Duomenų struktūros ir algoritmai

4 paskaita

2019-02-27

Duomenų rūšiavimo poreikis

- Rūšiavimas yra viena pagrindinių kompiuterio atliekamų operacijų (vidutiniškai 25% viso skaičiavimo laiko kompiuteris skiria rūšiavimui).
- Rūšiavimo procesą sąlygoja:
  - Duomenų tvarkymo apibrėžimas.
  - Duomenų struktūra.
  - Įvairūs prioritetai.
  - Atminties panaudojimas:
    - Vidinės atminties panaudojimas.
    - Išorinės atminties panaudojimas.
  - Lygiagretus rūšiavimas ir t. t.

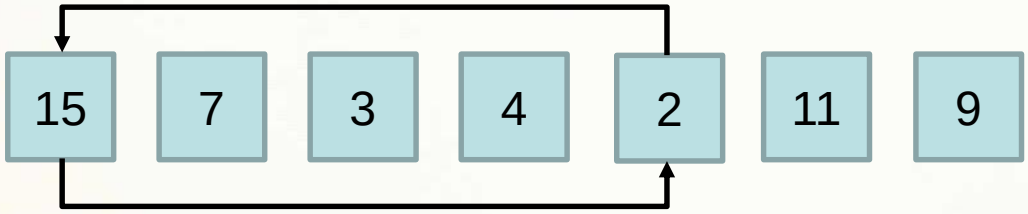
Rūšiavimo (rikiavimo) algoritmai

1. Išrinkimo algoritmas (*angl.* Selection sort)
2. Burbuliuko algoritmas (*angl.* Bubble sort)
3. Įterpimo algoritmas (*angl.* Insertion sort)
4. Rikiavimas Šelo metodu (*angl.* Shell sort)
5. Spartaus rikiavimo algoritmas (*angl.* Quick sort)
6. Sąlajos rikiavimas (*angl.* Merge sort)
7. Išorinis rikiavimas (*angl.* External sorting)
8. Piramidės rikiavimas (*angl.* Heap sort)
9. Skaitmeninis rikiavimas (*angl.* Radix sort)

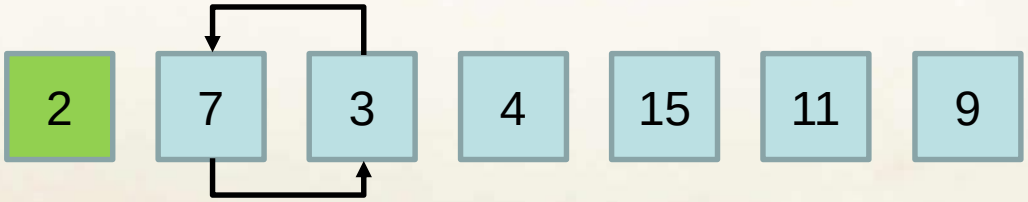
Išrinkimo algoritmas (angl. Selection sort)

Rikiavimo taisyklės:

1) Iš turimo duomenų sąrašo išrenkamas mažiausias elementas ir sukeičiamas (*swap*) su pirmuoju elementu:



2) Principas kartojamas sąrašui be pirmojo elemento ir t. t. kol gaunamas išrikiuotas sąrašas didėjimo tvarka:



Burbuliuko algoritmas (angl. Bubble sort)

Algoritmo idėja – nuosekliai iš kairės į dešinę lyginti gretimų elementų (a, b) poras, jei a > b, sukeisti juos vietomis (*swap*).

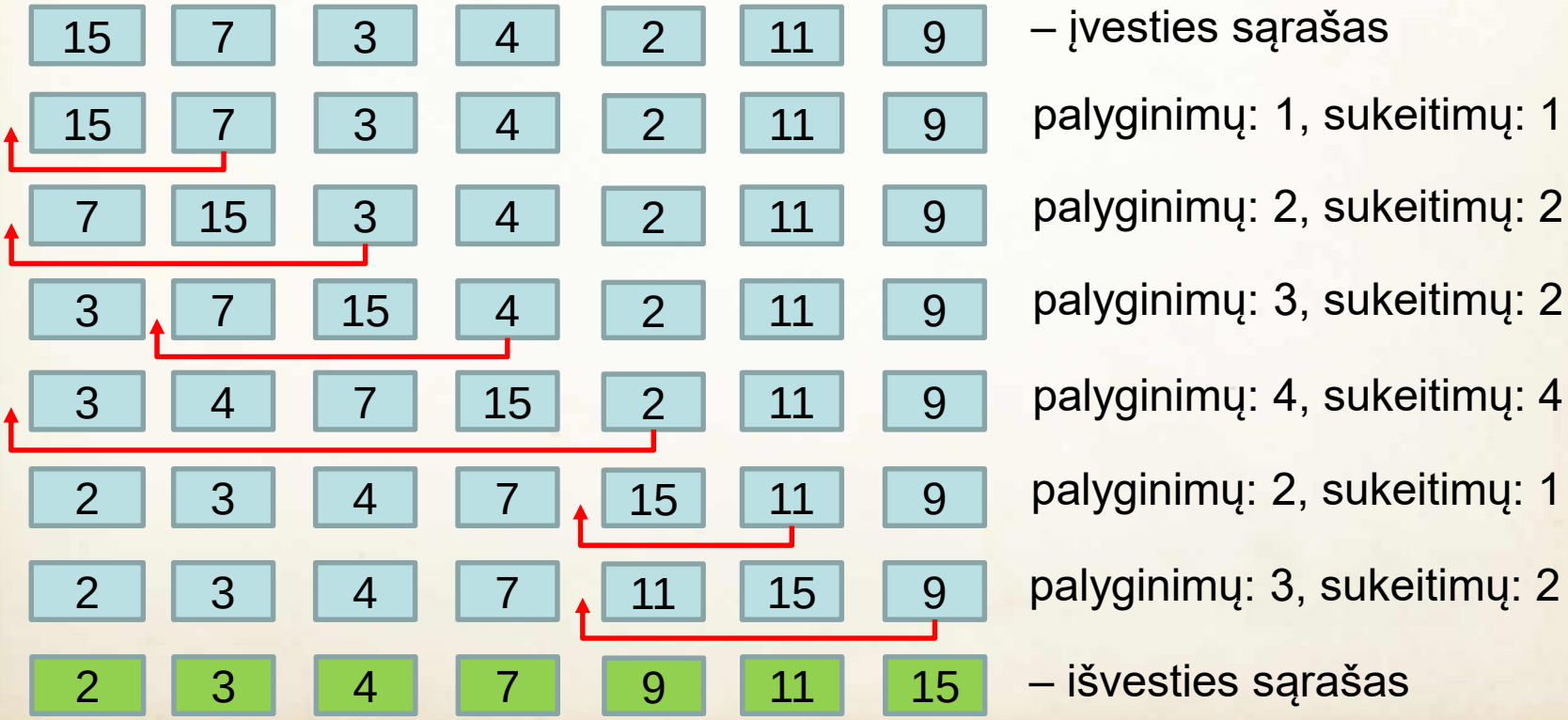
Taip elgiantis, randamas didžiausias sąrašo elementas.

Po to principas kartojamas sąrašui be paskutiniojo elemento ir t. t.:

15	7	3	4	2	11	9	– įvesties sąrašas
7	3	4	2	11	9	15	palyginimų: 6, sukeitimų: 6
3	4	2	7	9	11	15	palyginimų: 5, sukeitimų: 4
3	2	4	7	9	11	15	palyginimų: 4, sukeitimų: 1
2	3	4	7	9	11	15	palyginimų: 3, sukeitimų: 1
2	3	4	7	9	11	15	palyginimų: 2, sukeitimų: 0
2	3	4	7	9	11	15	palyginimų: 1, sukeitimų: 0
2	3	4	7	9	11	15	– išvesties sąrašas

Įterpimo algoritmas (angl. Insertion sort)

Algoritmo idėja: elementas x_i yra palyginamas su prieš jį esančiu x_{i-1}, jei neatitinka tvarka, t. y. $x_{i-1} > x_i$, x_i lyginamas su dar ankstesniu x_{i-2} ir t. t. kol tvarka atitinka, t. y. $x_j < x_i$. Tada x_i perkeliamas po x_j (poromis elementus sukeičiant). Tokiu principu pereinami visi sąrašo elementai, kol gaunamas išrikiuotas sąrašas didėjimo tvarka:



Rikiavimas Šelo metodu (angl. Shell sort)

Algoritmas sukurtas 1959 m. Donaldo L. Šelo.

Šelo rikiavimo metodo idėja:

1. Padalinti sąrašą į $n \leftarrow [n / 2]$ posąrašių.
2. Kiekvieną posąrašį išrikiuoti didėjimo tvarka pagal taisykles (tai ekvivalentu insertion sort algoritmui):
   1. Posąrašio gretimi elementai x_i ir x_{i+1} sukeičiami vietomis jei $x_i > x_{i+1}$.
   2. Jei x_i ir x_{i+1} sukeičiami vietomis, reikia patikrinti, ar reikia sukeisti vietomis x_{i-1} ir x_i.
   3. 2 žingsnis kartojamas kol nebereikia keisti gretimų elementų ir prieinama prie 1 žingsnio tikrinant x_{i+1} ir x_{i+2} porą.
   4. Posąrašis tampa išrikiuotas 1 žingsniu perėjus visas elementų poras iš kairės į dešinę.
3. Posąrašus atgal sujungti į sąrašą.
4. Kartoti 2 ir 3 žingsnius parinkus $n \leftarrow [n / 2]$ posąrašių ir t. t. kol $n = 1$.

Rikiavimas Šelo metodu (angl. Shell sort)

Pavyzdys. Tegu turime sąrašą (n=11):

[7, 8, 99, 2, 5, 12, 34, 54, 2, 3, 1].

n ← [n / 2] = 5, todėl sudaromi 5 posąrašiai pagal [1,2,3,4,5,1,2,3,4,5,1]:

[7, 12, 1], [8, 34], [99, 54], [2, 2], [5, 3].

Posąrašiai išrikiuojami didėjimo tvarka: [1,7,12], [8,34], [54,99], [2,2], [3,5].

