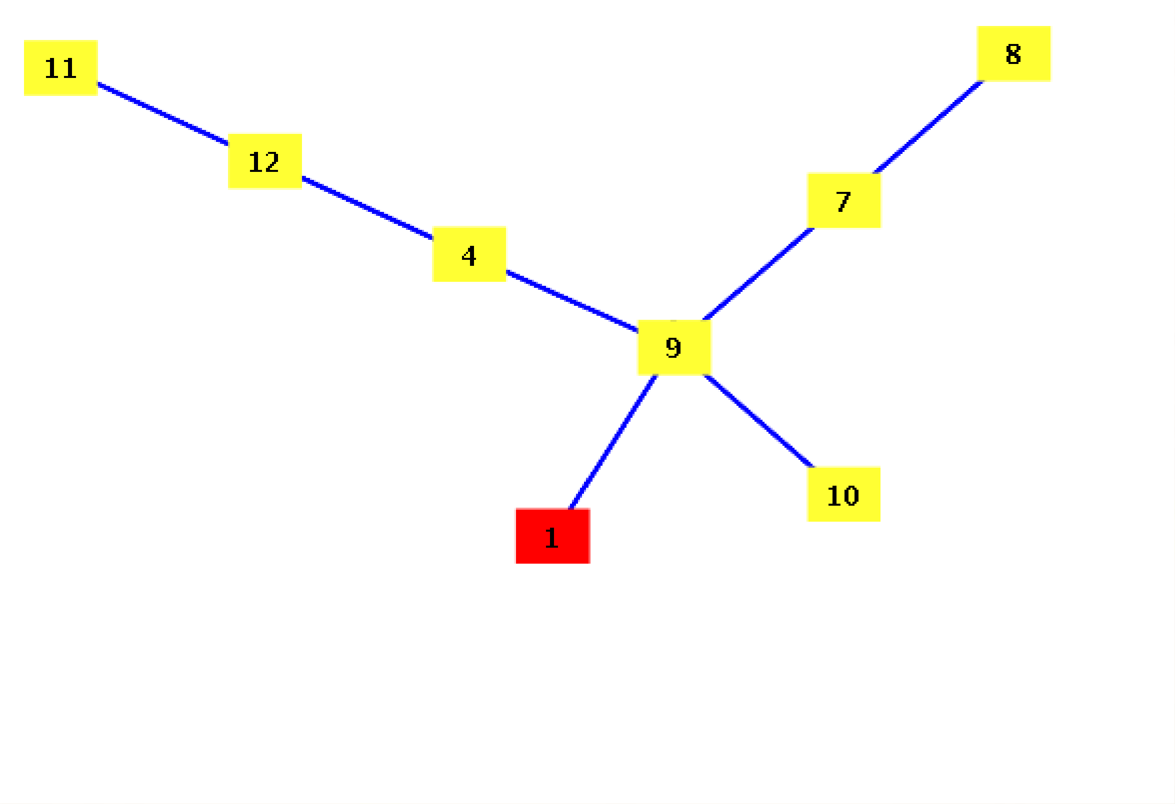
α = [10, 10, 9]

Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį



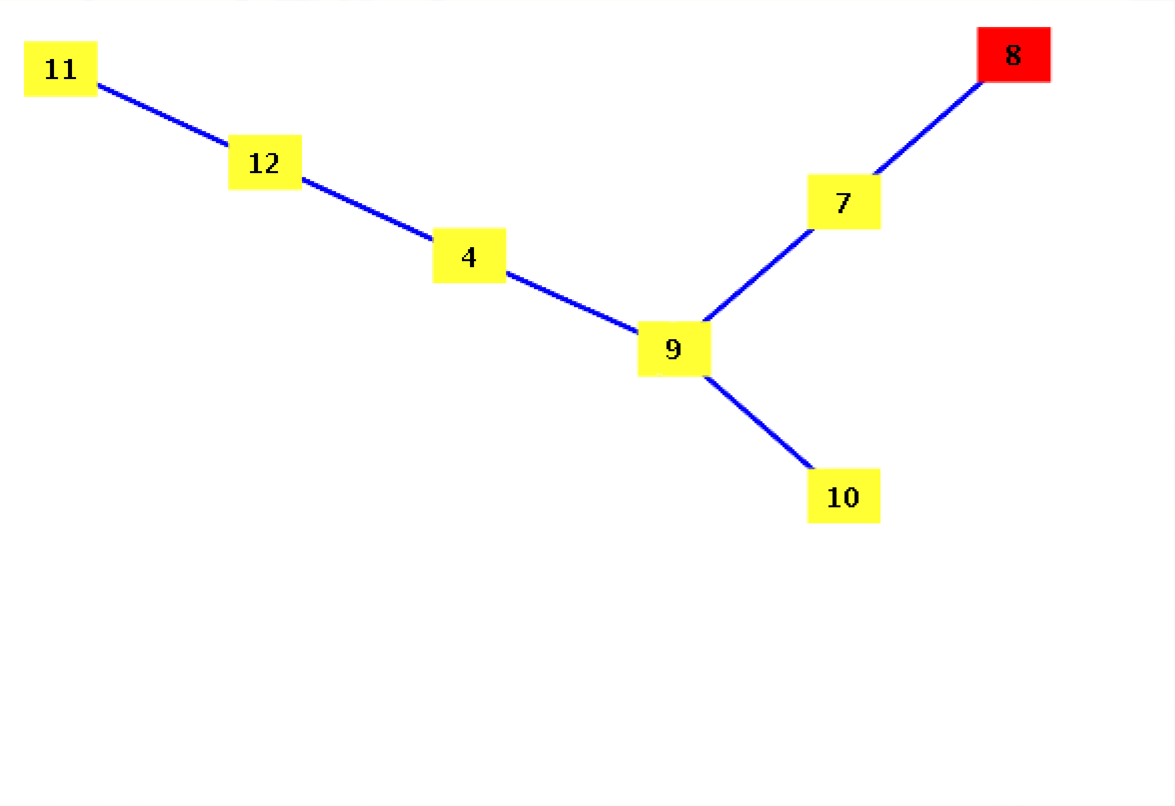
$\alpha = [10, 10, 9, 1]$

Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį



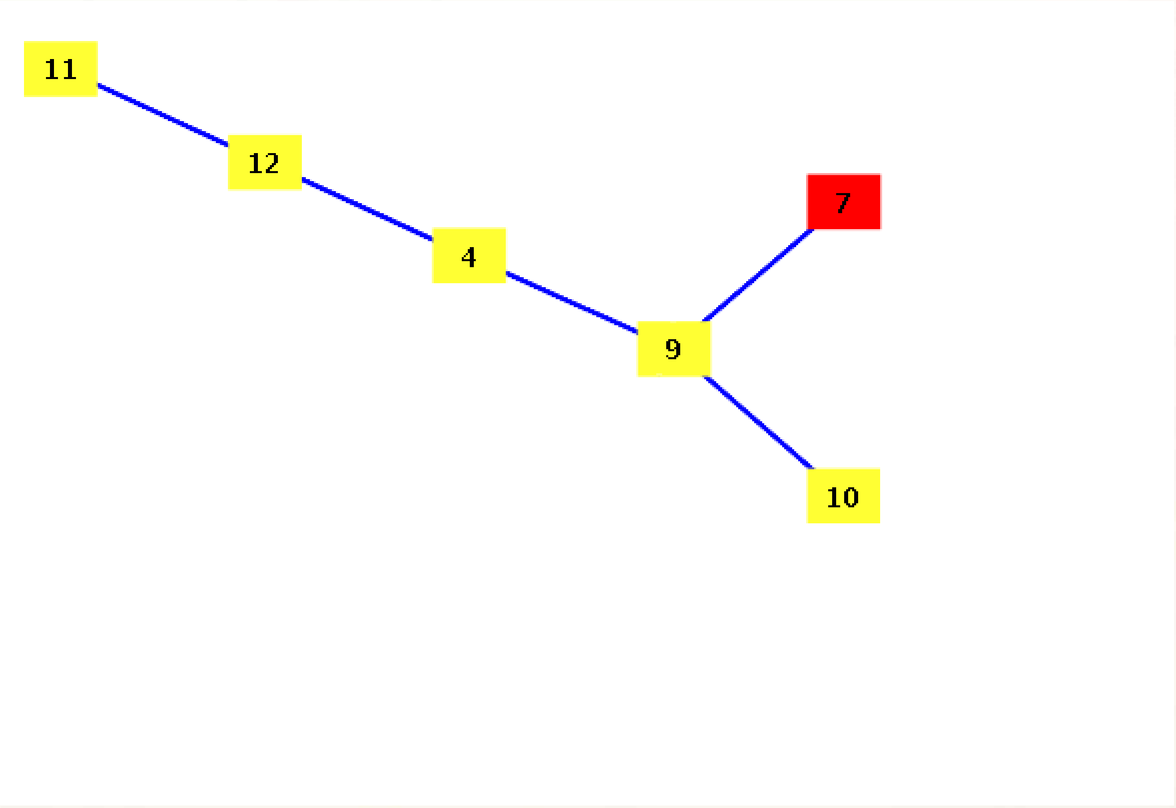
$\alpha = [10, 10, 9, 1, 9]$

Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį



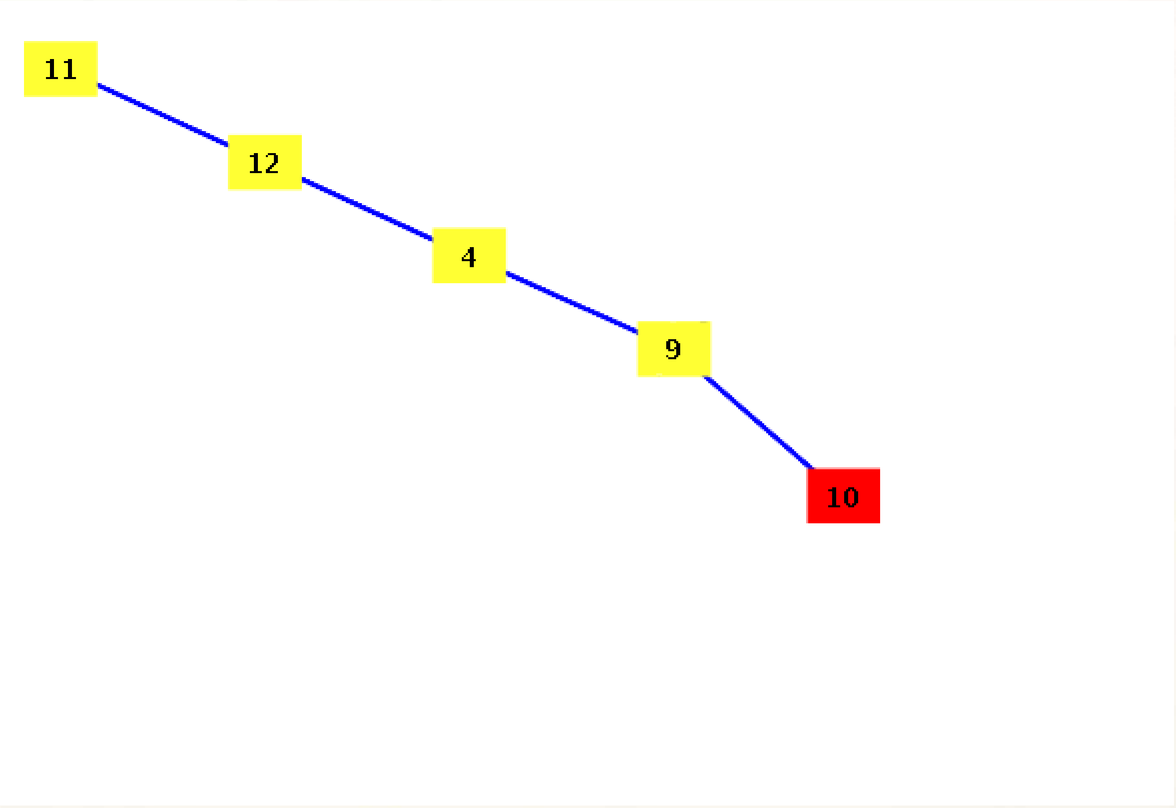
$\alpha = [10, 10, 9, 1, 9, 7]$

Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį



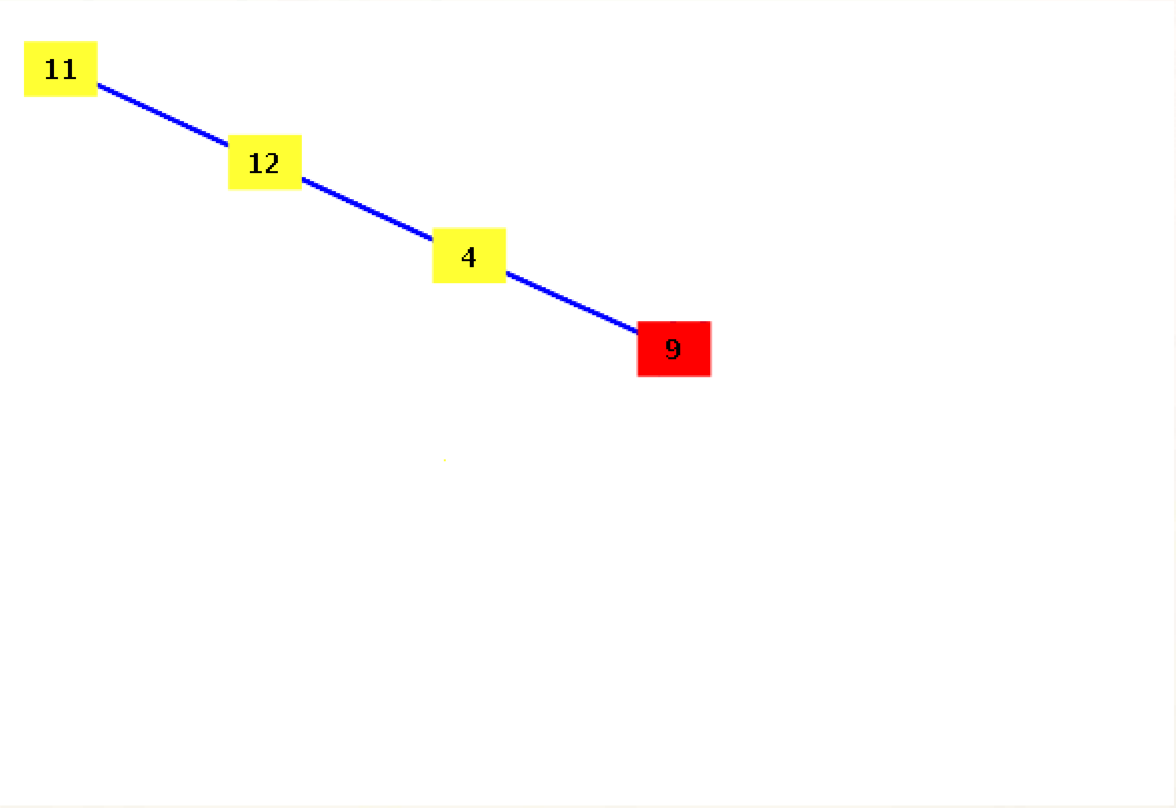
α = [10, 10, 9, 1, 9, 7, 9]

Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį



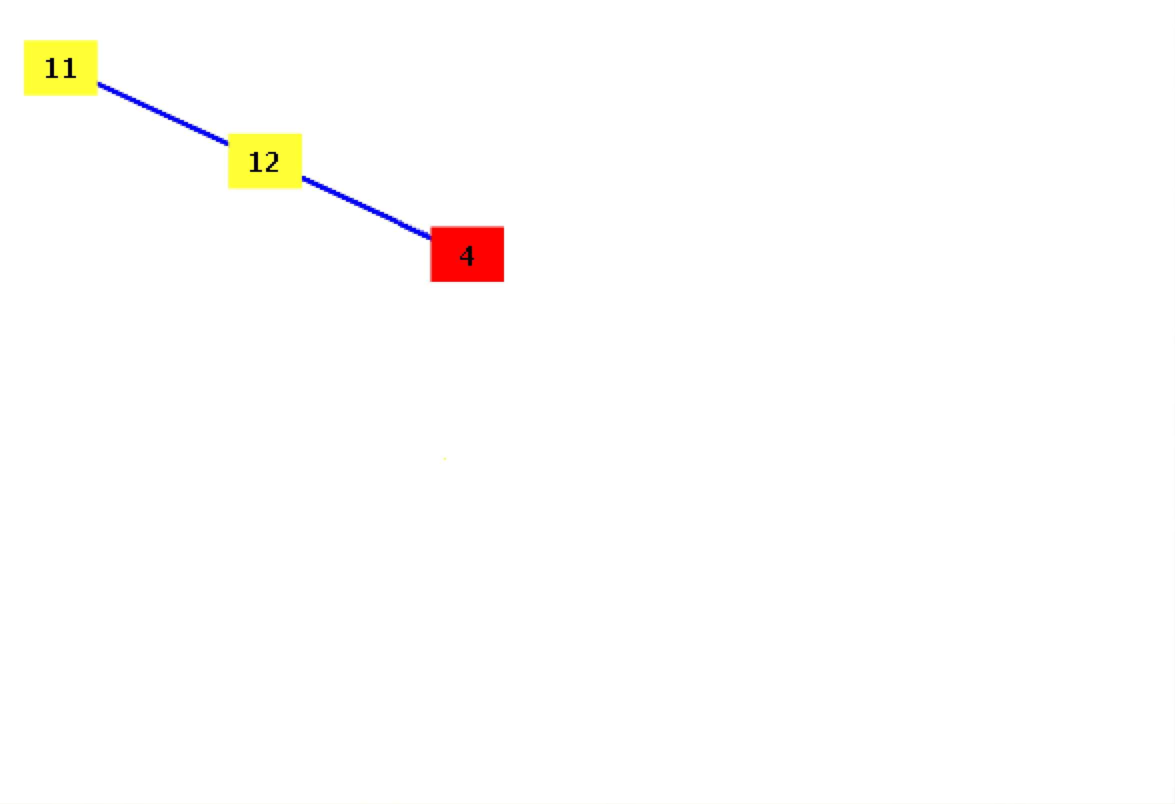
$\alpha = [10, 10, 9, 1, 9, 7, 9, 9]$

Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį



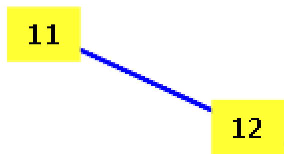
α = [10, 10, 9, 1, 9, 7, 9, 9, 4]

Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį



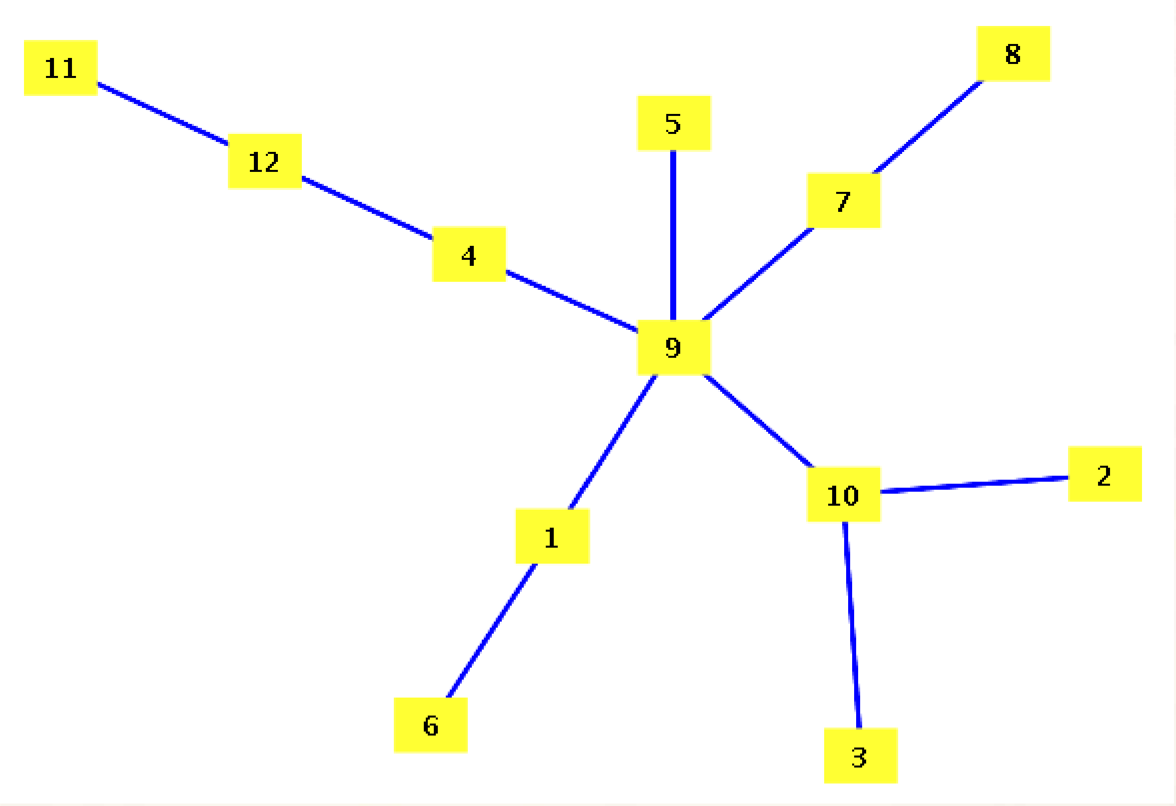
$\alpha = [10, 10, 9, 1, 9, 7, 9, 9, 4, 12]$

Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį



α = [10, 10, 9, 1, 9, 7, 9, 9, 4, 12]

Priuferio kodas ir jo sudarymas pagal medį



α = [10, 10, 9, 1, 9, 7, 9, 9, 4, 12]

Medžio generavimas pagal Priuferio kodą

$$\alpha = [1,2,3,4,5,5,4,3,2,1]$$

Medžio generavimas pagal Priuferio kodą

$\alpha = [1,2,3,4,5,5,4,3,2,1]$

V={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12}

Medžio generavimas pagal Priuferio kodą

$\alpha = [1,2,3,4,5,5,4,3,2,1]$

V={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12}

Medžio generavimas pagal Priuferio kodą

$\alpha = [1,2,3,4,5,5,4,3,2,1]$

V={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12}

E={{1,6}}

Medžio generavimas pagal Priuferio kodą

$\alpha = [2,3,4,5,5,4,3,2,1]$

V={1,2,3,4,5,7,8,9,10,11,12}

E={{1,6}, {2,7}}

Medžio generavimas pagal Priuferio kodą

$\alpha = [3,4,5,5,4,3,2,1]$

V={1,2,3,4,5,8,9,10,11,12}

E={{1,6}, {2,7}, {3,8}}

Medžio generavimas pagal Priuferio kodą

$\alpha = [4,5,5,4,3,2,1]$

V={1,2,3,4,5,9,10,11,12}

E={{1,6}, {2,7}, {3,8}, {4,9}}

Medžio generavimas pagal Priuferio kodą

$\alpha = [5,5,4,3,2,1]$

V={1,2,3,4,5,10,11,12}

E={{1,6}, {2,7}, {3,8}, {4,9}, {5,10}}

Medžio generavimas pagal Priuferio kodą

$\alpha = [5,4,3,2,1]$

V={1,2,3,4,5,11,12}

E={{1,6}, {2,7}, {3,8}, {4,9}, {5,10}, {5,11}}

Medžio generavimas pagal Priuferio kodą

$\alpha = [4,3,2,1]$

V={1,2,3,4,5,12}

E={{1,6}, {2,7}, {3,8}, {4,9}, {5,10}, {5,11}, {4,5}}

Medžio generavimas pagal Priuferio kodą

$\alpha = [3,2,1]$

V={1,2,3,4,12}

E={{1,6}, {2,7}, {3,8}, {4,9}, {5,10}, {5,11}, {4,5}, {4,3}}

Medžio generavimas pagal Priuferio kodą

$\alpha = [2,1]$

V={1,2,3,12}

E={{1,6}, {2,7}, {3,8}, {4,9}, {5,10}, {5,11}, {4,5}, {4,3}, {3,2}}

Medžio generavimas pagal Priuferio kodą

$\alpha = [1]$

V={1,2,12}

E={{1,6}, {2,7}, {3,8}, {4,9}, {5,10}, {5,11}, {4,5}, {4,3}, {3,2}, {2,1}}

Medžio generavimas pagal Priuferio kodą

$\alpha = []$

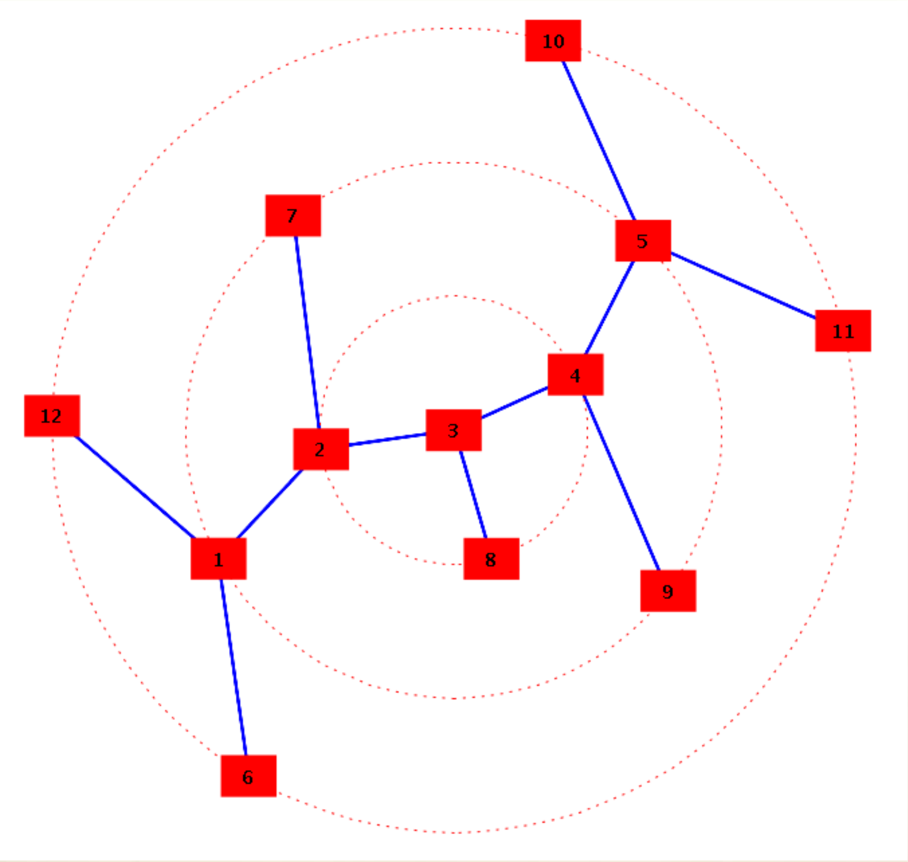
V={1,12}

E={{1,6}, {2,7}, {3,8}, {4,9}, {5,10}, {5,11}, {4,5}, {4,3}, {3,2}, {2,1}, {1,12}}

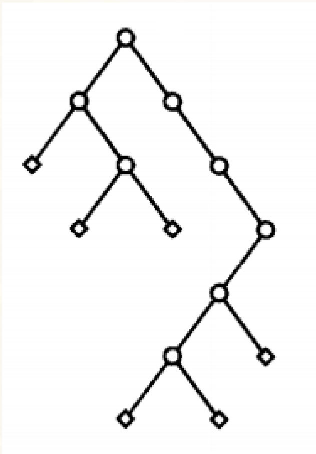
Medžio generavimas pagal Priuferio kodą

$\alpha = [1,2,3,4,5,5,4,3,2,1]$

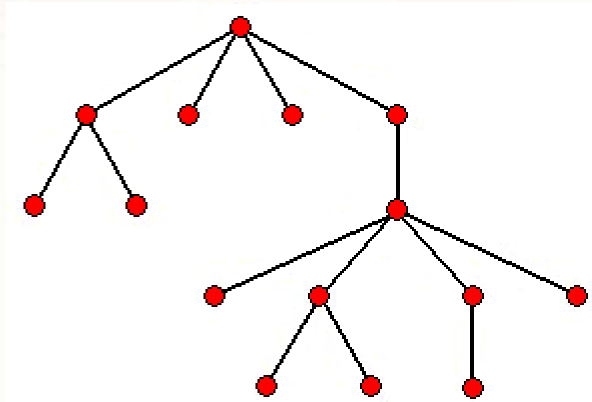
E={{1,6}, {2,7}, {3,8}, {4,9}, {5,10}, {5,11}, {4,5}, {4,3}, {3,2}, {2,1}, {1,12}}



