Duomenų struktūros ir algoritmai

13 paskaita

2023-05-10

Svarbi informacija

- Gegužės 10 d. paskaitos skirtos kursui užbaigti.
- Gegužės 17 d. paskaitos dedikuotos Jūsų pasirinktų temų pristatymams.
- Gegužės 24 d. paskaitos skirtos sukurtų 3D modelių pristatymams ir gražiausių 3D modelių išrinkimui.
- Gegužės 31 d. paskaita – konsultacija.

- praktines užduotis galima atsiskaityti iki gegužės galo.
- **Egzaminas birželio 16 d. 12 val. nuotoliniu būdu**
- **Egzamino trukmė – 2 val.**

13 paskaitos tikslas

- Apžvelgti programavimo užduotis:
  - C9 – Look-and-say seka,
  - C7 – Šachmatų varžybų tvarkaraščio generavimas,
  - B15 – Delonė trianguliacija.
- Apžvelgti kitus geometrinius uždavinius, jų sprendimo algoritmus ir naujas programavimo užduotis:
  - C12 – plokštumos atkarpų susikirtimo patikrinimas,
  - C13 – erdvės trikampių susikirtimo patikrinimas.
- Pradėti kurso kartojimą.

Look-and-say seka

1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, 13112221, 1113213211,…

- 1 = vienas vienetas → 11,
- 11 = du vienetai → 21,
- 21 = vienas dvejetas, vienas vienetas → 1211,
- 1211 = vienas vienetas, vienas dvejetas, du vienetai → 111221,…

Apibendrintoji look-and-say seka

- Pirmasis sekos narys – natūralusis skaičius, pavyzdžiui:
- 2, 12, 1112, 3112, 132112, 1113122112, 31131122112, ...
- 13, 1113, 3113, 132113, 1113122113, 31131122113, ...

Šachmatų varžybų tvarkaraščio sudarymo algoritmas

- Varžybose dalyvauja n > 1 žaidėjų.
- Žaidėjai poromis turi sužaisti po vieną kartą.
- Jei žaidėjų skaičius 2k + 1, tai kiekvienas žaidėjas turi k partijų sužaisti balta ir k partijų juoda spalva (be to, kažkuris žaidėjas turi palaukti, kol kiti suloš vieną ratą).
- Jei žaidėjų skaičius 2k, tai pirmoji pusė žaidėjų sulošia k partijų balta ir k – 1 partijų juoda spalva.

Šachmatų varžybų tvarkaraščio sudarymo algoritmas (1)

- Tarkime varžybose dalyvauja 7 (arba 8) žaidėjai.
- Tikslas – sudaryti tokį tvarkaraštį:

```
1 ratas:    1 -(8)  2 - 7   3 - 6   4 - 5
2 ratas:   (8)- 5   6 - 4   7 - 3   1 - 2
3 ratas:    2 -(8)  3 - 1   4 - 7   5 - 6
4 ratas:   (8)- 6   7 - 5   1 - 4   2 - 3
5 ratas:    3 -(8)  4 - 2   5 - 1   6 - 7
6 ratas:   (8)- 7   1 - 6   2 - 5   3 - 4
7 ratas:    4 -(8)  5 - 3   6 - 2   7 - 1
```

Šachmatų varžybų tvarkaraščio sudarymo algoritmas (2)

- Iš pradžių sudarome tuščią 7 ratų lentelę.
- Jei žaidėjų skaičius 2k arba 2k – 1, reikia k – 1 ratų.

1 ratas:	-	-	-	-
2 ratas:	-	-	-	-
3 ratas:	-	-	-	-
4 ratas:	-	-	-	-
5 ratas:	-	-	-	-
6 ratas:	-	-	-	-
7 ratas:	-	-	-	-

Šachmatų varžybų tvarkaraščio sudarymo algoritmas (3)

- Į pirmąjį stulpelį įrašome aštuntąjį (2k-tąjį) žaidėją.
- Jei tokio žaidėjo nėra, jo oponentas tą ratą laisvas.

```
1 ratas:      -(8)    -       -       -
2 ratas:  (8)-        -       -       -
3 ratas:      -(8)    -       -       -
4 ratas:  (8)-        -       -       -
5 ratas:      -(8)    -       -       -
6 ratas:  (8)-        -       -       -
7 ratas:      -(8)    -       -       -
```

Šachmatų varžybų tvarkaraščio sudarymo algoritmas (4)

- Į likusias laisvas vietas prie kiekvienos lentos, žaidėjų numerius surašome tokia tvarka: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 1, 2,...

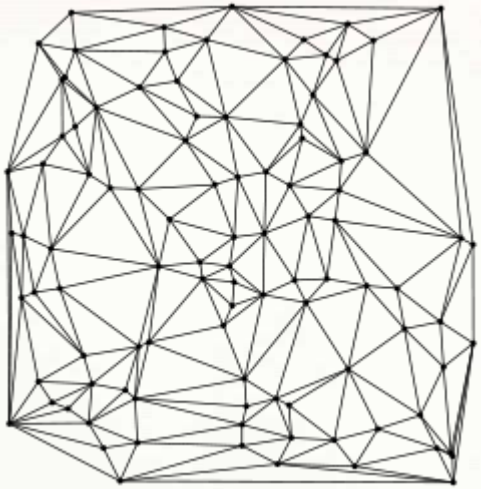
```
1 ratas:    1 -(8)  2 -     3 -     4 -
2 ratas:   (8)- 5   6 -     7 -     1 -
3 ratas:    2 -(8)  3 -     4 -     5 -
4 ratas:   (8)- 6   7 -     1 -     2 -
5 ratas:    3 -(8)  4 -     5 -     6 -
6 ratas:   (8)- 7   1 -     2 -     3 -
7 ratas:    4 -(8)  5 -     6 -     7 -
```