Tai atitinka sąrašą: [1, 8, 54, 2, 3, 7, 34, 99, 2, 5, 12].

n ← [n / 2] = 2, todėl sudaromi 2 posąrašiai pagal [1,2,1,2,1,2,1,2,1,2,1]:

[1, 54, 3, 34, 2, 12], [8, 2, 7, 99, 5].

Posąrašiai išrikiuojami didėjimo tvarka: [1,2,3,12,34,54], [2, 5, 7, 8, 99].

Tai atitinka sąrašą: [1, 2, 2, 5, 3, 7, 12, 8, 34, 99, 54].

n ← [n / 2] = 1, todėl posąrašis lygus sąrašui, kurį belieka išrikiuoti:

[1, 2, 2, 3, 5, 7, 8, 12, 34, 54, 99].

Spartaus rikiavimo algoritmas (angl. Quick sort)

Algoritmo idėja. Tarkime turime sąrašą ir vidurinį jo elementą Pivot (7):

[1, 8, 54, 2, 3, **7**, 34, 99, 2, 5, 12].

Visus elementus, mažesnius už 7 perrašome kairėje pusėje, visus didesnius – dešinėje:

[1, 2, 3, 2, 5, **7**, 8, 54, 34, 99, 12].

Tą patį metodą taikome posąrašiams [1, 2, **3**, 2, 5] ir [8, 54, **34**, 99, 12]:

[1, 2 , 2, **3**, 5, **7**, 8, 12, **34**, 54, 99].

Ir galiausiai posąrašiams [1, **2**, 2], [8, **12**], [54, **99**]:

[1, **2** , 2, **3**, 5, **7**, 8, **12**, **34**, 54, **99**].

Iki kol sąrašas tampa išrikiuotas (posąrašiai tik iš 1 elemento):

[1, **2** , 2, **3**, 5, **7**, 8, **12**, **34**, 54, **99**].

Spartaus rikiavimo algoritmo pavyzdys

Pivot

[7, 13, 5, 11, 4, 1, 6]

7 > Pivot, todėl baltoji rodyklė pastumiama dešinėn, juodoji lieka savo vietoje.

Pivot

[7, 13, 5, 11, 4, 1, 6]

13 > Pivot, todėl baltoji rodyklė pastumiama dešinėn, juodoji lieka savo vietoje.

Spartaus rikiavimo algoritmo pavyzdys

Pivot

[7, 13, 5, 11, 4, 1, 6]

5 < Pivot, todėl sukeičiamos rodyklių reikšmės ir abi rodyklės pastumiamos dešinėn.

Pivot

[5, 13, 7, 11, 4, 1, 6]

11 > Pivot, todėl baltoji rodyklė pastumiama dešinėn, juodoji lieka savo vietoje.

Spartaus rikiavimo algoritmo pavyzdys

Pivot

[5, 13, 7, 11, 4, 1, 6]

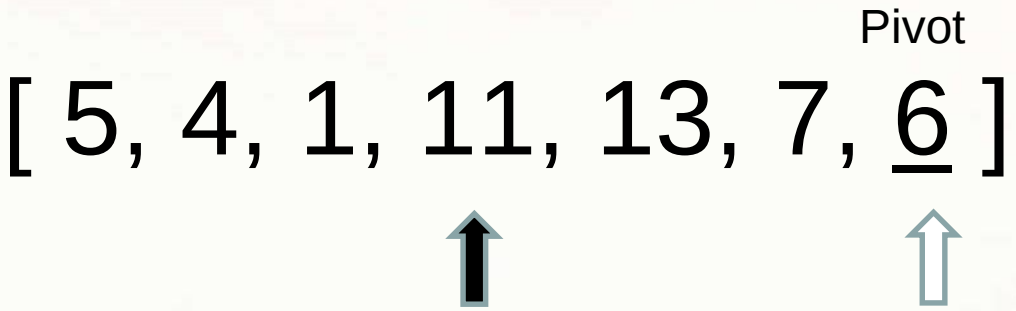
4 < Pivot, todėl sukeičiamos rodyklių reikšmės ir abi rodyklės pastumiamos dešinėn.

Pivot

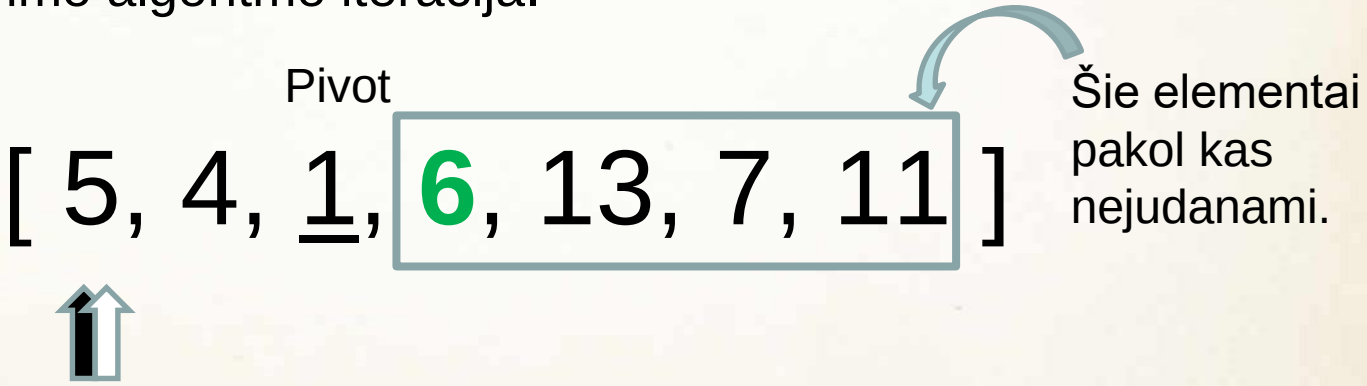
[5, 4, 7, 11, 13, 1, 6]

1 < Pivot, todėl sukeičiamos rodyklių reikšmės ir abi rodyklės pastumiamos dešinėn.

Spartaus rikiavimo algoritmo pavyzdys



11 > pivot, todėl sukeičiamos rodyklių reikšmės ir užbaigiama rekursyvi spartaus rikiavimo algoritmo iteracija.



Analogiška iteracija kartojama sąrašui [5, 4, 1].

5 > Pivot, todėl baltoji rodyklė pastumiama dešinėn, juodoji lieka savo vietoje.

Spartaus rikiavimo algoritmo pavyzdys

Pivot

[5, 4, 1, **6**, 13, 7, 11]

4 > Pivot, todėl baltoji rodyklė pastumiama dešinėn, juodoji lieka savo vietoje.

[5, 4, 1, **6**, 13, 7, 11]

5 > pivot, todėl sukeičiamos rodyklių reikšmės ir užbaigiama rekursyvi spartaus rikiavimo algoritmo iteracija.

Spartaus rikiavimo algoritmo pavyzdys

Pivot

[1, 4, 5, 6, 13, 7, 11]

4 < Pivot, todėl abi rodyklės pastumiamos dešinėn.

Pivot

[1, 4, 5, 6, 13, 7, 11]

Pivot lieka savo vietoje ir vykdoma kita rekursyvi iteracija.

Pivot

[1, 4, 5, 6, 13, 7, 11]

Pivot lieka savo vietoje ir vykdoma kita rekursyvi iteracija.

Spartaus rikiavimo algoritmo pavyzdys

Pivot

[**1**, **4**, **5**, **6**, 13, 7, 11]

13 > Pivot, todėl baltoji rodyklė pastumiama dešinėn, juodoji lieka savo vietoje.

Pivot

[**1**, **4**, **5**, **6**, 13, 7, 11]

7 < Pivot, todėl sukeičiamos rodyklių reikšmės ir abi rodyklės pastumiamos dešinėn.

Spartaus rikiavimo algoritmo pavyzdys

Pivot

[**1**, **4**, **5**, **6**, 7, 13, 11]

13 > Pivot, todėl sukeičiamos rodyklių reikšmės ir užbaigiama rekursyvi spartaus rikiavimo algoritmo iteracija.

Pivot

[**1**, **4**, **5**, **6**, 7, **11**, 13]

Pivot lieka savo vietoje ir vykdoma kita rekursyvi iteracija.

Spartaus rikiavimo algoritmo pavyzdys

Pivot

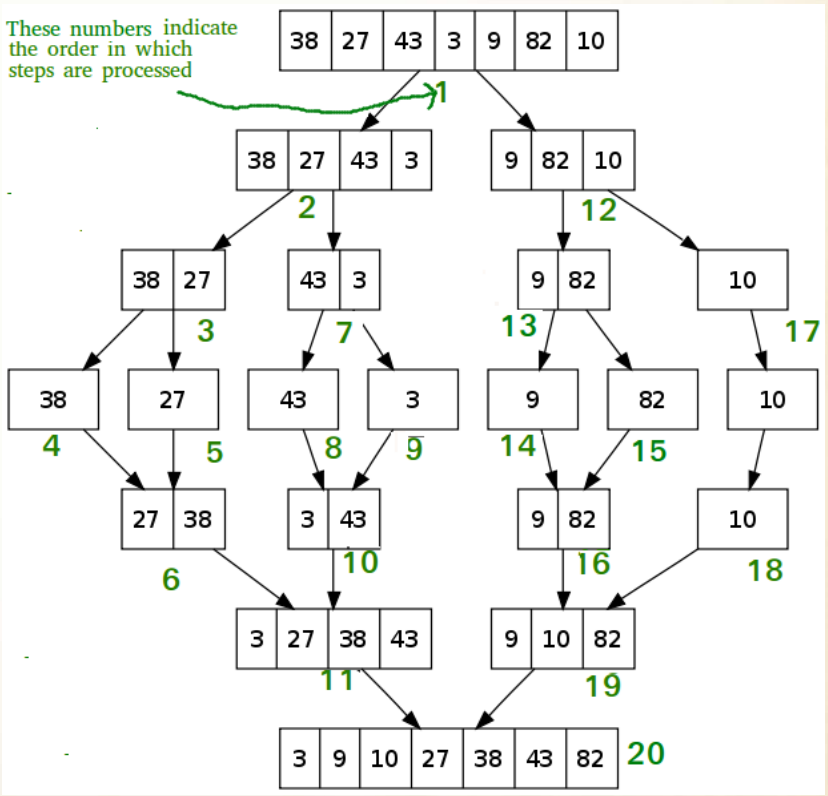
[**1**, **4**, **5**, **6**, **7**, **11**, 13]