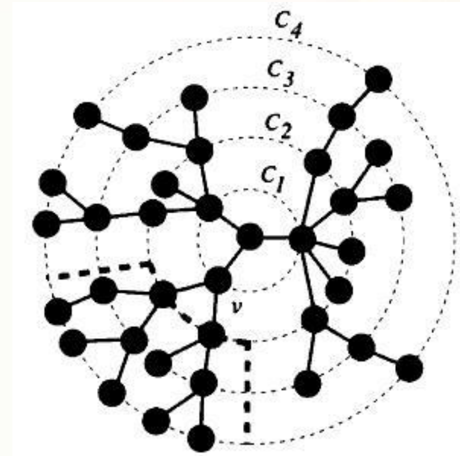
Medžių vizualizacijos algoritmų raida



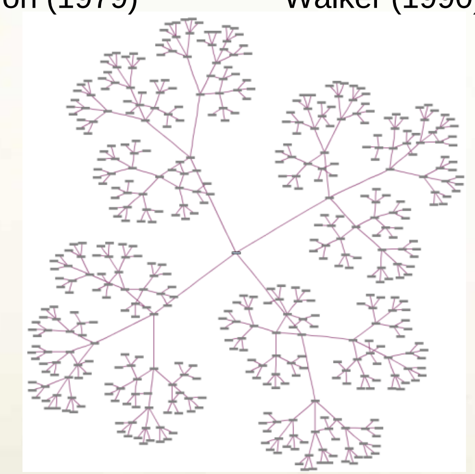
Binarieji medžiai
Wetherell ir Shannon (1979)



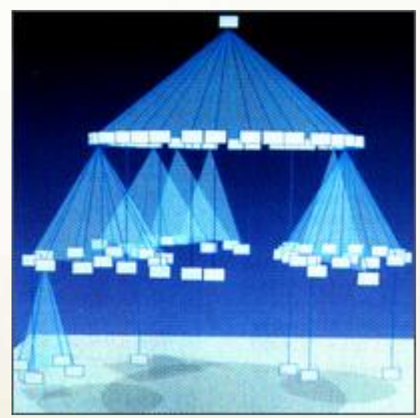
Numeruotieji medžiai
Walker (1990)



Radialinis medžių vaizdavimas
Eades (1992)



Žiediniai medžiai
Melancon ir Herman (1998)



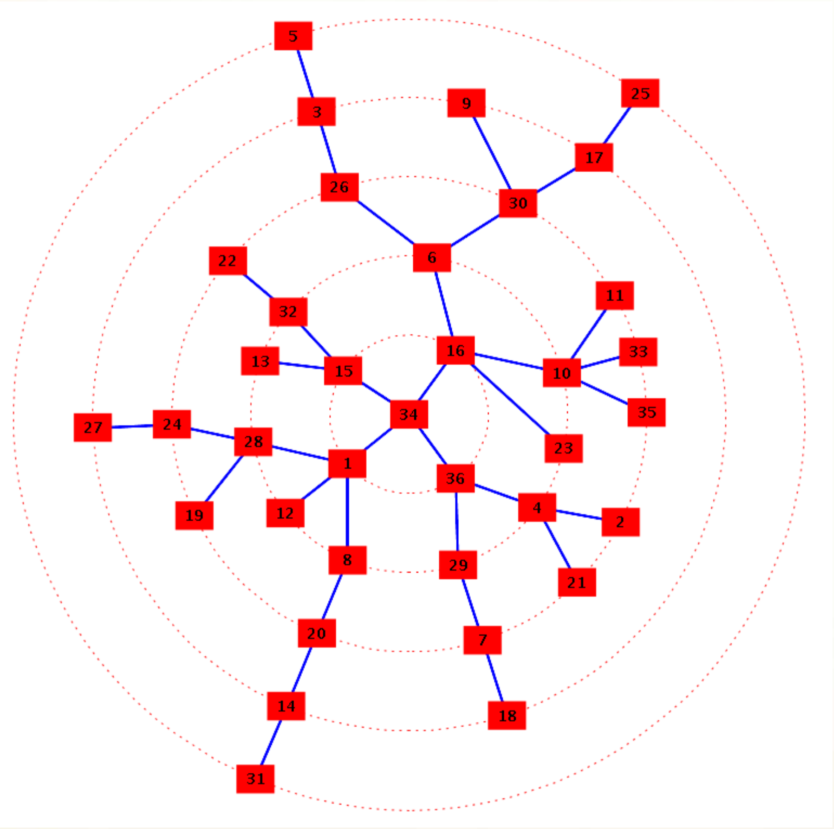
Kūginiai medžiai
Robertson (1991)

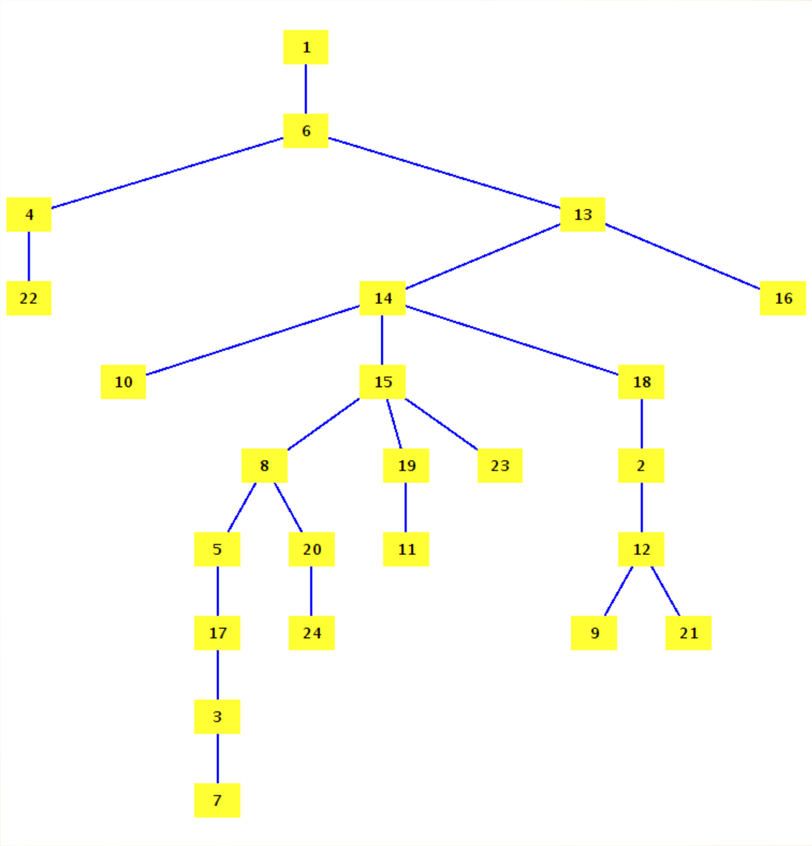
Estetiniai reikalavimai medžių vizualizacijai

(remiantis *Di Battista et al. (1994), Section 2.1.2, Aesthetics, pp. 14–16.*)

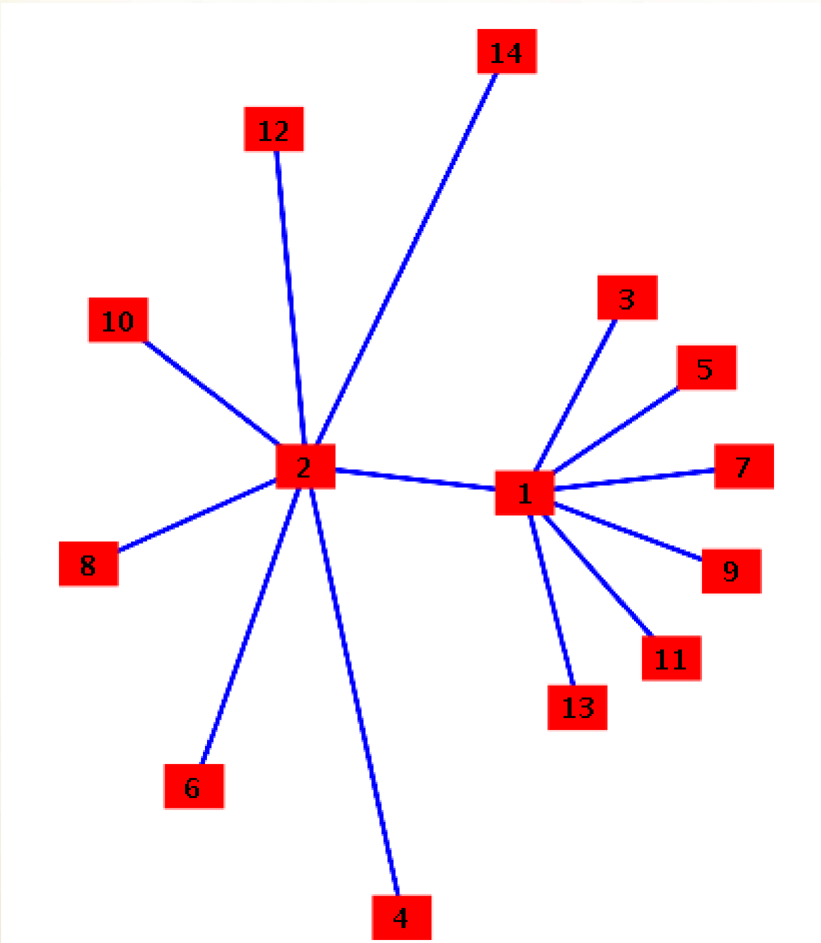
1) Minimalus briaunų susikirtimų skaičius
2) Tolygus viršūnių pasiskirstymas
3) Maža grafo briaunų ilgių imties dispersija
4) Simetrinis grafo vaizdavimas (jei yra galimybė)

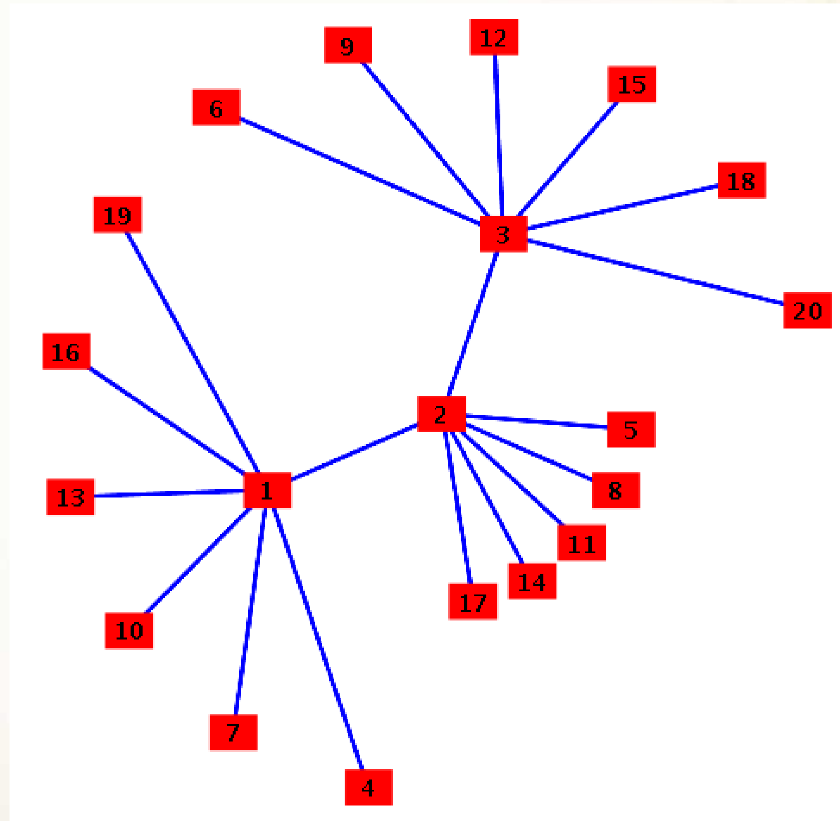
Radialinis ir hierarchinis medžių vaizdavimas