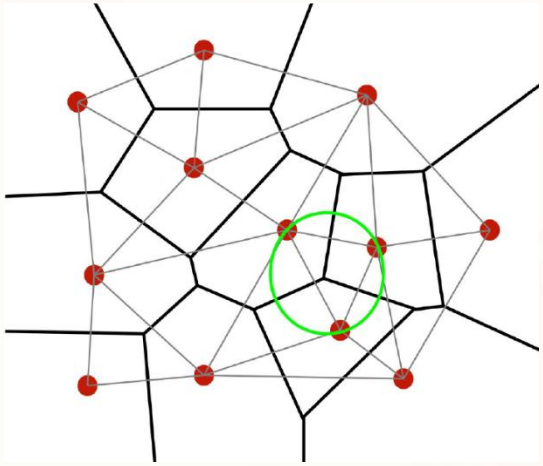
Šachmatų varžybų tvarkaraščio sudarymo algoritmas (5)

- Į likusias laisvas vietas prie kiekvienos lentos, žaidėjų numerius surašome tokia tvarka: 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 7, 6,...

1 ratas:	1 -(8)	2 - 7	3 - 6	4 - 5
2 ratas:	(8)- 5	6 - 4	7 - 3	1 - 2
3 ratas:	2 -(8)	3 - 1	4 - 7	5 - 6
4 ratas:	(8)- 6	7 - 5	1 - 4	2 - 3
5 ratas:	3 -(8)	4 - 2	5 - 1	6 - 7
6 ratas:	(8)- 7	1 - 6	2 - 5	3 - 4
7 ratas:	4 -(8)	5 - 3	6 - 2	7 - 1

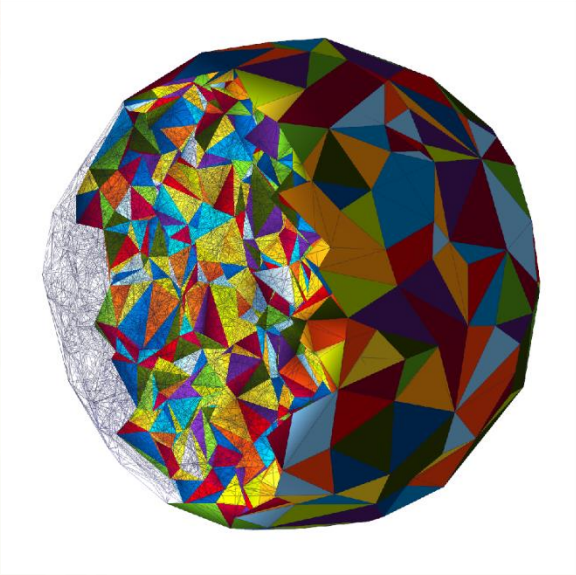
Delonė trianguliacija (1)





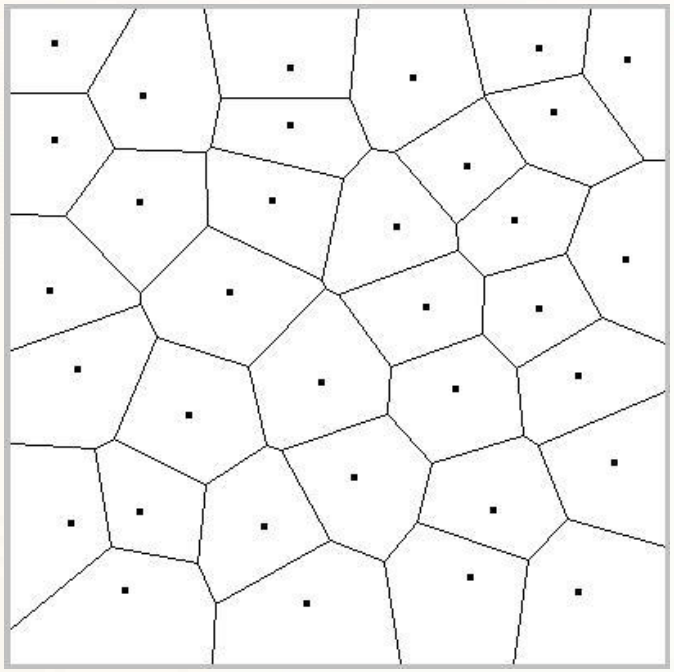
- Delonė trianguliacija vadinamas toks plokštumos taškų aibės P trejetų susiejimas į trikampius, kad apie kiekvieną tokį trikampį apibrėžto apskritimo viduje nėra nė vieno kito tokio plokštumos taško, kuris priklausytų aibei P.

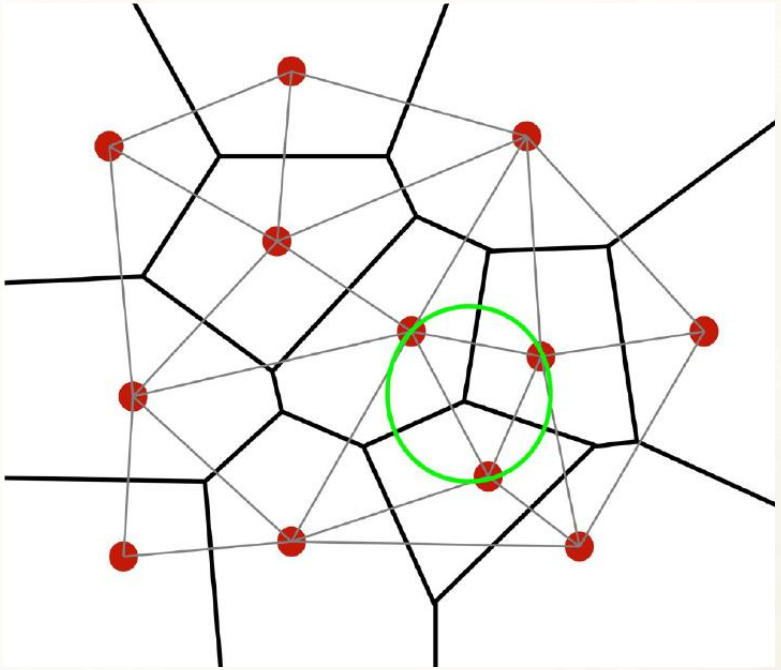
Delonė trianguliacija (2)