Pivot lieka savo vietoje, užbaigiamas spartus rikiavimas, išvedami rezultatai:

[**1**, **4**, **5**, **6**, **7**, **11**, **13**]

Sąlajos rikiavimas (angl. Merge sort)

Algoritmo idėja: sąrašą rekursyviai išskaidyti į posąrašius, iki 1 elemento, po posąrašius rekursyviai apjungti išrikiuojant jų elementus didėjimo tvarka. Algoritmo pavyzdys:



Sąlajos rikiavimas dar vadinamas:

- Rikiavimu sujungiant
- Suliejimo metodu
- Vidiniu suliejimo metodu

*Išorinis rikiavimas (angl. External sorting) (arba **išorinis rikiavimas sujungimu**)*

Šis metodas taikomas rikiuoti didelės apimties failams ar rinkiniams, kurie netelpa kompiuterio vidinėje atmintyje (pavyzdžiui, disko defragmentavimas). Rikiavimo pavyzdys:

Įvesties duomenys: Failas_1: [15, 1, 3, 11, 5, 7, 9, 5, 4]

Skirstymas: Failas_2: [15, 3, 5, 9, 4], Failas_3: [1, 11, 7, 5]

Jungimas: Failas_1: [(1, 15), (3, 11), (5, 7), (5, 9), (4)]

Skirstymas: Failas_2: [(1, 15), (5, 7), (4)], Failas_3: [(3, 11), (5, 9)]

Jungimas: Failas_1: [(1, 3, 11, 15), (5, 5, 7, 9), (4)]

Skirstymas: Failas_2: [(1, 3, 11, 15), (4)], Failas_3: [(5, 5, 7, 9)]

Jungimas: Failas_1: [(1, 3, 5, 5, 7, 9, 11, 15), (4)]

Skirstymas: Failas_2: [1, 3, 5, 5, 7, 9, 11, 15], Failas_3: [4]

Jungimas (išvestis): Failas_1: [1, 3, 4, 5, 5, 7, 9, 11, 15]

Neprigiję žodžio „failas“ sinonimai: byla, rinkmena, tvarkmena ☺.

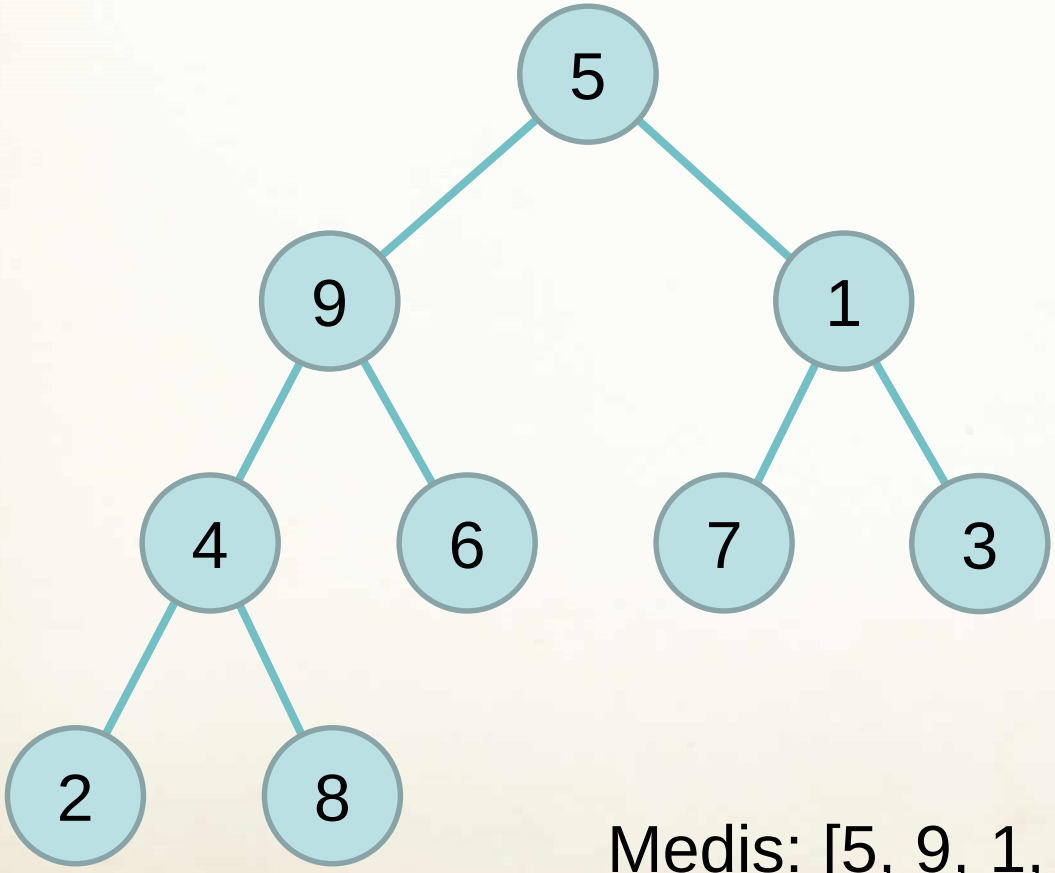
Piramidės rikiavimas (angl. Heap sort)

Piramidės rikiavimo idėja:

1. Pagal duoto sąrašo masyvo indeksus sudaromas pilnas dvejetainis medis.
2. Kylant iš apačios į viršų po to leidžiantis iš viršaus į apačią, medyje, jei reikia, sukeičiamos gretimų viršūnių reikšmės kol sudaroma *max Heap* struktūra (tokia struktūra kur tėvų reikšmės nemažesnės už vaikų).
3. Paskutinysis sąrašo elementas sukeičiamas su *max Heap* struktūros medžio šaknies reikšme (ir vėl suardoma *max Heap* struktūra).
4. Leidžiantis iš viršaus į apačią, medyje, jei reikia, sukeičiamos gretimų viršūnių reikšmės, kol atstatoma *max Heap* struktūra.
5. Toliau kartojami 3 ir 4 žingsniai sąraše kaskart eliminuojant paskutinįjį elementą iki kol atbuline eiga sąrašas išrikiuojamas didėjimo tvarka.

Piramidės rikiavimo pavyzdys

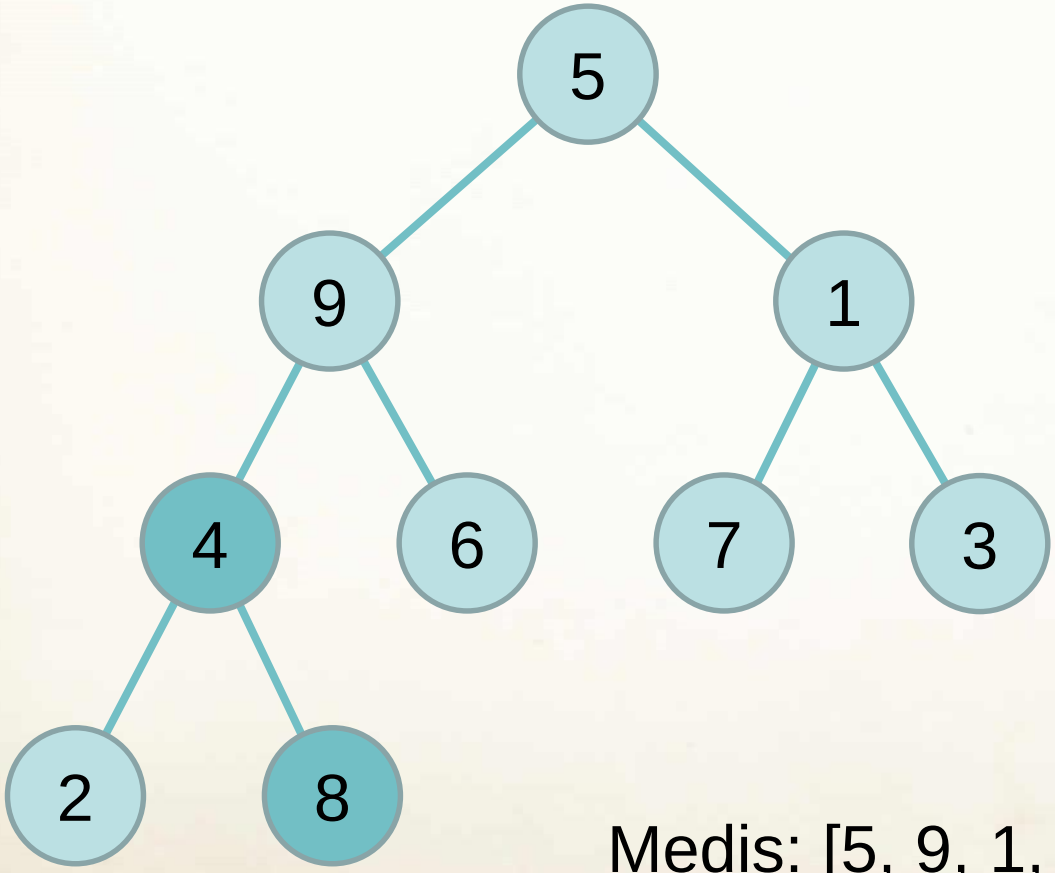
Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].