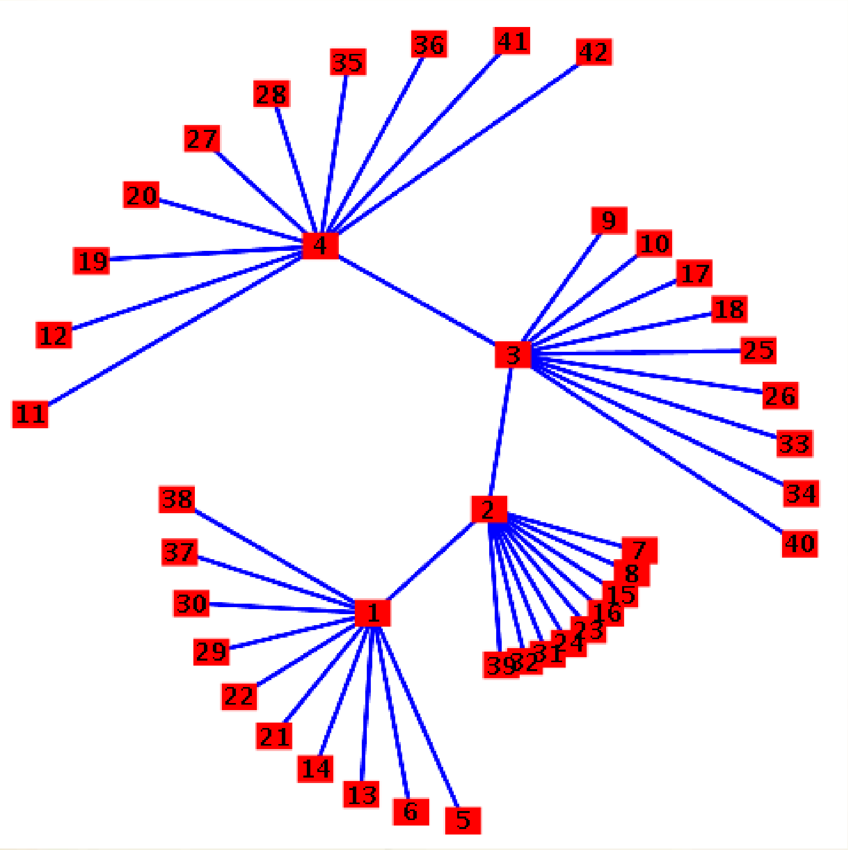


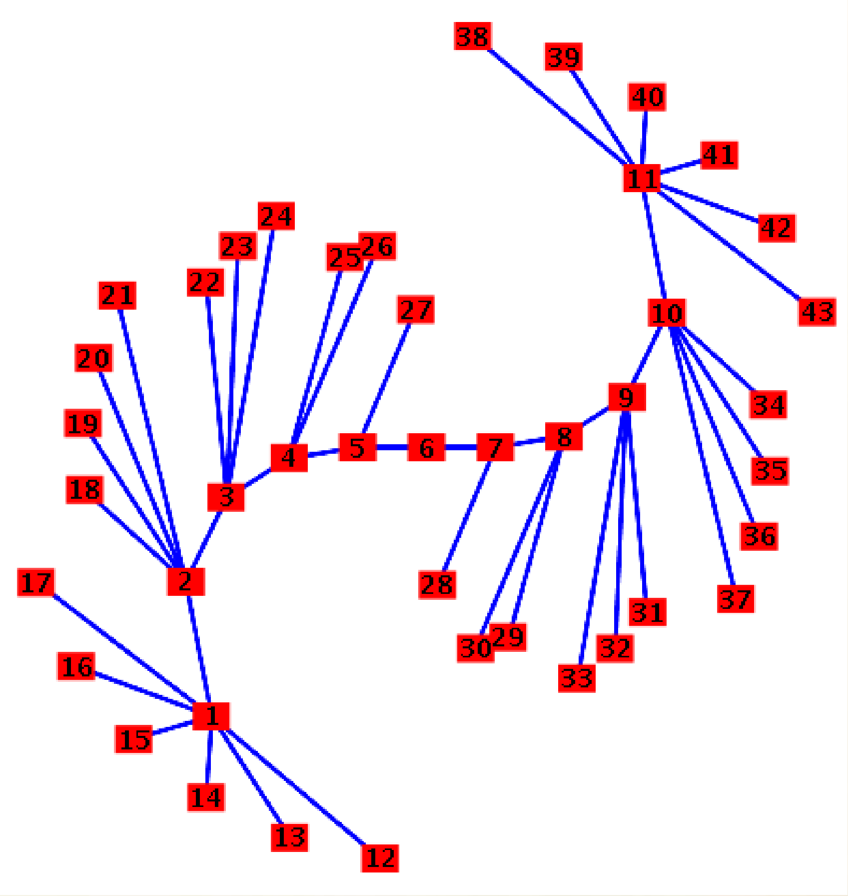
Radialiniu būdu pavaizduoti medžiai pagal ciklinius Priuferio kodus



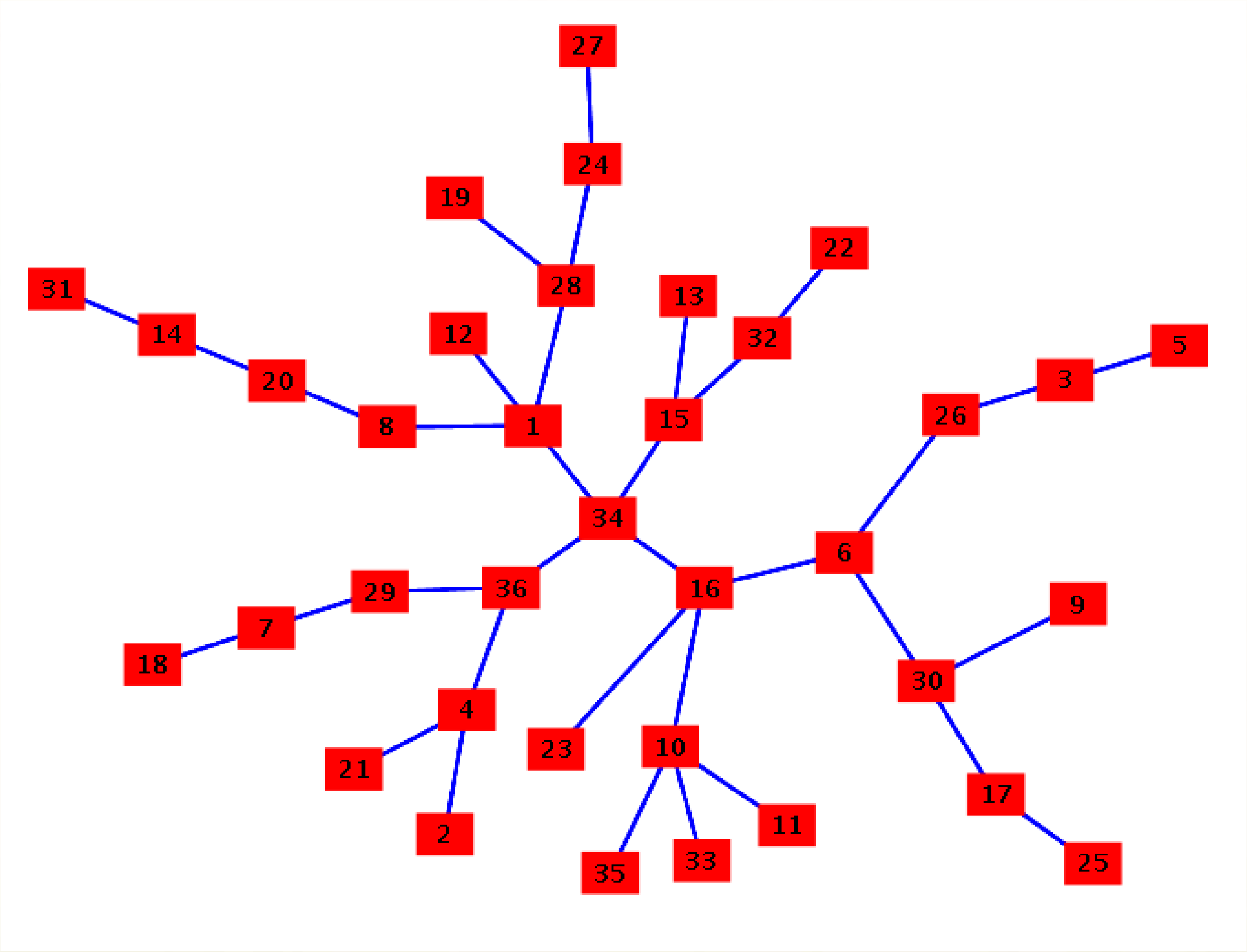


Radialiniu būdu pavaizduoti medžiai pagal ciklinius Priuferio kodus





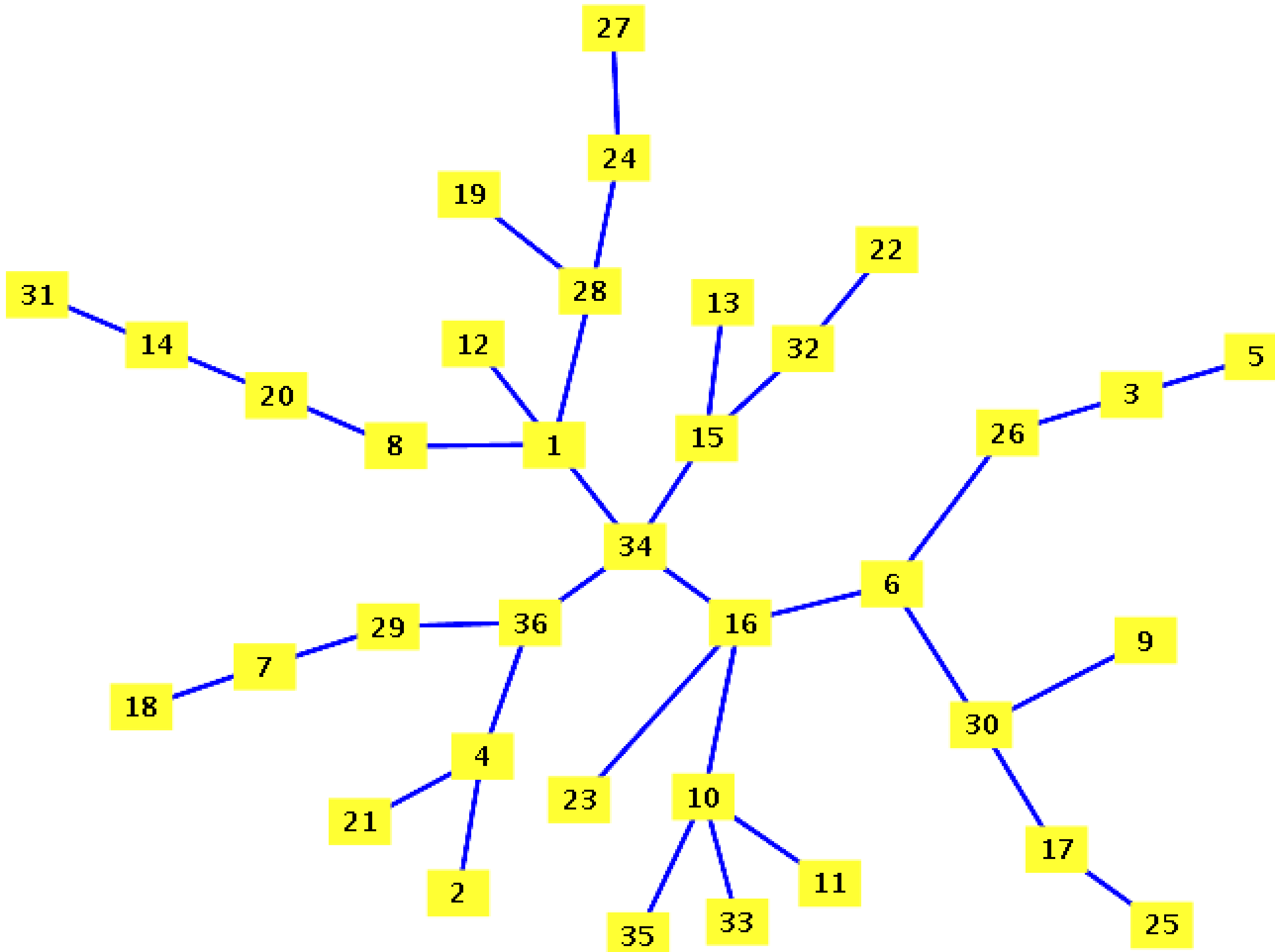
Medžio centro ir ilgiausių takų paieška



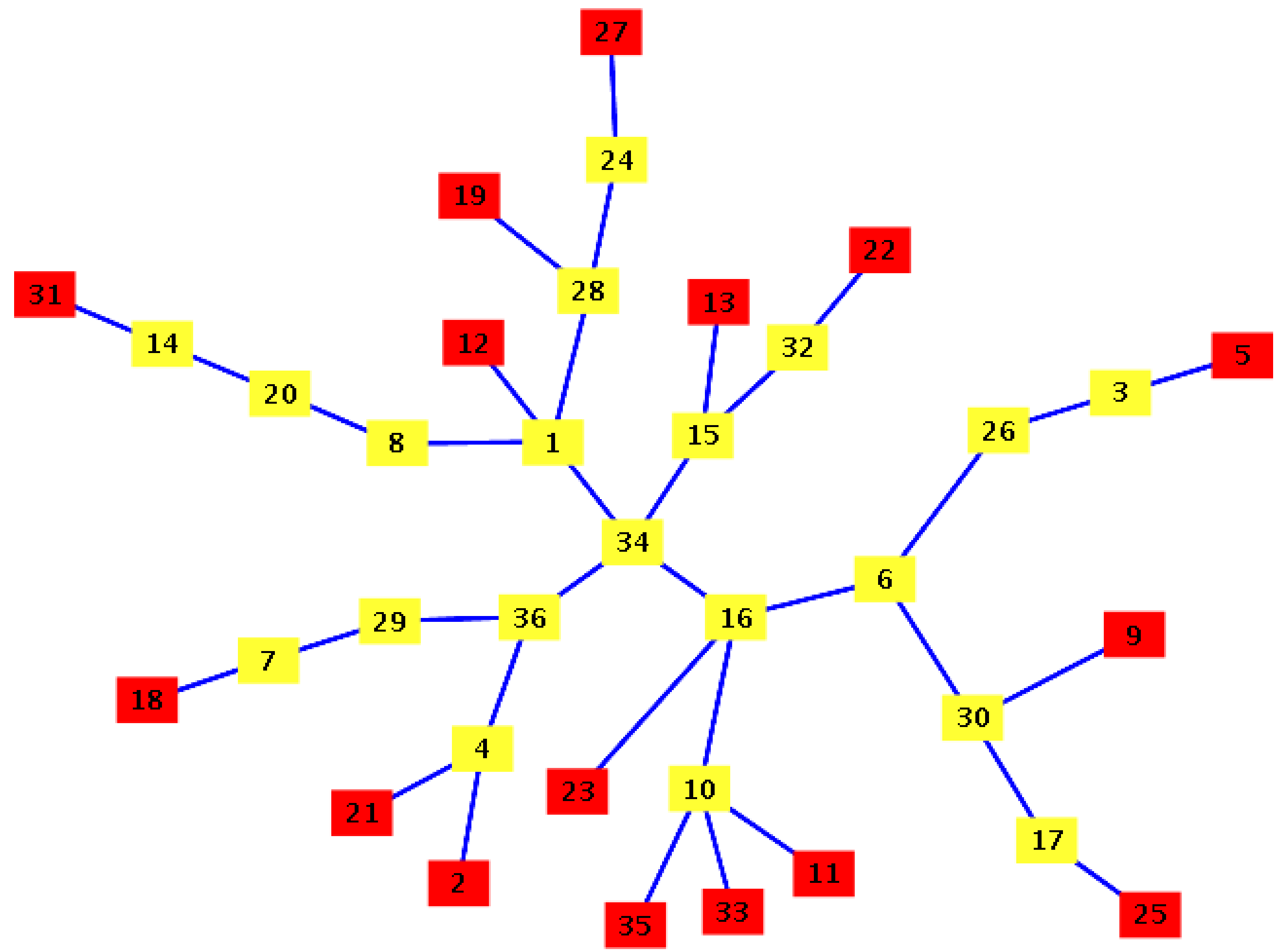
$Takas_1$ = [31, 14, 20, 8, 1, 34, 16, 6, 26, 3, 5]