- Trimačiu atveju Delonė trianguliacija vadinamas toks erdvės taškų aibės Q ketvertų susiejimas į tetraedrus, kad apie kiekvieną tokį tetraedrą apibrėžtos sferos viduje nėra nė vieno kito tokio erdvės taško, kuris priklausytų aibei Q.
- Kaip matome, Delonė trianguliacijos uždavinys gali būti apibendrintas n-mačiu atveju.

Voronojaus diagrama





- Plokštumos atveju, Voronojaus diagrama padalina plokštumą į ląsteles (stritis). Gretimų 2 ląstelių sankirtos atkarpa statmena tiesei, einančiai per ląstelių centrus ir vienodai nutolusi nuo šių ląstelių centrų.

- Delonė trianguliacija yra duali Voronojaus diagramai. Kodėl?

Delonė trianguliacija taikoma

- Miestų planavime, kartografijoje.
- Mobiliųjų telefonų retransliacijos stočių išdėstymo planavime.
- Efektyviai artimiausiojo kaimyno paieškai.
- Paviršių aproksimavimui (kompiuterinė geometrija, atpažinimas).
- Baigtinių elementų metodu formuojant gardeles, (diferencialinės lygtys).
- Vizualizacijoje (kompiuterinė rega, geometrija).
- Daugiamačių duomenų struktūrų sudarymui (kompiuterija).

Delonė trianguliacijos realizavimo algoritmai (1)

- Siekiant patikrinti, ar plokštumos taškas $D(D_x, D_y)$ yra viduje apskritimo, nubrėžto per taškus $A(A_x, A_y)$, $B(B_x, B_y)$ ir $C(C_x, C_y)$, *išdėstytus prieš laikrodžio rodyklę,* užtenka patikrinti sąlygą:

$$f(A,B,C,D) = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_x^2 + A_y^2 & 1 \\ B_x & B_y & B_x^2 + B_y^2 & 1 \\ C_x & C_y & C_x^2 + C_y^2 & 1 \\ D_x & D_y & D_x^2 + D_y^2 & 1 \end{vmatrix} > 0.$$

- Jei ši sąlyga nėra teisinga, trikampis ABC įtraukiamas į formuojamą Delonė trikampių tinklą.

Delonė trianguliacijos realizavimo algoritmai (2)

Tiesioginis Delonė trianguliacijos algoritmas:

P = {P[1], …, P[n]} – plokštumos taškų aibė,

P[i] = [P[i][1], P[i][2], i = 1, …, n,

D – formuojamas Delonė trikampių tinklas.

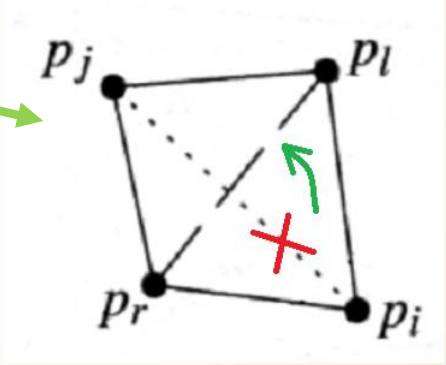
DelaunayTr(P, n)

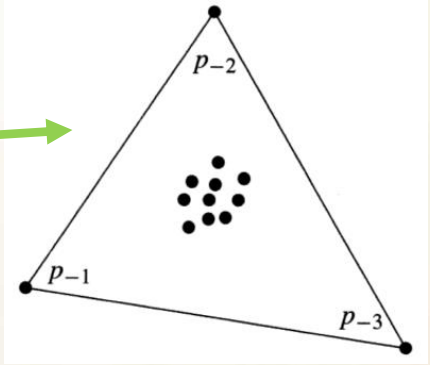
```
D ← {}
for i ← 0 to n – 2 do
        for j ← i + 1 to n – 1 do
                for k ← j + 1 to n do
                        for q ← 0 to n do
                                if f(P[i],P[j],P[k],P[q]) ≤ 0
                                        then D ← D ∪ [P[i],P[j],P[k]]
```

Algoritmo sudėtingumas $O(n^4)$, kodėl?

Delonė trianguliacijos realizavimas efektyvesniais algoritmais

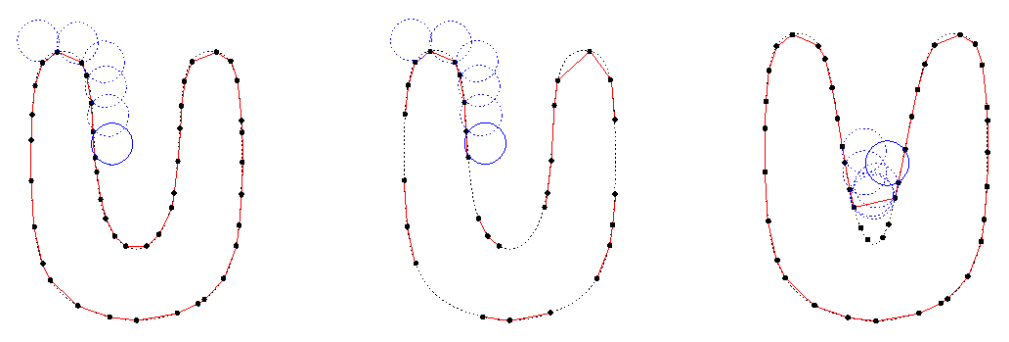
- Keitimo algoritmas (esamo trikampių tinklo korekcija).
- Atsitiktinio įterpimo algoritmas.
- „Skaldyk ir valdyk“ algoritmas.
- Gaubiančiojo trikampio algoritmas.
- Daugiau informacijos: https://kedras.mif.vu.lt/bastys/academic/ATE/delaunay/delaunay.html