Medis: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

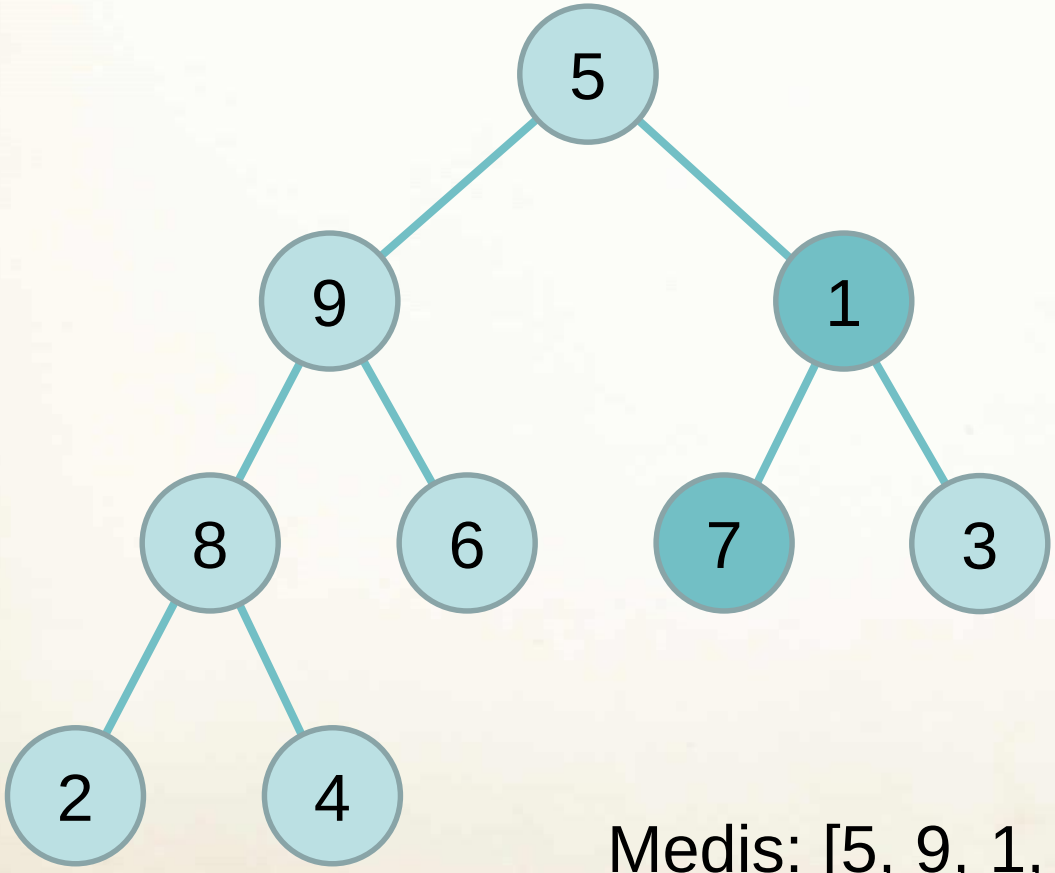
Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].



Medis: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

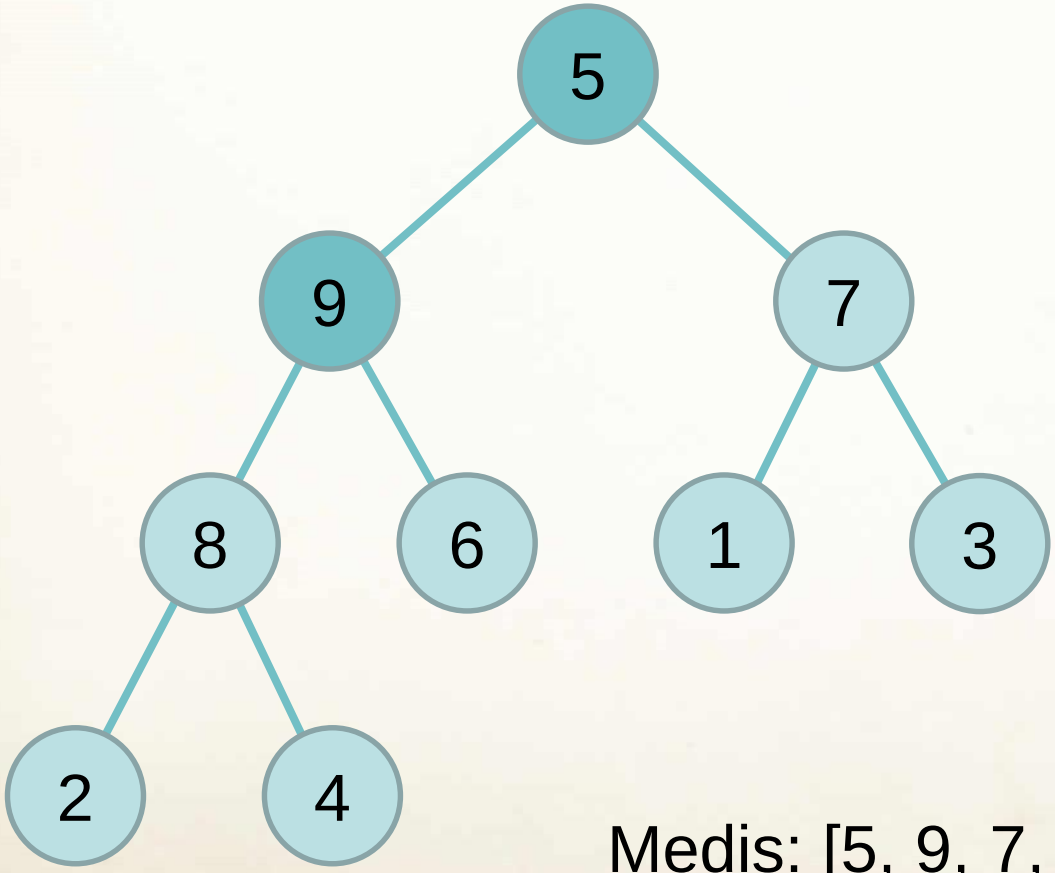
Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].



Medis: [5, 9, 1, 8, 6, 7, 3, 2, 4].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

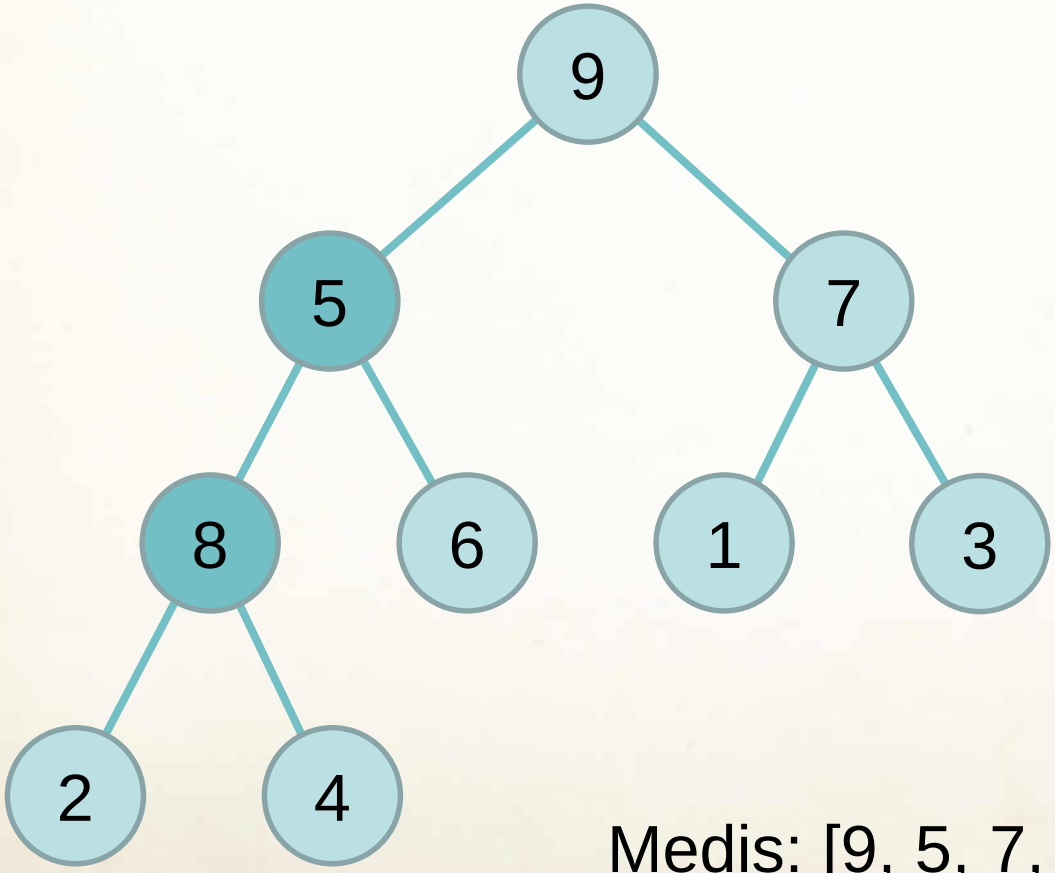
Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].



Medis: [5, 9, 7, 8, 6, 1, 3, 2, 4].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

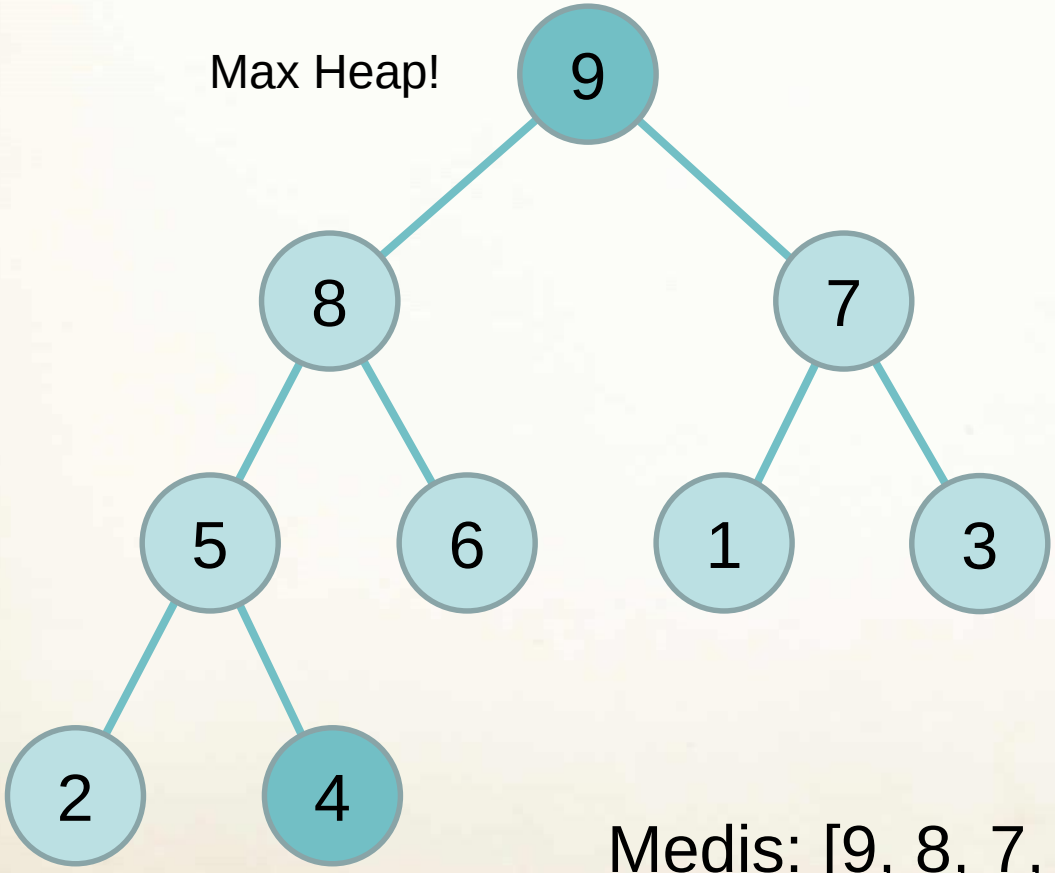
Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].