$Takas_2$ = [31, 14, 20, 8, 1, 34, 16, 6, 30, 17, 25]

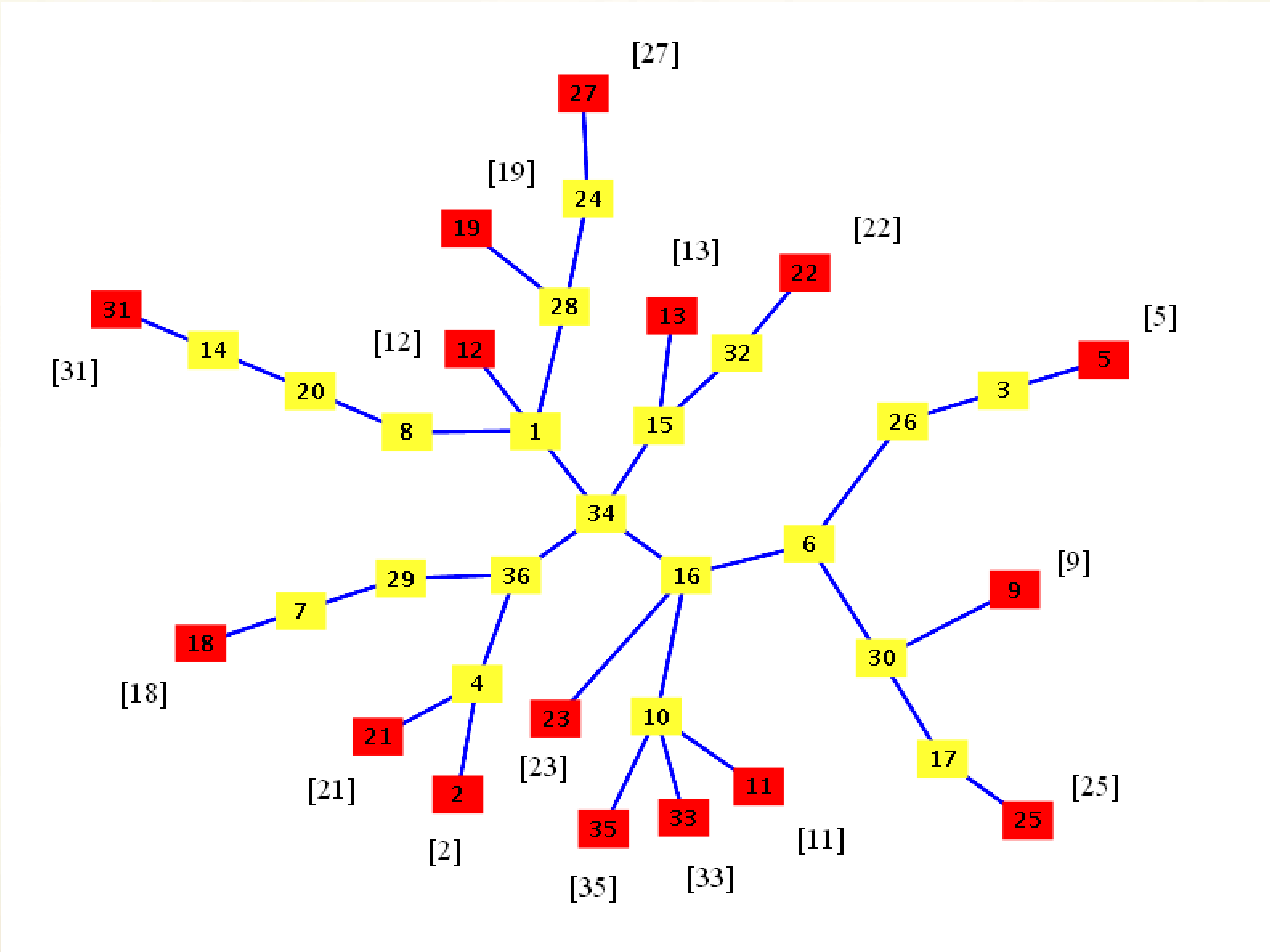
Centras = [34]

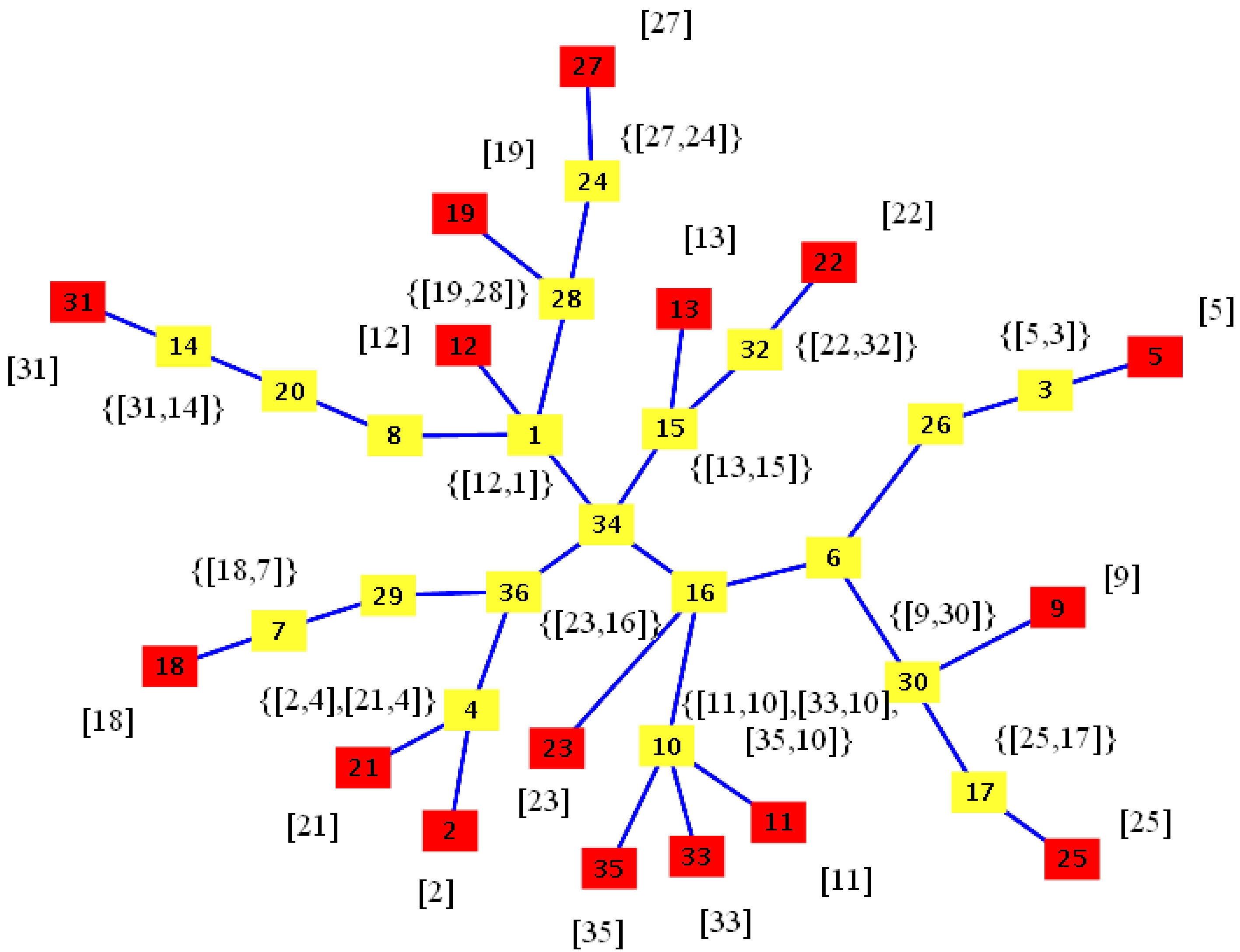


27
24
19
28
22
31
13
12
32
5
14
3
26
20
15
8
1
34
6
36
16
29
9
7
18
30
4
23
10
21
17
11
2
33
35
25

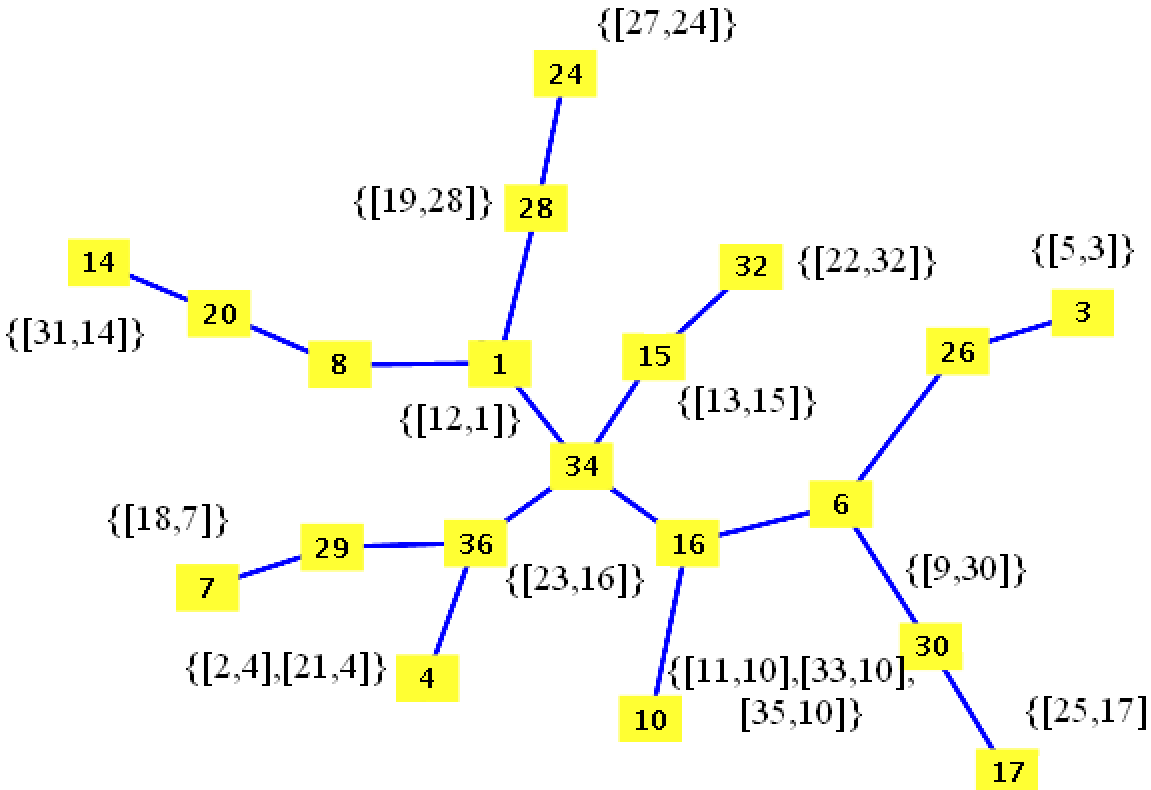


27
24
19
28
22
31
13
14
12
32
5
20
3
8
1
15
26
34
6
29
36
16
9
7
18
30
4
21
23
10
17
2
11
35
33
25

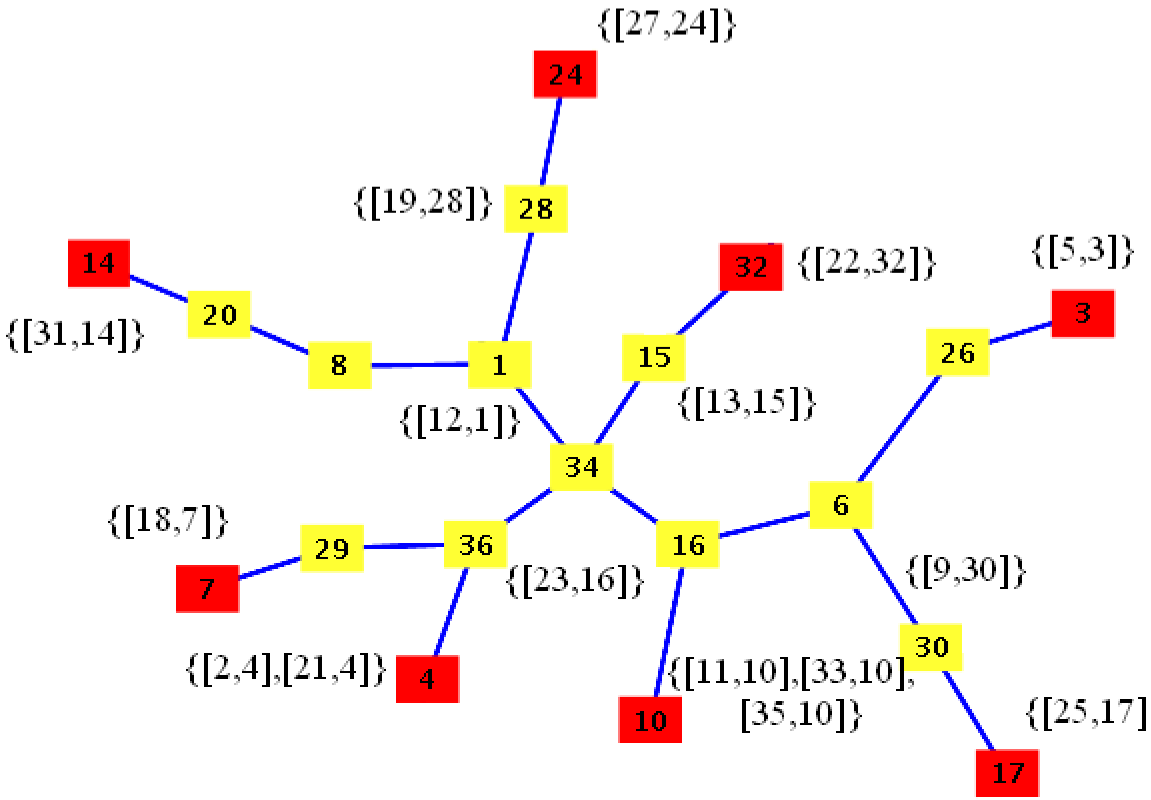

[27]
27
[19]
24
19
[13]
[22]
22
28
13
31
14
[12]
12
32
[5]
5
[31]
20
3
26
8
1
15
34
6
[9]
29
36
16
9
7
18
30
4
[18]
23
10
21
17
[23]
[21]
[25]
11
2
35
33
25
[11]
[2]
[35]
[33]