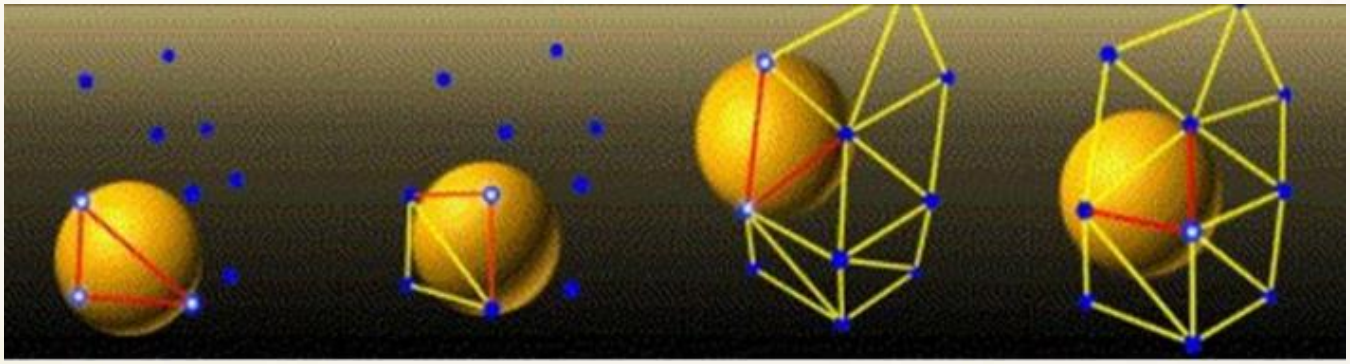


Paviršiaus trikampių tinklo formavimas

- Ball pivoting (sferų sukimosi) algoritmas:



2D atveju



3D atveju

- https://www.youtube.com/watch?v=ZqYWRVJ3bpA

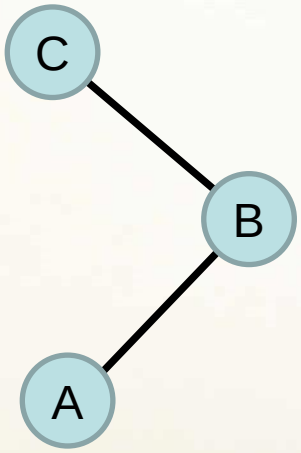
Kiti geometriniai uždaviniai

- Ar 3 plokštumos taškai išsidėsto prieš laikrodžio rodyklę?
- Ar plokštumos atkarpos kertasi? (C12)
- Ar erdvės trikampiai kertasi? (C13)
- Ar plokštumos taškas yra daugiakampio viduje?
- Iškilojo apvalkalo uždavinys.

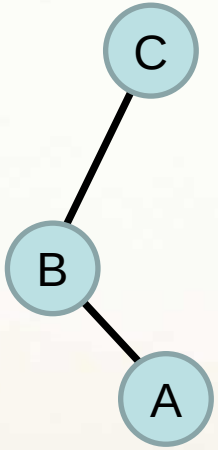
Detalesnė informacija:
https://www.cs.princeton.edu/~rs/AlgsDS07/16Geometric.pdf

Prieš ar pagal laikrodžio rodyklę?

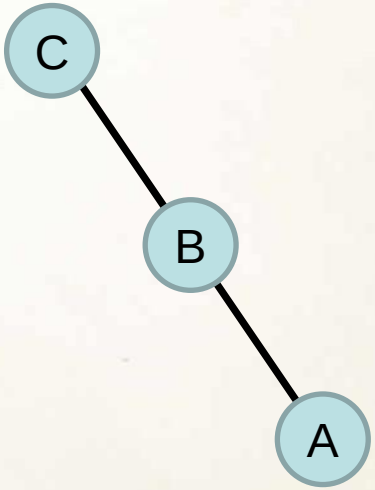
- Ar 3 plokštumos taškų seka [A, B, C] eina prieš laikrodžio rodyklę?



Taip



Ne



???

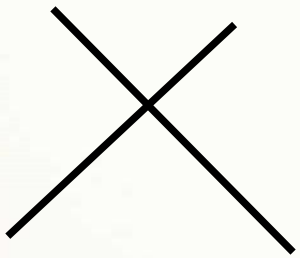
Prieš ar pagal laikrodžio rodyklę?

- Tegu $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$, $C(x_C, y_C)$ ir

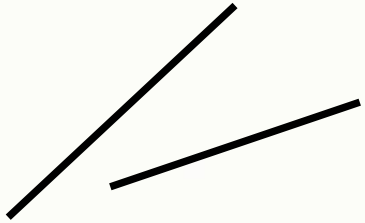
$$\mathrm{f(A,B,C)} = \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}.$$

- Jei f(A, B, C) > 0, tai taškai A, B, C išsidėsto prieš laikrodžio rodyklę.
- Jei f(A, B, C) < 0, tai taškai A, B, C išsidėsto pagal laikrodžio rodyklę.
- Jei f(A, B, C) = 0, tai taškai A, B, C yra vienoje tiesėje.