Medis: [9, 5, 7, 8, 6, 1, 3, 2, 4].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

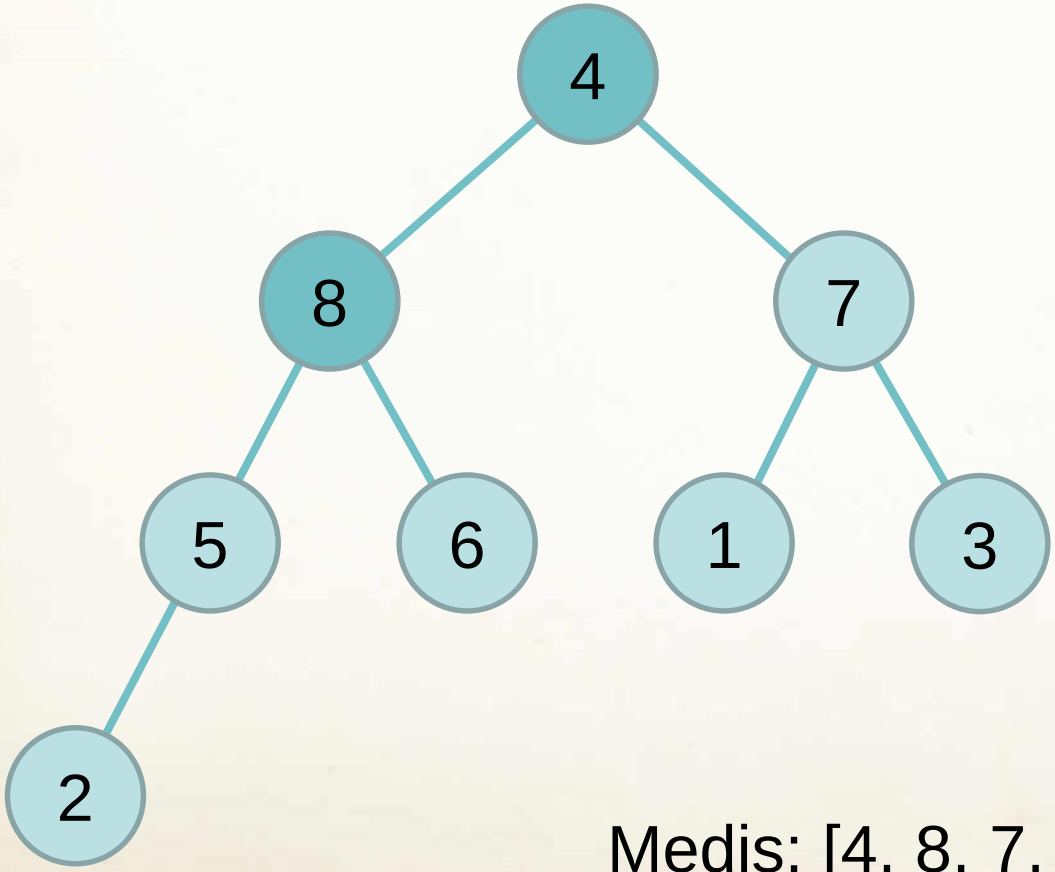
Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].



Medis: [9, 8, 7, 5, 6, 1, 3, 2, 4].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].

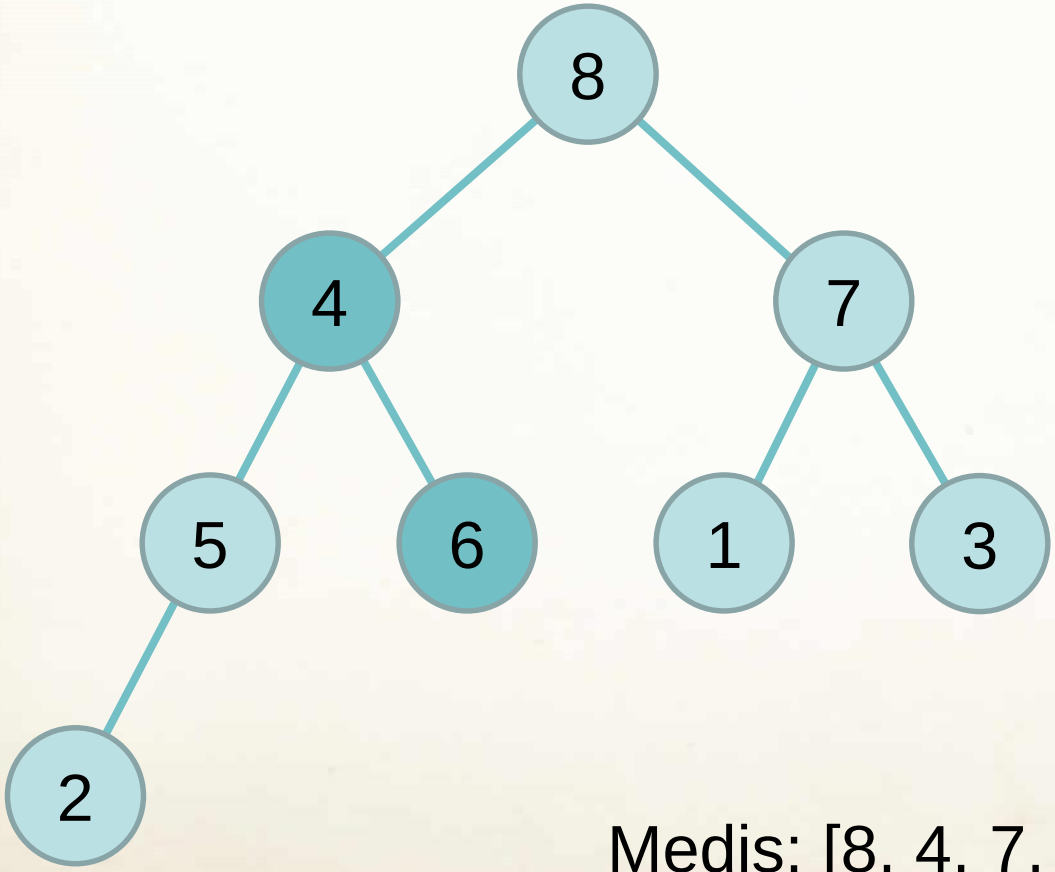


Rikiavimo eiga:
[4, 8, 7, 5, 6, 1, 3, 2, 9].

Medis: [4, 8, 7, 5, 6, 1, 3, 2].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].



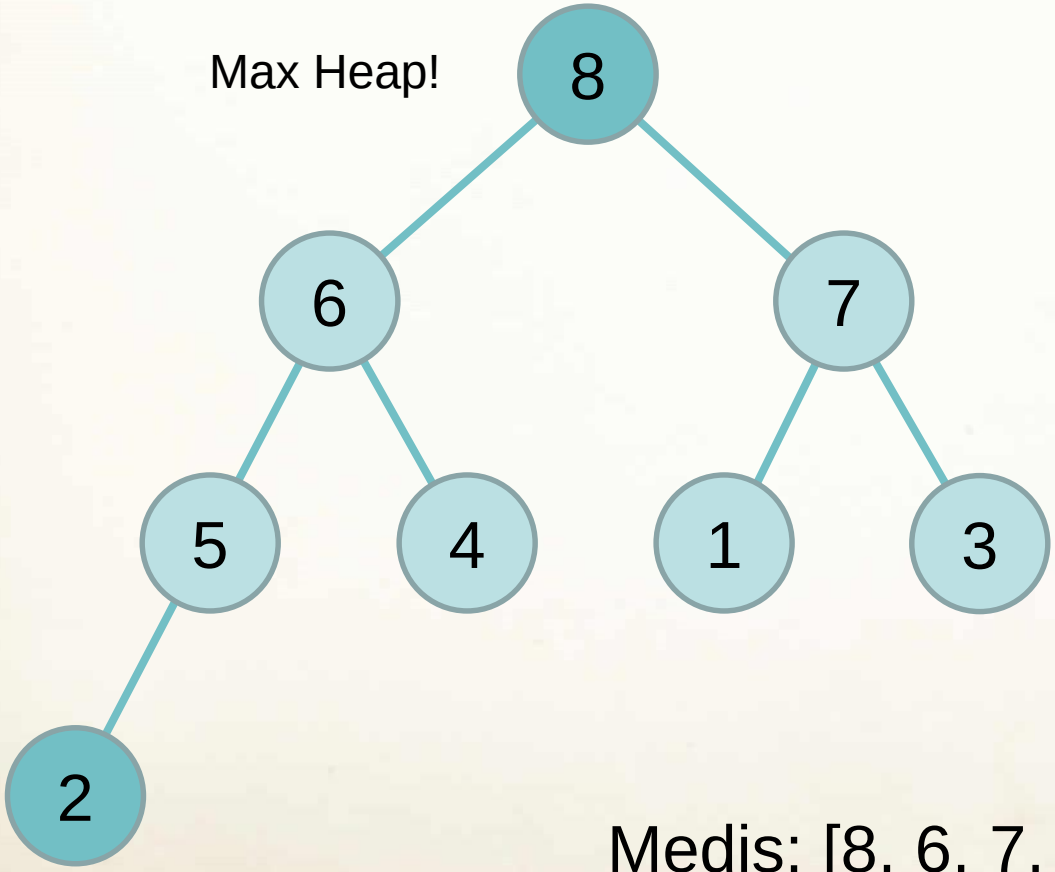
Rikiavimo eiga:
[4, 8, 7, 5, 6, 1, 3, 2, 9].