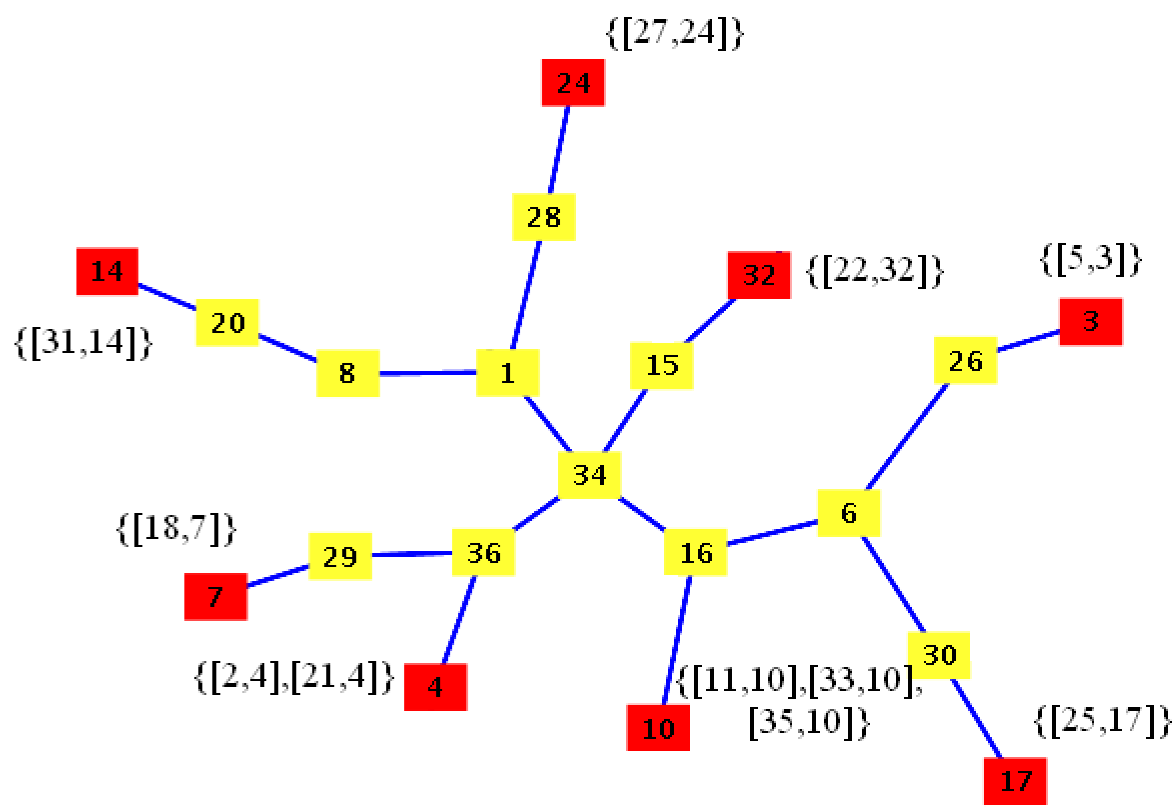
[27]
27
{[27,24]}
[19]
24
19
[13]
[22]
22
{[19,28]}
28
13
31
[5]
14
{[5,3]}
[12]
12
32
{[22,32]}
5
[31]
20
3
{[31,14]}
26
8
1
15
{[12,1]}
{[13,15]}
34
6
{[18,7]}
[9]
29
36
16
{[9,30]}
9
7
{[23,16]}
18
30
{[2,4],[21,4]}
4
{[11,10],[33,10],
[18]
[35,10]}
{[25,17]}
23
10
21
17
[23]
[21]
11
[25]
2
33
35
25
[11]
[2]
[33]
[35]



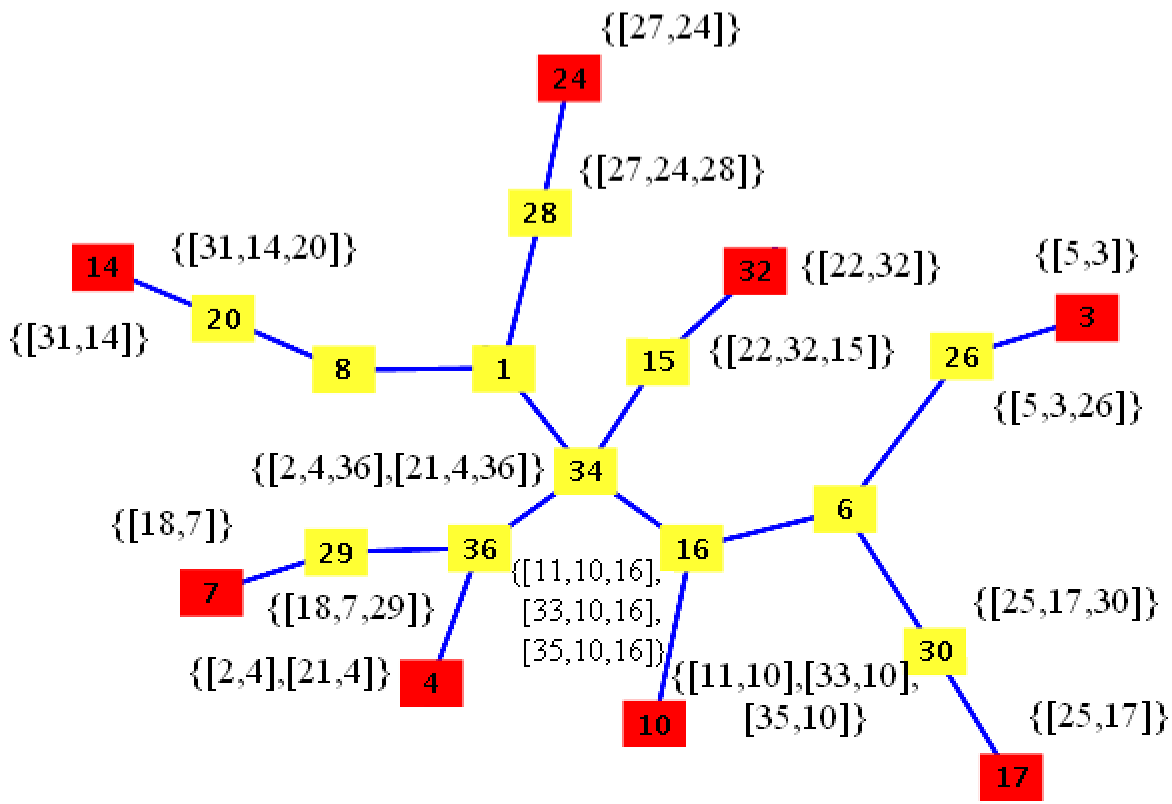
{[27,24]}
24
{[19,28]}
28
14
32
{[22,32]}
{[5,3]}
3
20
26
{[31,14]}
8
1
15
{[13,15]}
{[12,1]}
34
{[18,7]}
6
29
36
16
7
{[23,16]}
{[9,30]}
30
{[2,4],[21,4]}
4
{[11,10],[33,10],
[35,10]}
10
{[25,17]}
17

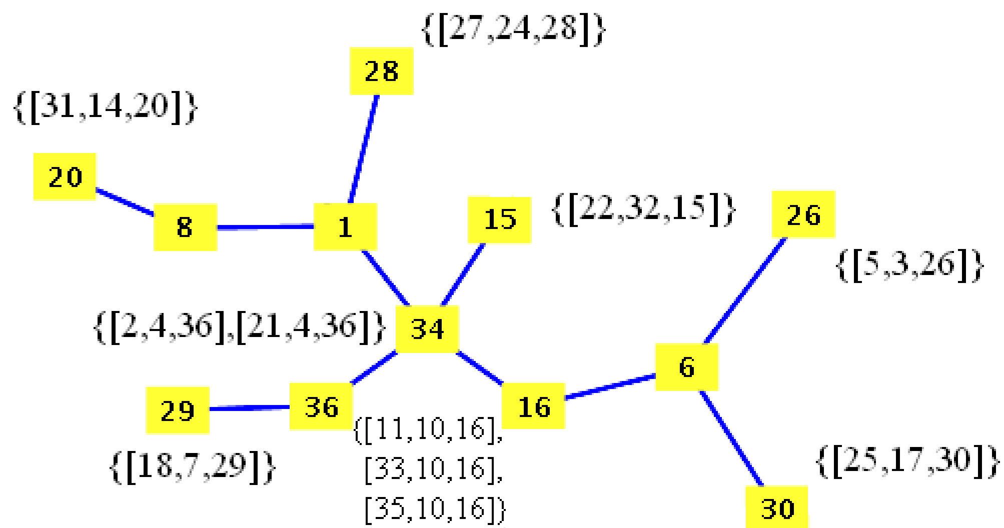


{[27,24]}
24
{[19,28]}
28
14
32
{[22,32]}
{[5,3]}
3
20
26
{[31,14]}
8
1
15
{[13,15]}
{[12,1]}
34
6
{[18,7]}
29
36
16
{[9,30]}
7
{[23,16]}
30
{[2,4],[21,4]}
4
{[11,10],[33,10],
[35,10]}
10
{[25,17]}
17

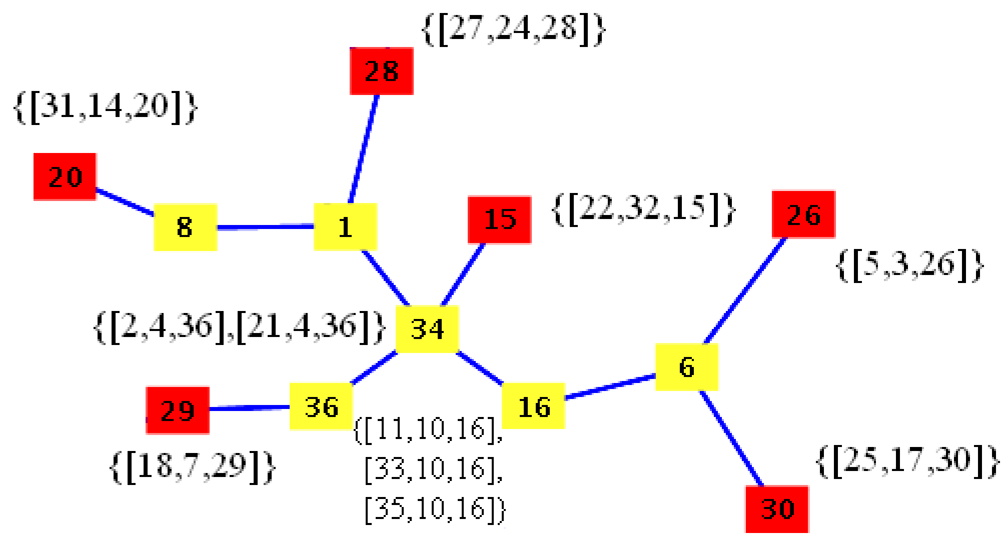


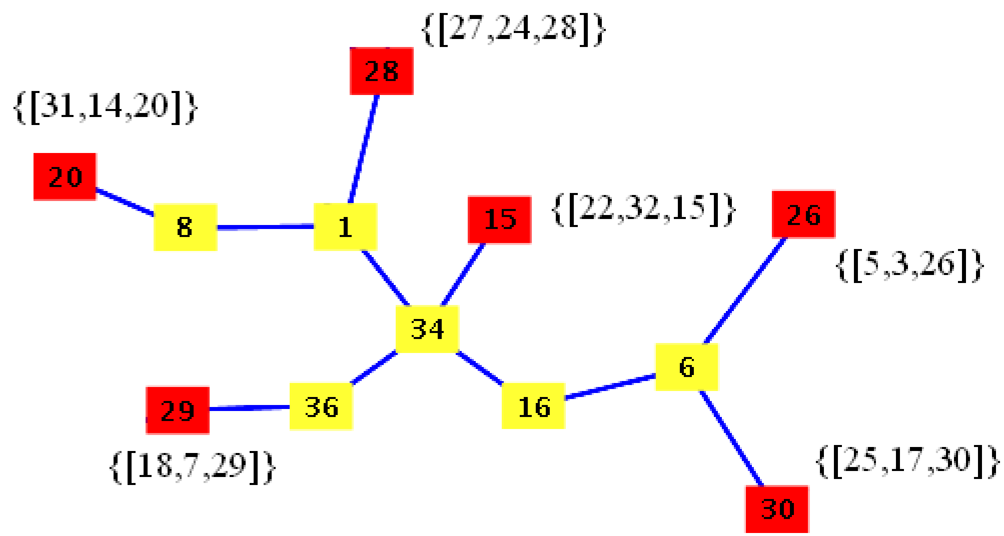
{[27,24]}
24
28
14
32
{[22,32]}
{[5,3]}
20
3
{[31,14]}
8
1
15
26
34
6
{[18,7]}
29
36
16
7
30
{[2,4],[21,4]}
4
{[11,10],[33,10],
10
[35,10]}
{[25,17]}
17