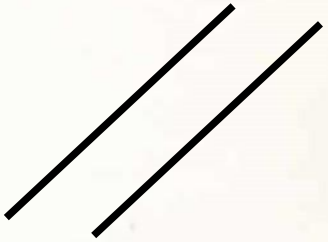
Ar plokštumos atkarpos kertasi?



Taip



Ne

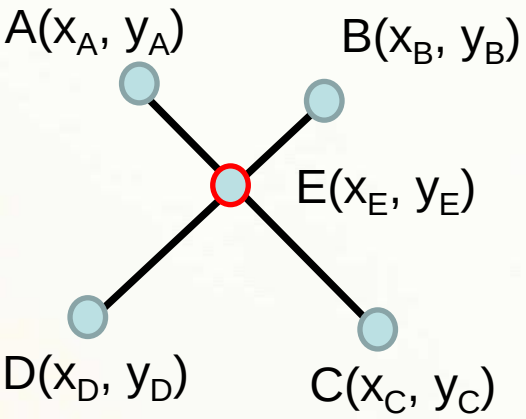


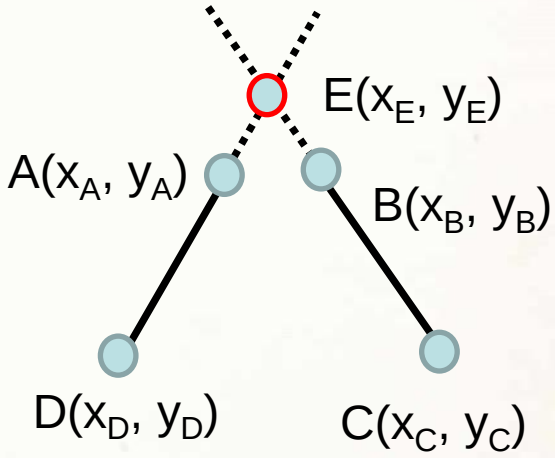
Ne

Atkarpų susikirtimo patikrinimo idėja.

1) Rasti pratęstų atkarpų **susikirtimo tašką** įvertinus atskirus atvejus:
   a) atkarpos lygiagrečios, bet ne vienoje tiesėje (niekada nesikirs).
   b) atkarpos vienoje tiesėje (susikirtimo patikrinimas elementarus).
2) Jei to taško koordinatės priklauso atitinkamų atkarpų intervalų sankirtoms, atkarpos kertasi.

Ar plokštumos atkarpos kertasi?





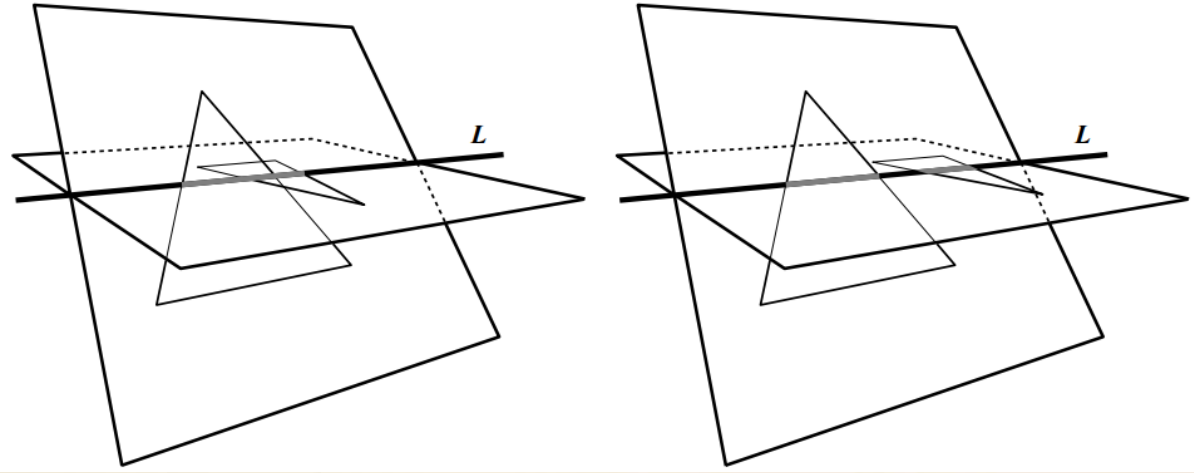
$x_E \in [x_D, x_B] \cap [x_C, x_A]$,
$y_E \in [y_D, y_B] \cap [y_C, y_A]$.

$x_E \notin [x_D, x_A] \cap [x_C, x_B]$,
$y_E \notin [y_D, y_A] \cap [y_C, y_B]$.

Ar erdvės trikampiai kertasi?

Erdvės trikampių susikirtimo patikrinimo idėja.