Medis: [8, 4, 7, 5, 6, 1, 3, 2].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].

Max Heap!

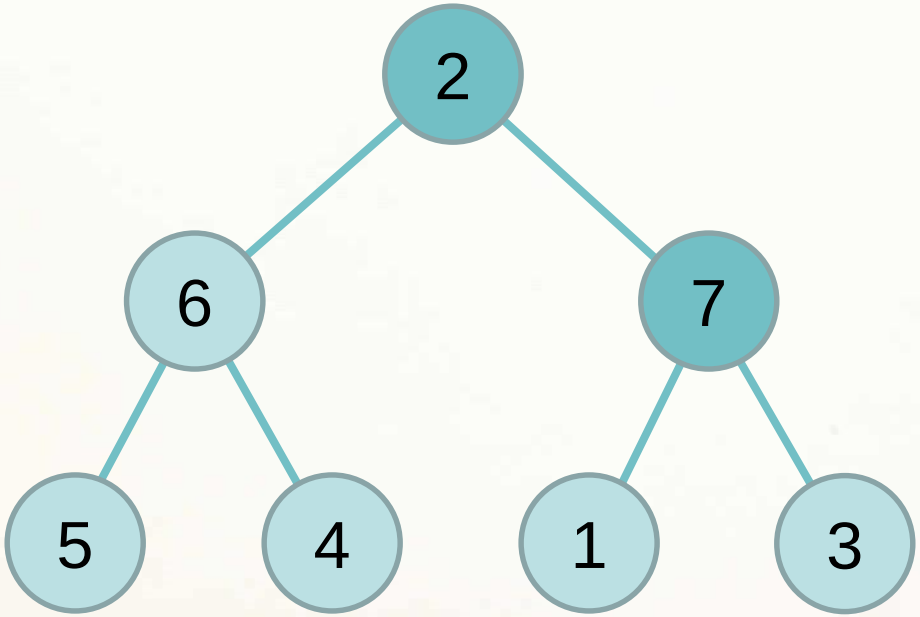


Rikiavimo eiga:
[4, 8, 7, 5, 6, 1, 3, 2, 9].

Medis: [8, 6, 7, 5, 4, 1, 3, 2].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].

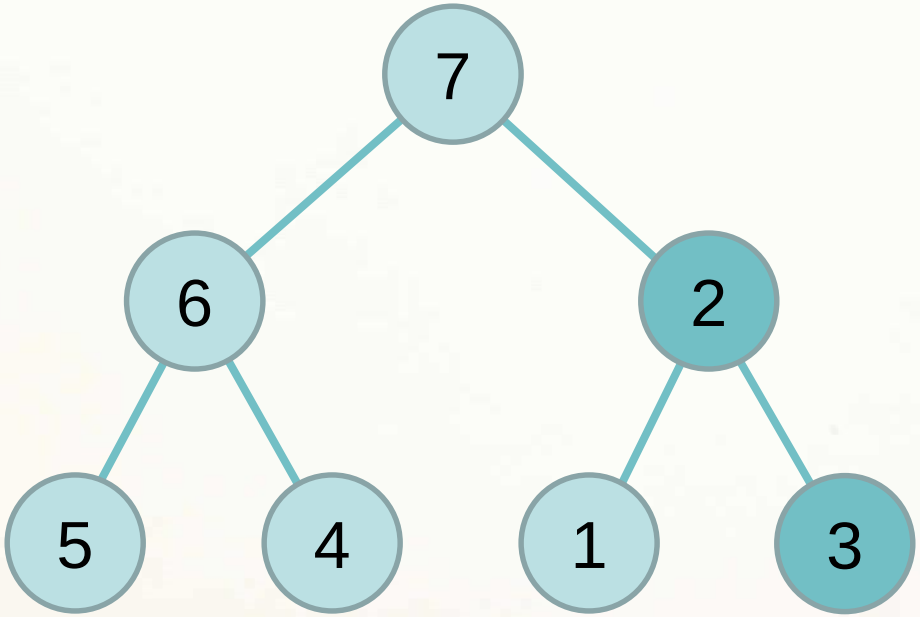


Rikiavimo eiga:
[4, 8, 7, 5, 6, 1, 3, 2, 9],
[2, 6, 7, 5, 4, 1, 3, 8, 9].

Medis: [2, 6, 7, 5, 4, 1, 3].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].

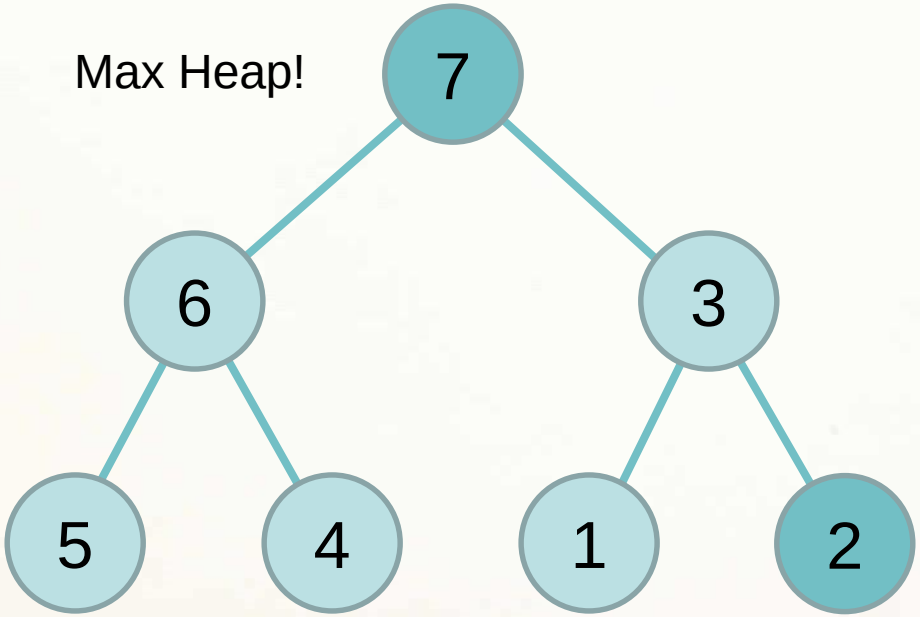


Rikiavimo eiga:
[4, 8, 7, 5, 6, 1, 3, 2, 9],
[2, 6, 7, 5, 4, 1, 3, 8, 9].

Medis: [7, 6, 2, 5, 4, 1, 3].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].

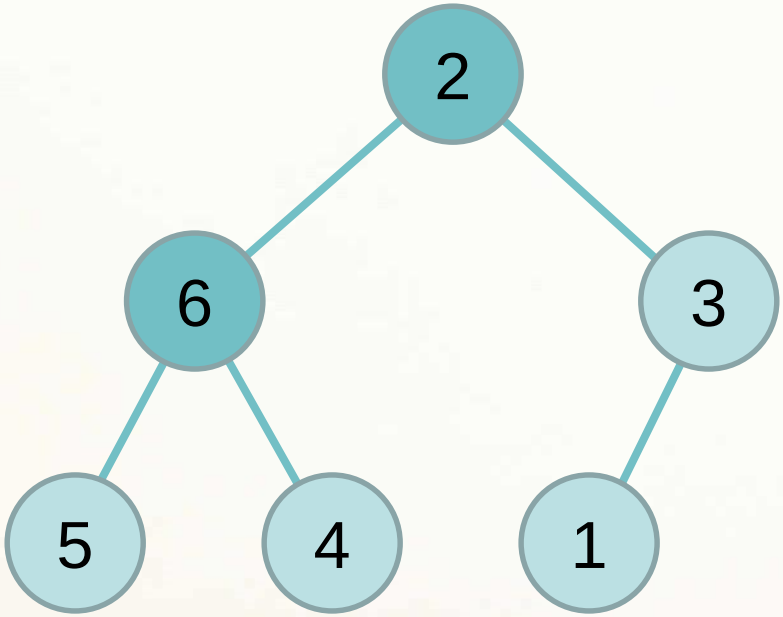


Rikiavimo eiga:
[4, 8, 7, 5, 6, 1, 3, 2, 9],
[2, 6, 7, 5, 4, 1, 3, 8, 9].

Medis: [7, 6, 3, 5, 4, 1, 2].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].

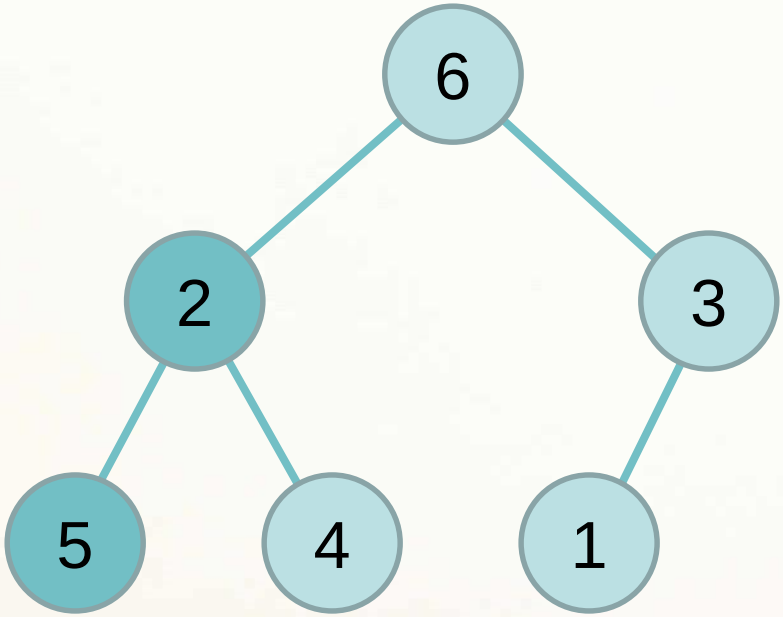


Rikiavimo eiga:
[4, 8, 7, 5, 6, 1, 3, 2, 9],
[2, 6, 7, 5, 4, 1, 3, 8, 9],
[2, 6, 3, 5, 4, 1, 7, 8, 9].