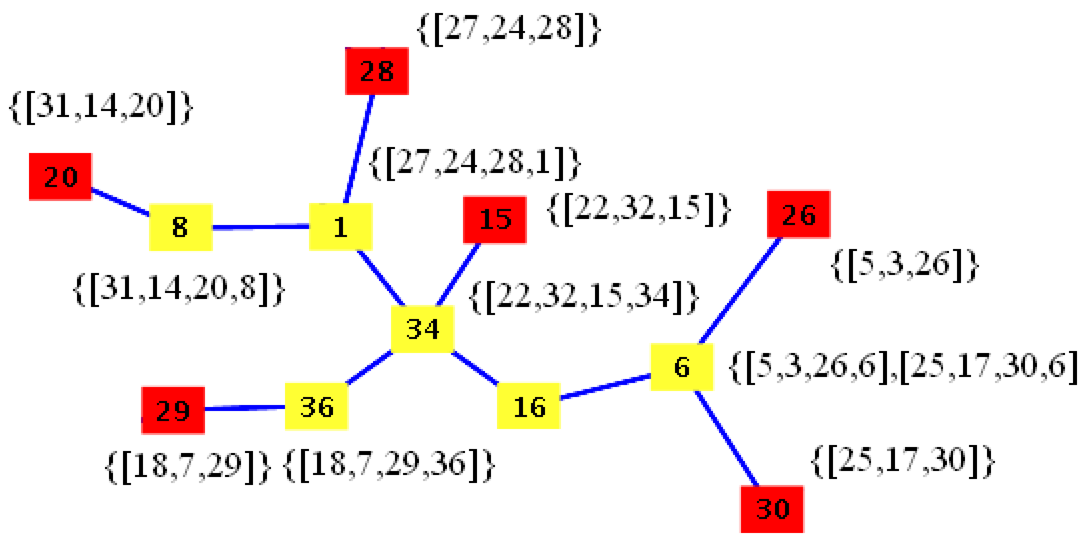

{[27,24]}
24
{[27,24,28]}
28
{[31,14,20]}
14
20
{[31,14]}
8
1
32
{[22,32]}
{[5,3]}
3
15
{[22,32,15]}
26
{[5,3,26]}
{[2,4,36],[21,4,36]}
34
6
{[18,7]}
29
36
16
7
{[11,10,16],
[33,10,16],
[35,10,16]}
{[18,7,29]}
{[25,17,30]}
30
{[2,4],[21,4]}
4
{[11,10],[33,10],
[35,10]}
10
{[25,17]}
17

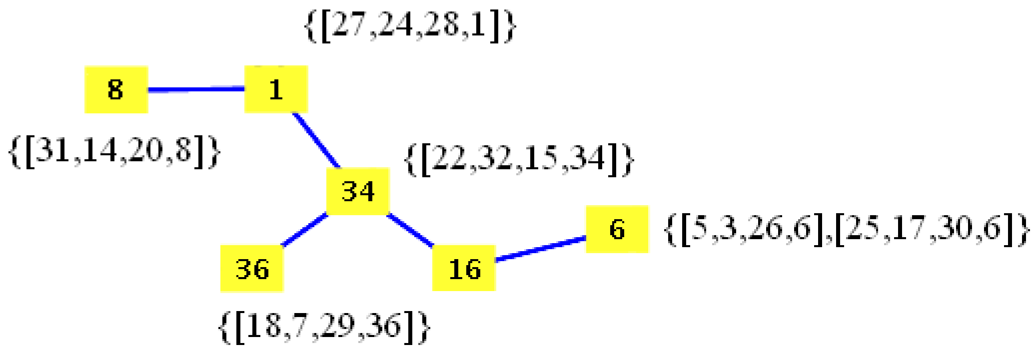


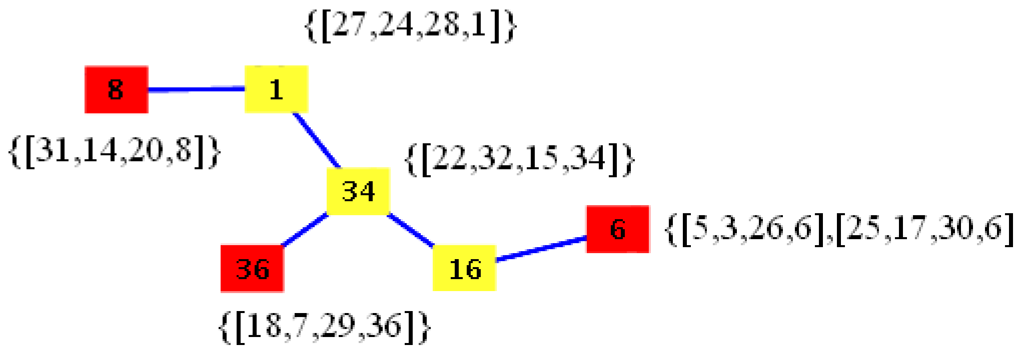
{[27,24,28]}
28
{[31,14,20]}
20
8
1
15
{[22,32,15]}
26
{[5,3,26]}
{[2,4,36],[21,4,36]}
34
6
29
36
16
{[11,10,16],
[33,10,16],
[35,10,16]}
{[18,7,29]}
30
{[25,17,30]}

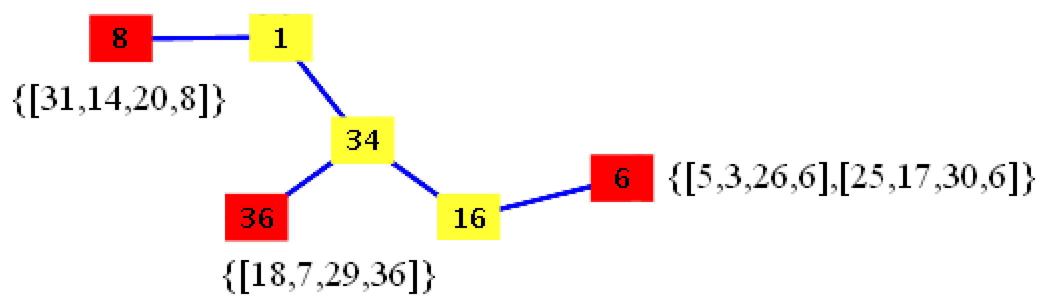

{[27,24,28]}
28
{[31,14,20]}
20
8
1
15
{[22,32,15]}
26
{[5,3,26]}
{[2,4,36],[21,4,36]}
34
6
29
36
16
{[11,10,16],
[33,10,16],
[35,10,16]}
{[18,7,29]}
{[25,17,30]}
30

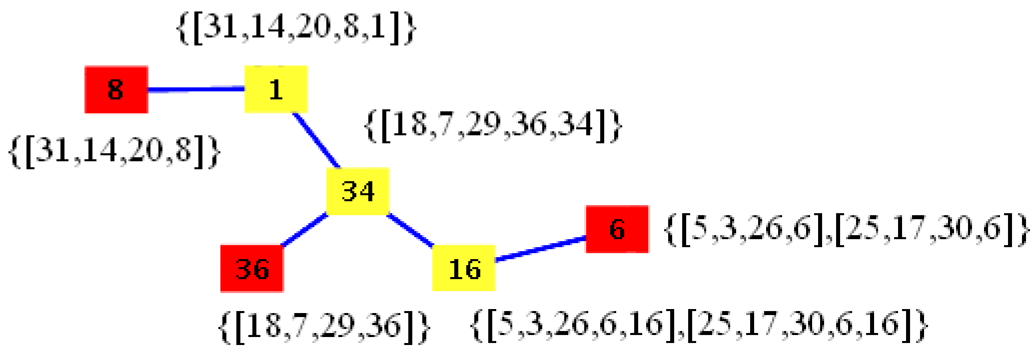

{[27,24,28]}
28
{[31,14,20]}
20
8
1
15
{[22,32,15]}
26
{[5,3,26]}
34
6
29
36
16
{[18,7,29]}
{[25,17,30]}
30

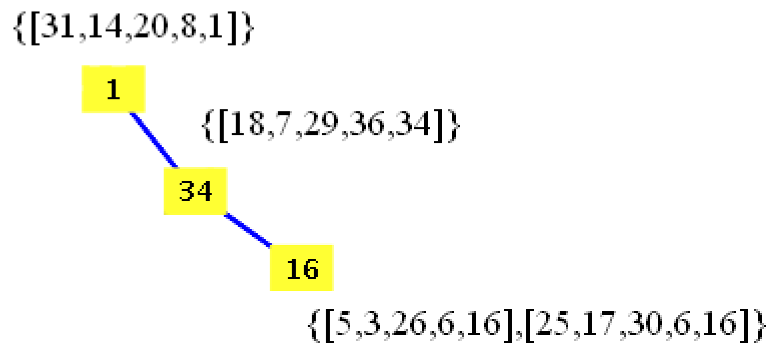

{[27,24,28]}
28
{[31,14,20]}
{[27,24,28,1]}
20
8
1
15
{[22,32,15]}
26
{[5,3,26]}
{[31,14,20,8]}
{[22,32,15,34]}
34
6
{[5,3,26,6],[25,17,30,6]}
29
36
16
{[18,7,29]}
{[18,7,29,36]}
{[25,17,30]}
30

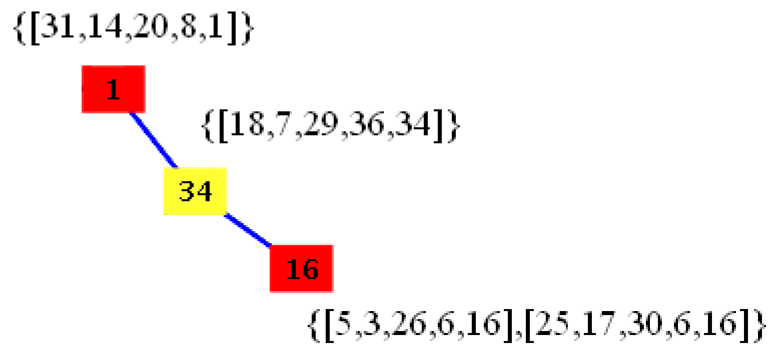

{[27,24,28,1]}
8
1
{[31,14,20,8]}
{[22,32,15,34]}
34
6
{[5,3,26,6],[25,17,30,6]}
36
16
{[18,7,29,36]}


{[27,24,28,1]}
8
1
{[31,14,20,8]}
{[22,32,15,34]}
34
6
{[5,3,26,6],[25,17,30,6]}
36
16
{[18,7,29,36]}

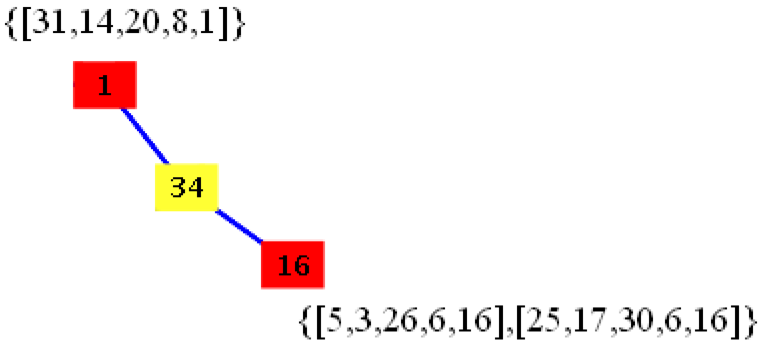

8
1
{[31,14,20,8]}
34
6
{[5,3,26,6],[25,17,30,6]}
36
16
{[18,7,29,36]}


{[31,14,20,8,1]}
8
1
{[31,14,20,8]}
{[18,7,29,36,34]}
34
6
{[5,3,26,6],[25,17,30,6]}
36
16
{[18,7,29,36]}
{[5,3,26,6,16],[25,17,30,6,16]}