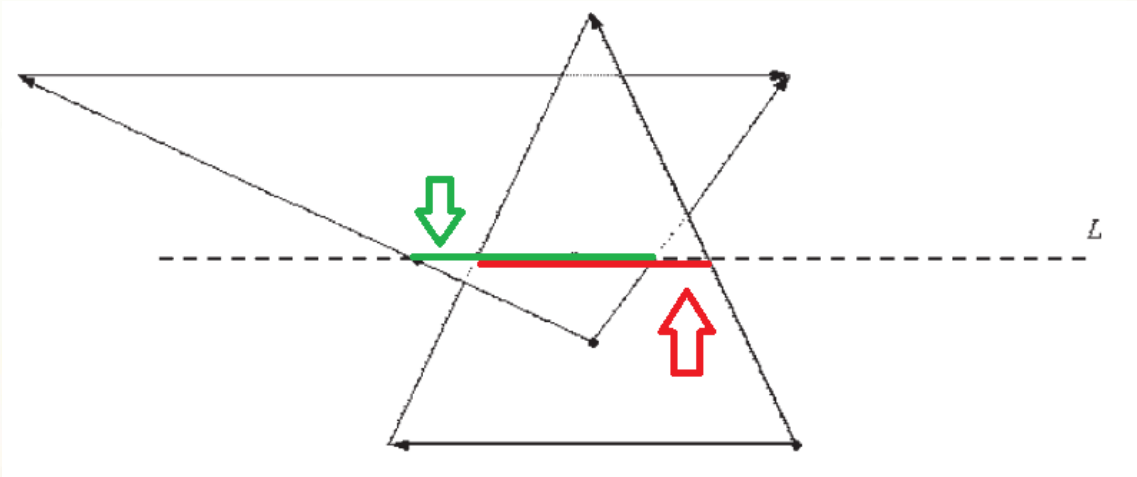
1) Apskaičiuoti trikampių plokštumų lygtis įvertinus atskirus atvejus:
   a) Trikampių plokštumos lygiagrečios, bet ne vienoje plokštumoje (trikampiai niekada nesikirs).
   b) Trikampių plokštumos vienoje plokštumoje (susikirtimo patikrinimas susiveda į atkarpų susikirtimo patikrinimo uždavinį).
2) Išvesti trikampių plokštumų susikirtimo tiesės L lygtį ir ją suprojektuoti tokioje Dekarto ašyje, kurios atžvilgiu mažiausias kampas su tiese L.



Ar erdvės trikampiai kertasi?

Erdvės trikampių susikirtimo patikrinimo idėja.

3) Suprojektuoti trikampiams priklausančias atkarpas tiesėje L:



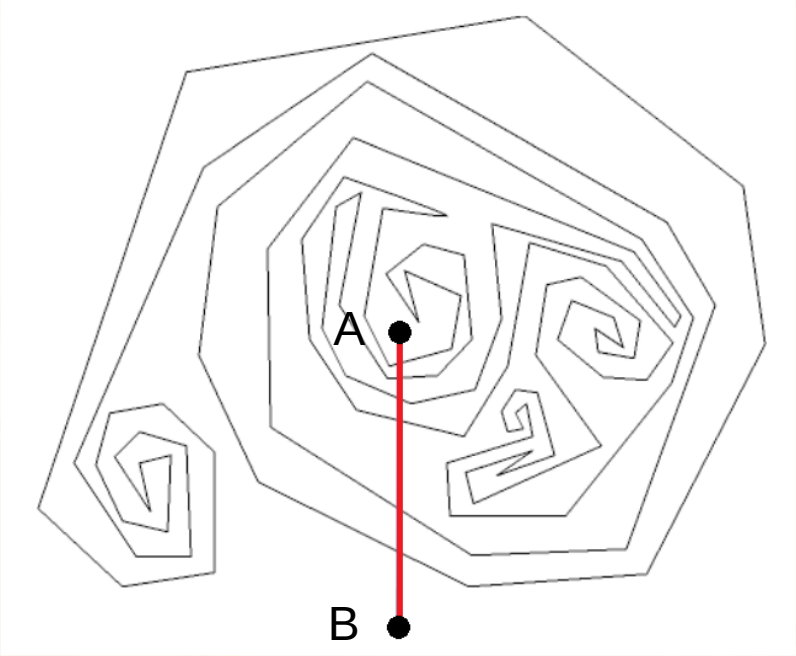
4) Įvertinti, ar šių atkarpų sankirta nėra tuščioji aibė.

Daugiau informacijos:

https://web.stanford.edu/class/cs277/resources/papers/Moller1997b.pdf

http://webee.technion.ac.il/~ayellet/Ps/TroppTalShimshoni.pdf

Daugiakampio viduje ar išorėje?



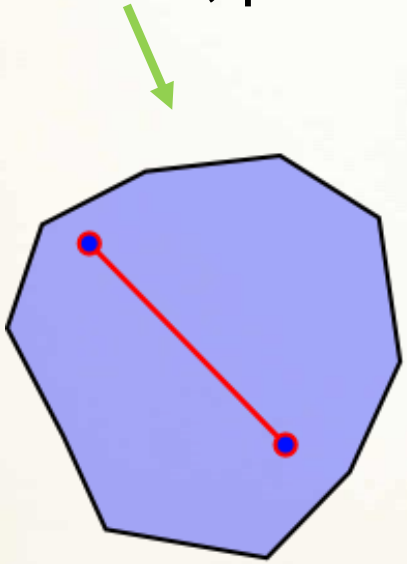
- Uždaras ir savęs nekertantis daugiakampis plokštumą dalija į 2 dalis: vidų ir išorę.
- Kertant daugiakampio kraštinę pereinama arba iš daugiakampio vidaus į išorę arba iš išorės į daugiakampio vidų.
- Kaip tuo pasinautodi?

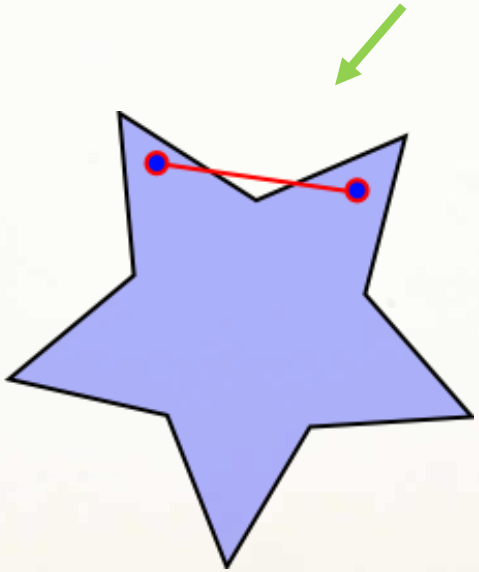
Ar duotas taškas A daugiakampio viduje? Uždavinio sprendimo idėja:

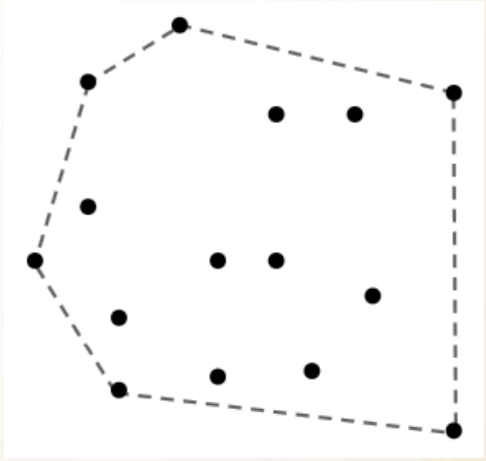
1) Apskaičiuoti daugiakampio išorės tašką B.
2) Taškus A ir B sujungti atkarpa.
3) Apskaičiuoti, kiek kartų atkarpa AB kerta daugiakampį.
4) Jei tų kirtimų skaičius – nelyginis, taškas B yra daugiakampio viduje.

Iškilojo apvalkalo uždavinys

Jei bet kuriuos 2 daugiakampio vidaus taškus jungianti atkarpa priklauso daugiakampiui, daugiakampis yra iškilasis, priešingu atveju – neiškilasis.





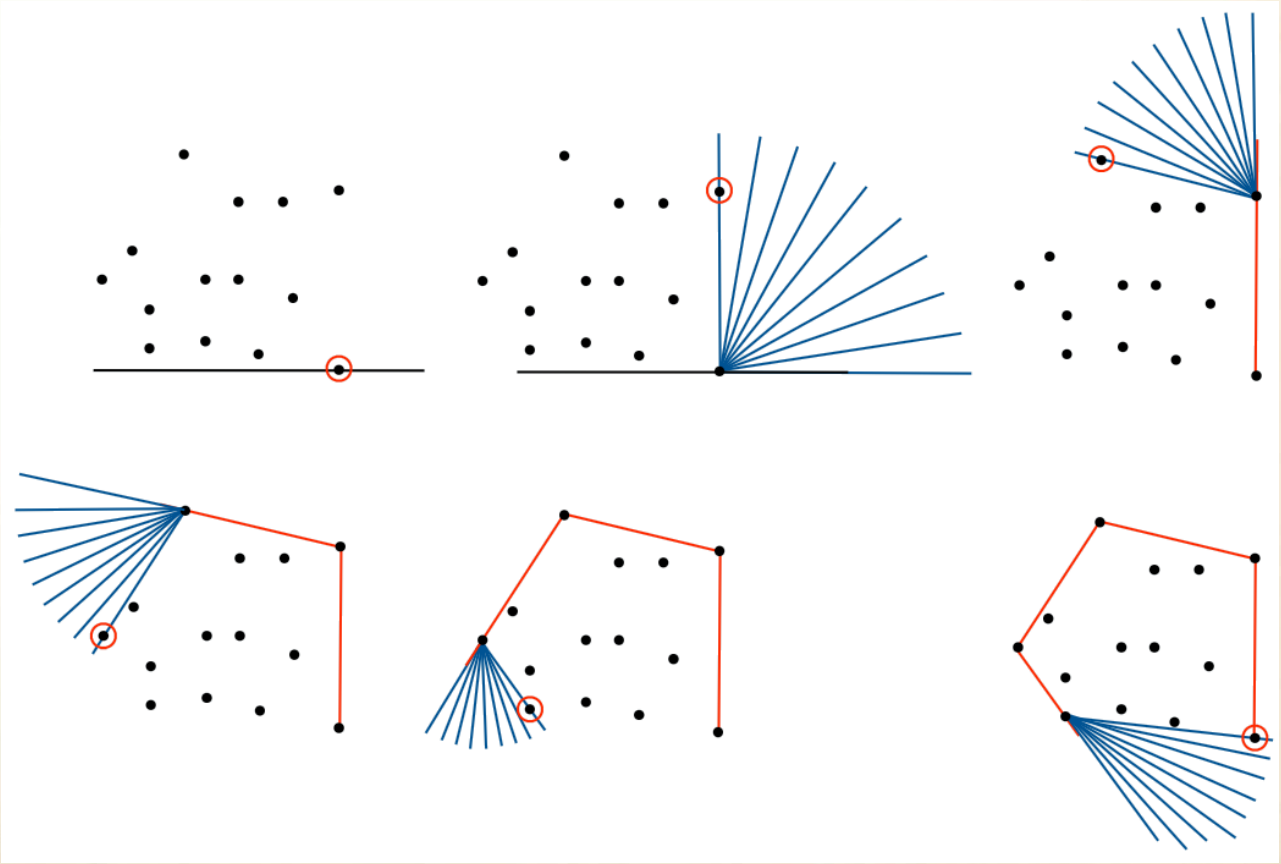


Mažiausio ploto iškilasis daugiakampis, kuriam priklauso visi duotosios aibės taškai, vadinamas iškiliuoju apvalkalu.

Iškilojo apvalkalo sudarymas

Algoritmo idėja (tegu įvesties taškų aibė Q):

1) Iš aibės Q pasirinkti pradžios tašką, kurio mažiausia y koordinatė.
2) Iš to taško X ašies kryptimi išvesti spindulį r ir jį sukti prieš laikrodžio rodyklę.
3) Spinduliui r kaskart „atsitrenkus“ į kitą aibės Q tašką, į jį perkelti sukamą spindulį r.
4) Algoritmas stabdomas, kai spindulys r „atsitrenkia“ į tašką su mažiausia y koordinate.
5) Spindulio r paliestų taškų sąrašas atitinka iškiląjį apvalkalą.