Medis: [2, 6, 3, 5, 4, 1].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].

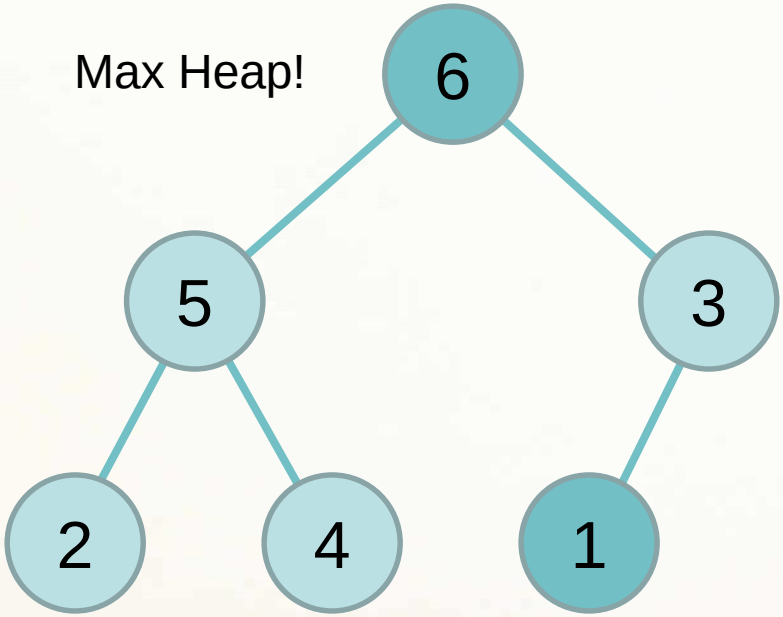


Rikiavimo eiga:
[4, 8, 7, 5, 6, 1, 3, 2, 9],
[2, 6, 7, 5, 4, 1, 3, 8, 9],
[2, 6, 3, 5, 4, 1, 7, 8, 9].

Medis: [6, 2, 3, 5, 4, 1].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].

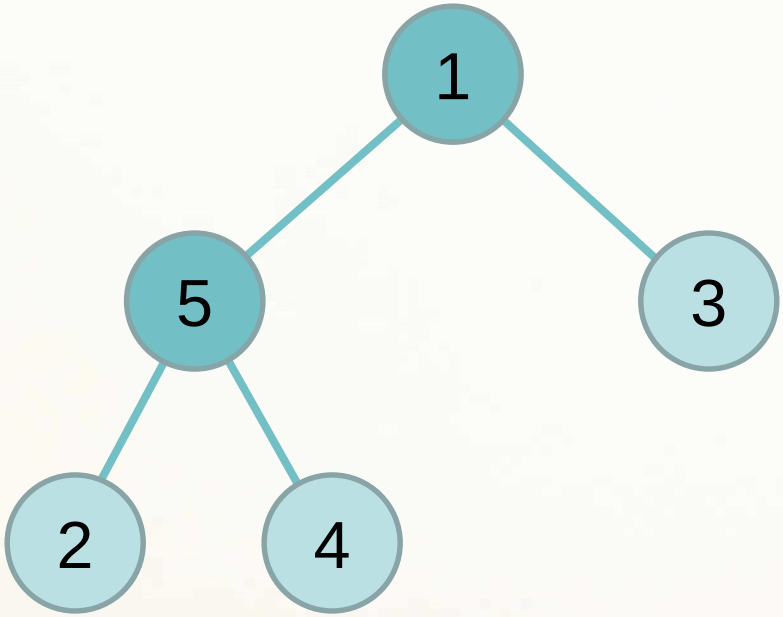


Rikiavimo eiga:
[4, 8, 7, 5, 6, 1, 3, 2, 9],
[2, 6, 7, 5, 4, 1, 3, 8, 9],
[2, 6, 3, 5, 4, 1, 7, 8, 9].

Medis: [6, 5, 3, 2, 4, 1].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].

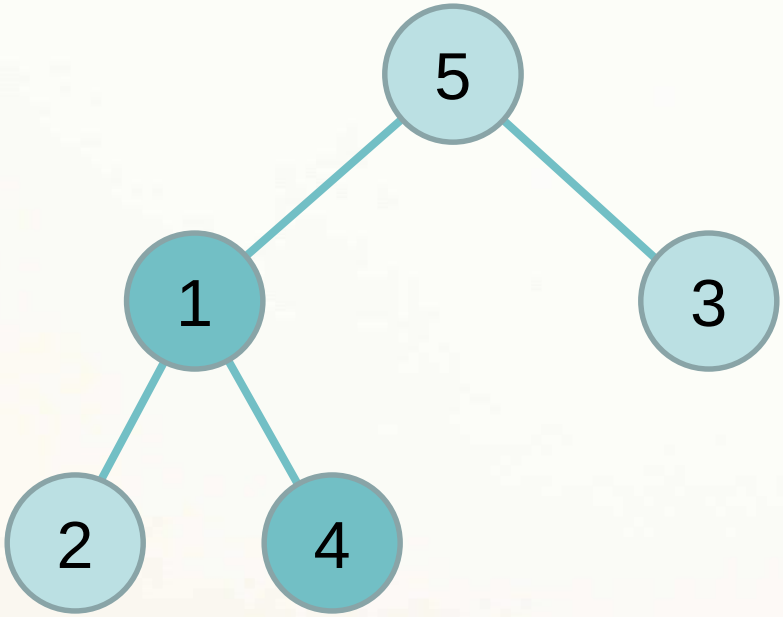


Rikiavimo eiga:
[4, 8, 7, 5, 6, 1, 3, 2, 9],
[2, 6, 7, 5, 4, 1, 3, 8, 9],
[2, 6, 3, 5, 4, 1, 7, 8, 9],
[1, 5, 3, 2, 4, 6, 7, 8, 9].

Medis: [1, 5, 3, 2, 4].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].

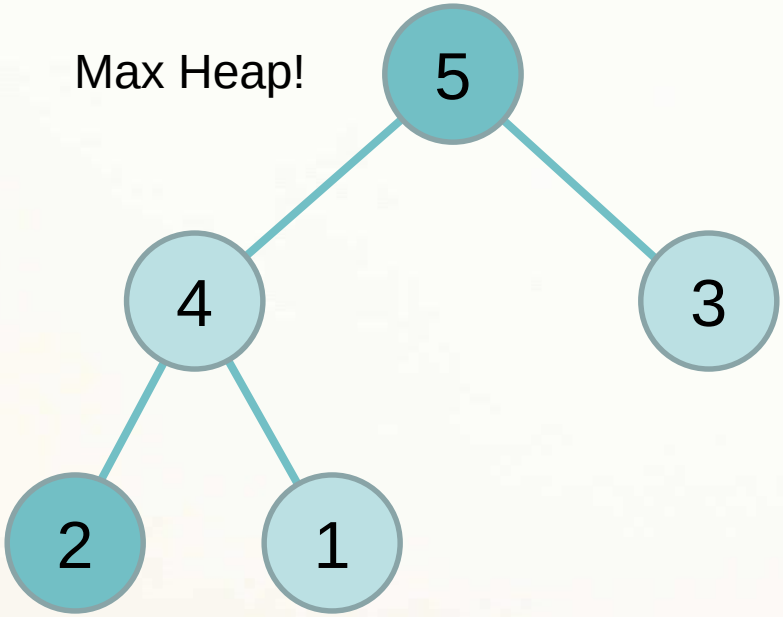


Rikiavimo eiga:
[4, 8, 7, 5, 6, 1, 3, 2, 9],
[2, 6, 7, 5, 4, 1, 3, 8, 9],
[2, 6, 3, 5, 4, 1, 7, 8, 9],
[1, 5, 3, 2, 4, 6, 7, 8, 9].

Medis: [5, 1, 3, 2, 4].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].

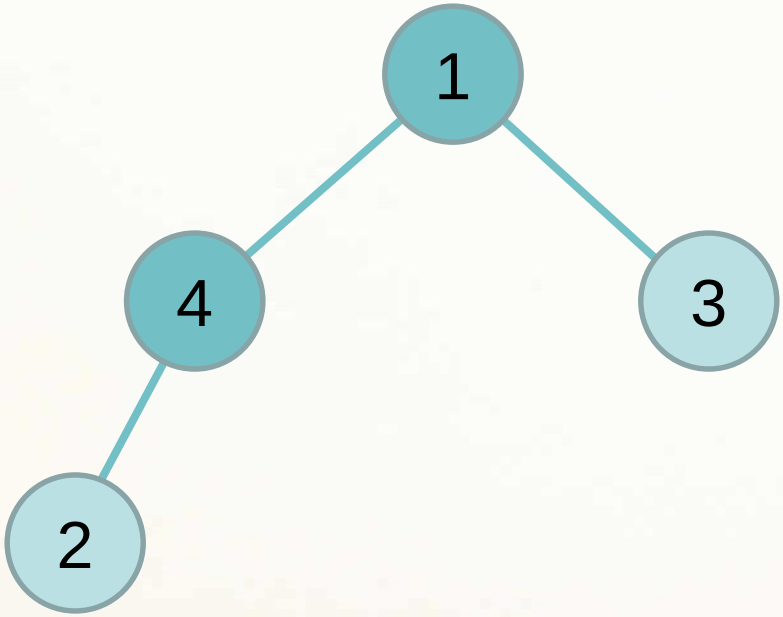


Rikiavimo eiga:
[4, 8, 7, 5, 6, 1, 3, 2, 9],
[2, 6, 7, 5, 4, 1, 3, 8, 9],
[2, 6, 3, 5, 4, 1, 7, 8, 9],
[1, 5, 3, 2, 4, 6, 7, 8, 9].