{[31,14,20,8,1]}
1
{[18,7,29,36,34]}
34
16
{[5,3,26,6,16],[25,17,30,6,16]}



{[31,14,20,8,1]}
1
{[18,7,29,36,34]}
34
16
{[5,3,26,6,16],[25,17,30,6,16]}

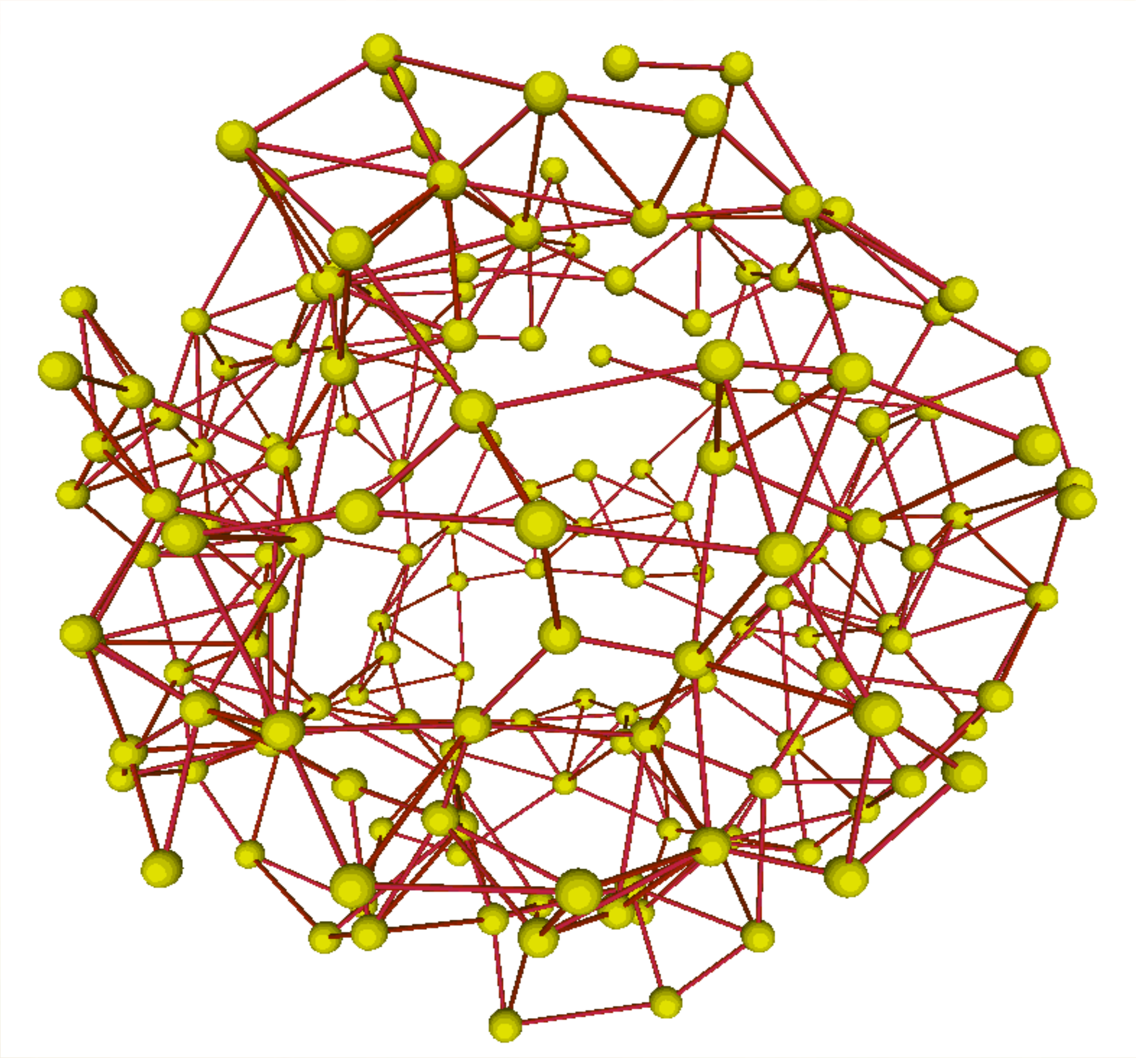


$Takas_1$ = [31, 14, 20, 8, 1, 34, 16, 6, 26, 3, 5]

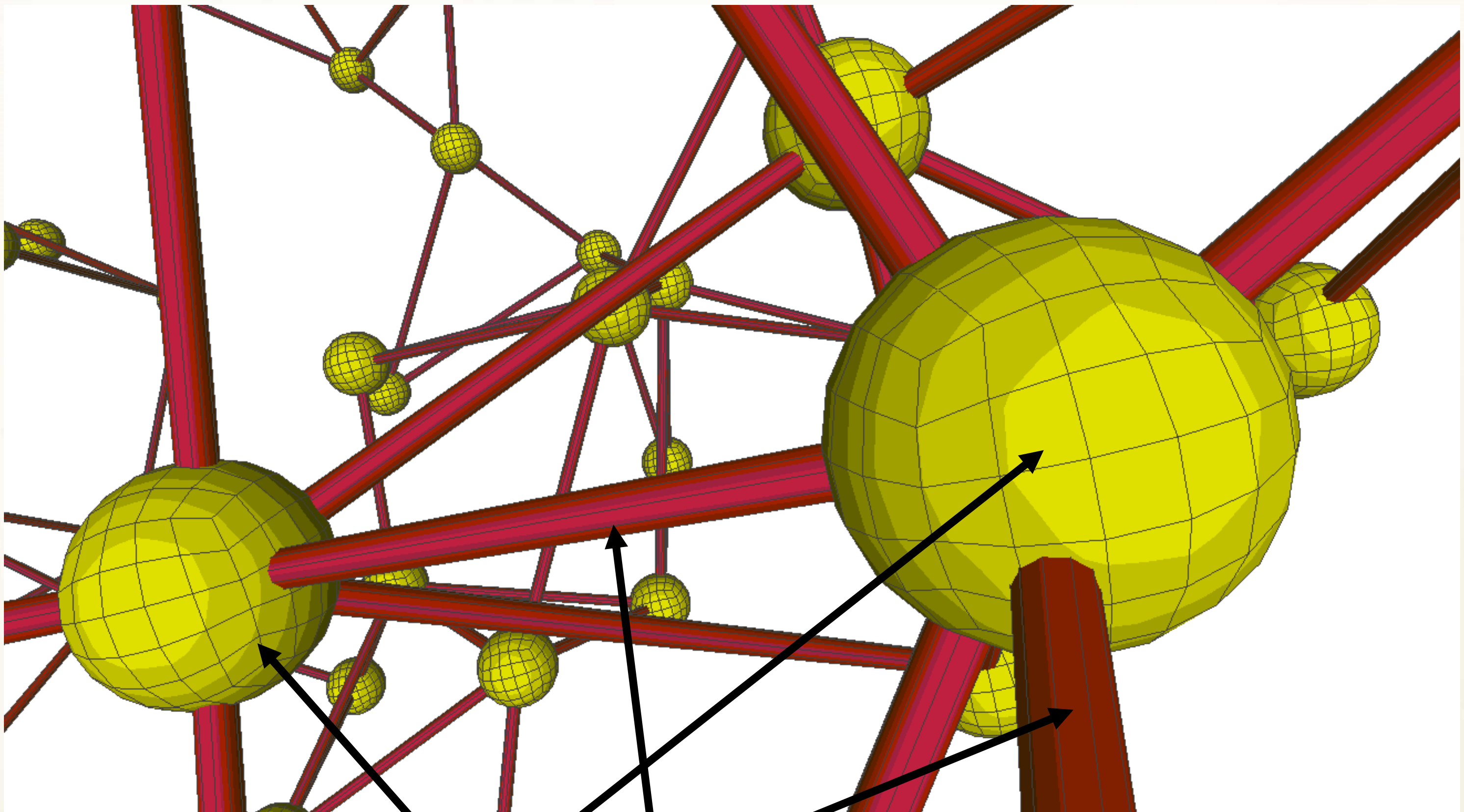
$Takas_2$ = [31, 14, 20, 8, 1, 34, 16, 6, 30, 17, 25]

Centras = [34]

Grafų vizualicazija off formatu

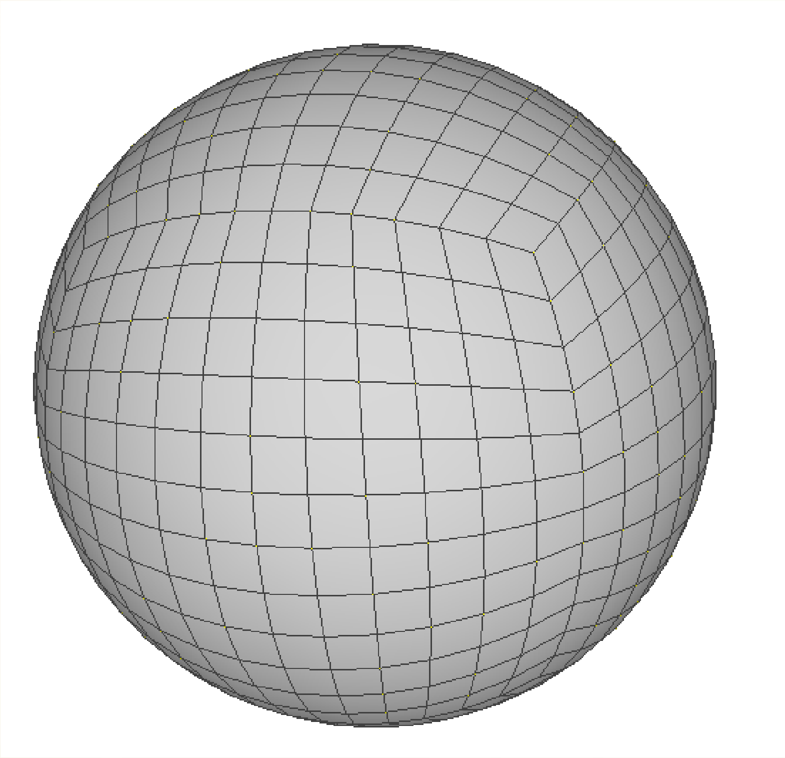


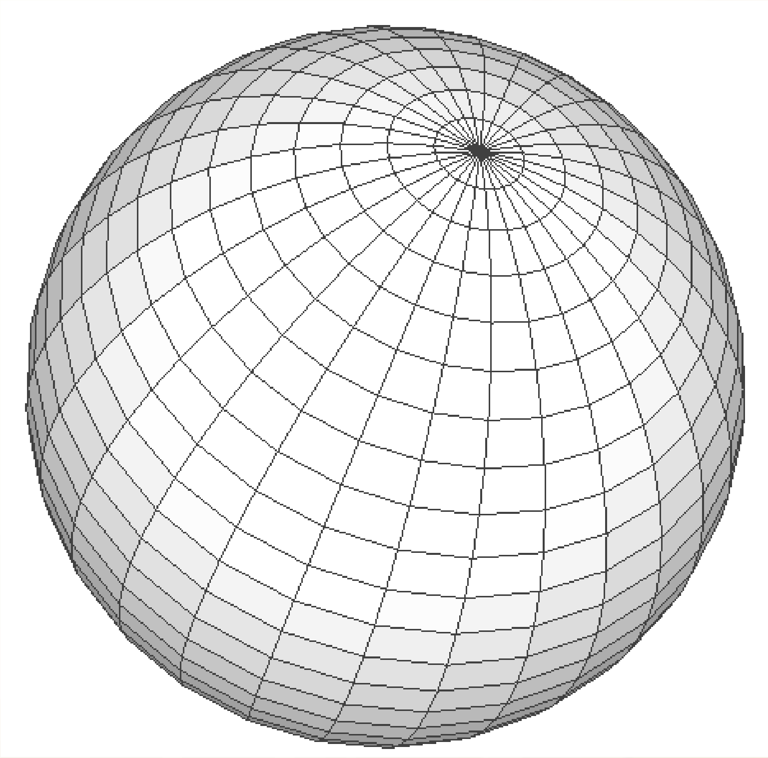
Grafų vizualicazija off formatu



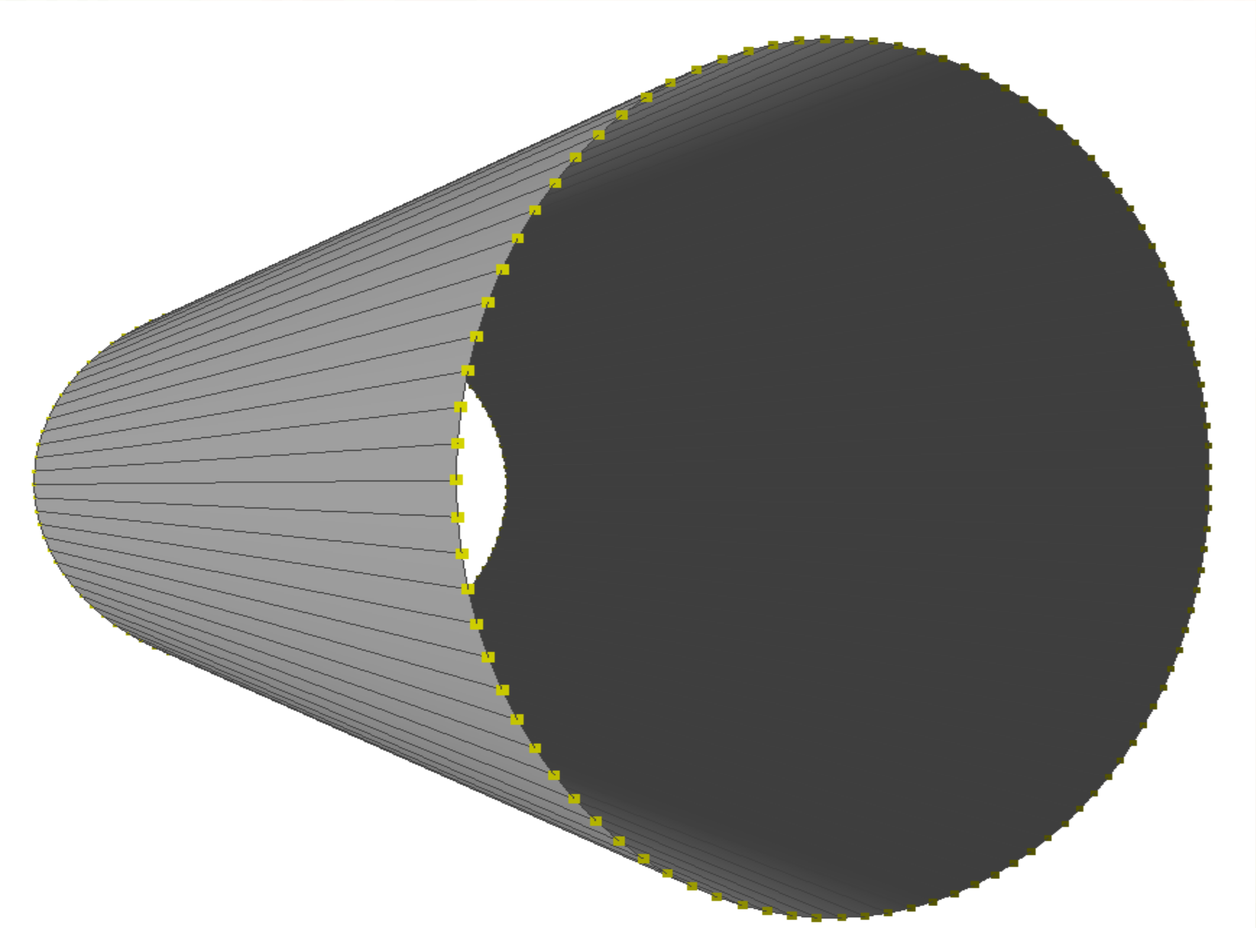
Sfera + cilindras trimatėje erdvėje

Sferos vizualizacija off formatu





Cilindro vizualizacija off formatu



Ačiū už dėmesį.

Klausimai?