Daugiau geometrinių algoritmų

Stenfordo universitete dėstomo dalyko „Geometry Processing Algorithms“ paskaitų skaidrės:

http://graphics.stanford.edu/courses/cs468-10-fall/LectureSlides/01_Introduction.pdf
http://graphics.stanford.edu/courses/cs468-10-fall/LectureSlides/02_Basics.pdf
http://graphics.stanford.edu/courses/cs468-10-fall/LectureSlides/02_Mesh_Data_Structures.pdf
http://graphics.stanford.edu/courses/cs468-10-fall/LectureSlides/02_Open_Mesh.pdf
http://graphics.stanford.edu/courses/cs468-10-fall/LectureSlides/03_Surface_Reconstruction.pdf
http://graphics.stanford.edu/courses/cs468-10-fall/LectureSlides/04_Surface_Reconstruction.pdf
http://graphics.stanford.edu/courses/cs468-10-fall/LectureSlides/05_Diff_Geo.pdf
http://graphics.stanford.edu/courses/cs468-10-fall/LectureSlides/06_smoothing.pdf
http://graphics.stanford.edu/courses/cs468-10-fall/LectureSlides/07_Linear%20solvers.pdf
http://graphics.stanford.edu/courses/cs468-10-fall/LectureSlides/08_Simplification.pdf
http://graphics.stanford.edu/courses/cs468-10-fall/LectureSlides/09_Progressive_Meshes.pdf
http://graphics.stanford.edu/courses/cs468-10-fall/LectureSlides/10_Subdivision.pdf
http://graphics.stanford.edu/courses/cs468-10-fall/LectureSlides/11_shape_matching.pdf
http://graphics.stanford.edu/courses/cs468-10-fall/LectureSlides/12_Parameterization1.pdf
http://graphics.stanford.edu/courses/cs468-10-fall/LectureSlides/13_Parameterization2.pdf
http://graphics.stanford.edu/courses/cs468-10-fall/LectureSlides/14_Remeshing1.pdf
http://graphics.stanford.edu/courses/cs468-10-fall/LectureSlides/15_Remeshing2.pdf
http://graphics.stanford.edu/courses/cs468-10-fall/LectureSlides/16_spectral_methods1.pdf
http://graphics.stanford.edu/courses/cs468-10-fall/LectureSlides/17_spectral_methods2.pdf
http://graphics.stanford.edu/courses/cs468-10-fall/LectureSlides/18_Deformation_1.pdf
http://graphics.stanford.edu/courses/cs468-10-fall/LectureSlides/19_Deformation_2.pdf

Egzamino temos (1)

1. Algoritmo užrašymo būdai:
    a. Blokinė schema;
    b. Pseudokodas.
2. Algoritmo realizavimo metodai:
    a. Indukcija;
    b. Rekursija.
3. Klasikiniai algoritmai:
    a. Euklido algoritmas;
    b. Pirminių (ir pirminių dvynių) skaičių paieškos algoritmai;
    c. Skaičiavimo sistemos keitimo algoritmas.
4. Paieškos algoritmai:
    a. Nuoseklioji (tiesinė) paieška;
    b. Dvejetainė paieška;
    c. Paieška medžiuose.
5. Algoritmo sudėtingumas.

Egzamino temos (2)

6. Tiesinės ir dinaminės duomenų struktūros:
    a. Tiesinis sąrašas;
    b. Tiesinis abipusis sąrašas;
    c. Dėklas;
    d. Abipusis dėklas;
    e. Eilutė;
    f. Ciklinė eilutė.
7. Abstraktus duomenų tipas:
    a. Matrica;
    b. Aibė;
    c. Medžiai;
    d. Heap struktūra;
    e. Prioritetinė eilutė.

Egzamino temos (3)

8. Rikiavimo algoritmai:
    a. Išrinkimo algoritmas;
    b. Burbuliuko algoritmas;
    c. Įterpimo algoritmas;
    d. Rikiavimas Šelo metodu;
    e. Spartaus rikiavimo algoritmas;
    f. Sąlajos rikiavimas;
    g. Išorinis rikiavimas;
    h. Piramidės rikiavimas;
    i. Skaitmeninis rikiavimas.
9. Grafai, digrafai, multigrafai ir medžiai:
    a. Gretimumo matrica;
    b. Incidentumo matrica;
    c. Priuferio kodas;
    d. Medžio centras;
    e. Hierarchinis medžių vaizdavimas;
    f. Radialinis medžių vaizdavimas.

Egzamino temos (4)

10. Medžių tipai ir medžių paieškos algoritmai:
    a. Dvejetainis medis;
    b. Dvejetainis paieškos medis;
    c. Medžio apėjimo būdai;
    d. AVL medžiai;
    e. Fibonačio medžiai;
    f. Raudoni–juodi medžiai;
    g. 2–3 medžiai;
    h. 2–3–4 medžiai;
    i. B–medžiai.

Egzamino temos (5)

11. Grafų paieškos algoritmai:
    a. Paieška į plotį;
    b. Paieška į gylį;
    c. Kruskalio algoritmas;
    d. Primo algoritmas;
    e. Dijkstros algoritmas;
    f. Belmano–Fordo algoritmas;
    g. Lėtas trumpiausių takų paieškos algoritmas;
    h. Greitas trumpiausių takų paieškos algoritmas;
    i. Floido–Varšalo algoritmas;
    j. Fordo ir Fulkersono metodas;
    k. Edmondso–Karpo algoritmas;
    l. Priešsraučio stūmimo algoritmas.

Ačiū už dėmesį.