Medis: [5, 4, 3, 2, 1].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].

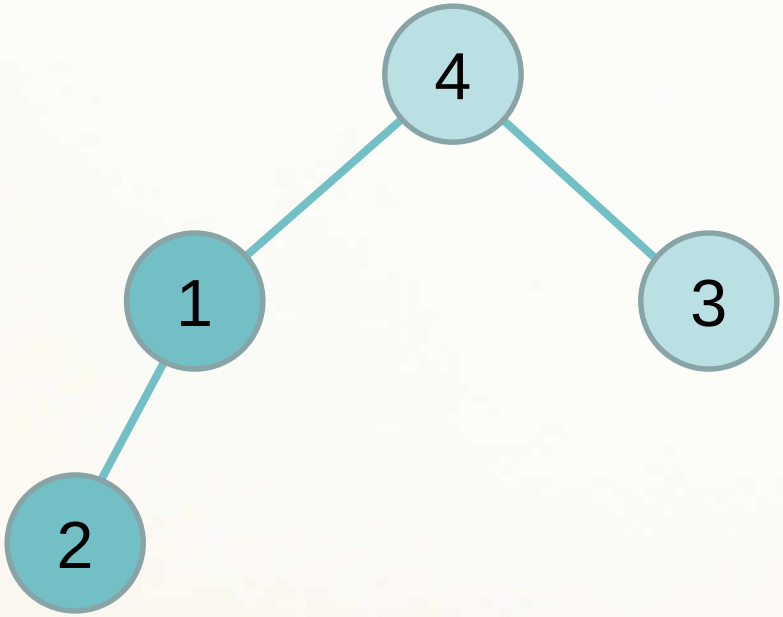


Rikiavimo eiga:
[4, 8, 7, 5, 6, 1, 3, 2, 9],
[2, 6, 7, 5, 4, 1, 3, 8, 9],
[2, 6, 3, 5, 4, 1, 7, 8, 9],
[1, 5, 3, 2, 4, 6, 7, 8, 9],
[1, 4, 3, 2, 5, 6, 7, 8, 9].

Medis: [1, 4, 3, 2].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].

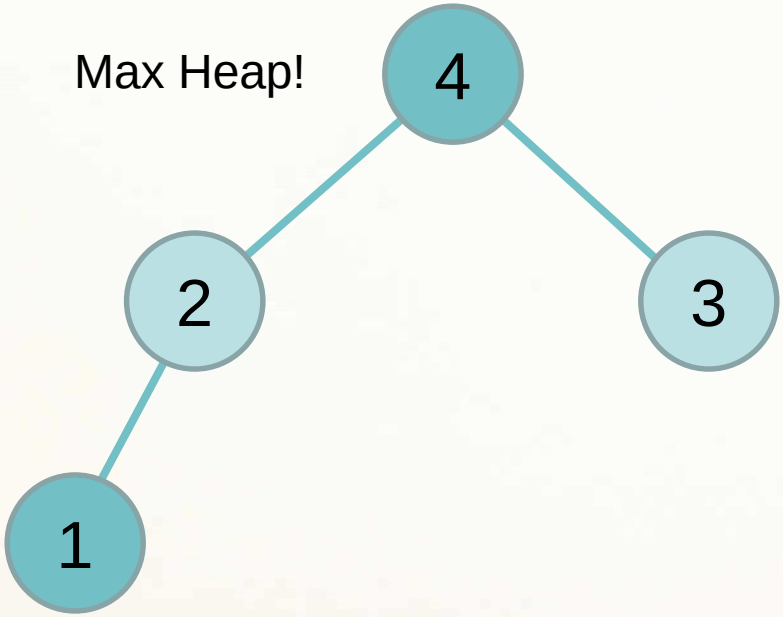


Rikiavimo eiga:
[4, 8, 7, 5, 6, 1, 3, 2, 9],
[2, 6, 7, 5, 4, 1, 3, 8, 9],
[2, 6, 3, 5, 4, 1, 7, 8, 9],
[1, 5, 3, 2, 4, 6, 7, 8, 9],
[1, 4, 3, 2, 5, 6, 7, 8, 9].

Medis: [4, 1, 3, 2].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].

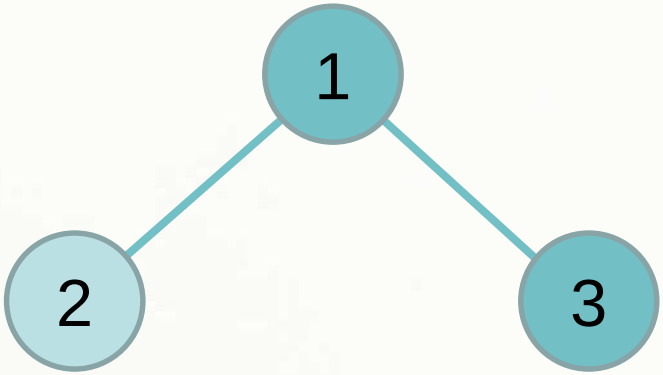


Rikiavimo eiga:
[4, 8, 7, 5, 6, 1, 3, 2, 9],
[2, 6, 7, 5, 4, 1, 3, 8, 9],
[2, 6, 3, 5, 4, 1, 7, 8, 9],
[1, 5, 3, 2, 4, 6, 7, 8, 9],
[1, 4, 3, 2, 5, 6, 7, 8, 9].

Medis: [4, 2, 3, 1].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].



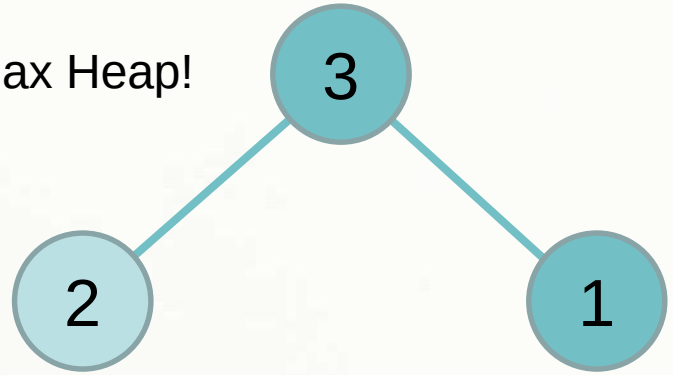
Rikiavimo eiga:
[4, 8, 7, 5, 6, 1, 3, 2, 9],
[2, 6, 7, 5, 4, 1, 3, 8, 9],
[2, 6, 3, 5, 4, 1, 7, 8, 9],
[1, 5, 3, 2, 4, 6, 7, 8, 9],
[1, 4, 3, 2, 5, 6, 7, 8, 9],
[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9].

Medis: [1, 2, 3].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].

Max Heap!

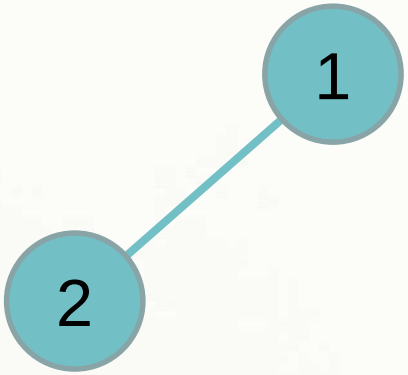


Rikiavimo eiga:
[4, 8, 7, 5, 6, 1, 3, 2, 9],
[2, 6, 7, 5, 4, 1, 3, 8, 9],
[2, 6, 3, 5, 4, 1, 7, 8, 9],
[1, 5, 3, 2, 4, 6, 7, 8, 9],
[1, 4, 3, 2, 5, 6, 7, 8, 9],
[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9].

Medis: [3, 2, 1].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].



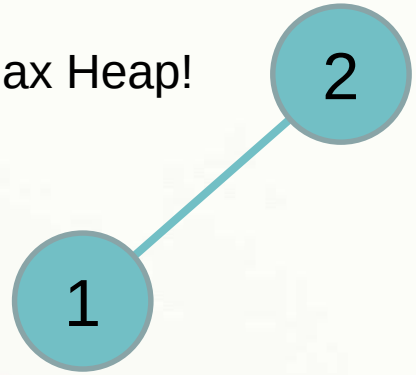
Rikiavimo eiga:
[4, 8, 7, 5, 6, 1, 3, 2, 9],
[2, 6, 7, 5, 4, 1, 3, 8, 9],
[2, 6, 3, 5, 4, 1, 7, 8, 9],
[1, 5, 3, 2, 4, 6, 7, 8, 9],
[1, 4, 3, 2, 5, 6, 7, 8, 9],
[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9],
[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9].

Medis: [1, 2].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].

Max Heap!



Rikiavimo eiga:
[4, 8, 7, 5, 6, 1, 3, 2, 9],
[2, 6, 7, 5, 4, 1, 3, 8, 9],
[2, 6, 3, 5, 4, 1, 7, 8, 9],
[1, 5, 3, 2, 4, 6, 7, 8, 9],
[1, 4, 3, 2, 5, 6, 7, 8, 9],
[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9],
[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9].

Medis: [2, 1].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].

Rikiavimo eiga:
[4, 8, 7, 5, 6, 1, 3, 2, 9],
[2, 6, 7, 5, 4, 1, 3, 8, 9],
[2, 6, 3, 5, 4, 1, 7, 8, 9],
[1, 5, 3, 2, 4, 6, 7, 8, 9],
[1, 4, 3, 2, 5, 6, 7, 8, 9],
[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9],
[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9],
[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9].

Medis: [1].

Piramidės rikiavimo pavyzdys

Išrikiuokime sąrašą: [5, 9, 1, 4, 6, 7, 3, 2, 8].

Rikiavimo eiga:
[4, 8, 7, 5, 6, 1, 3, 2, 9],
[2, 6, 7, 5, 4, 1, 3, 8, 9],
[2, 6, 3, 5, 4, 1, 7, 8, 9],
[1, 5, 3, 2, 4, 6, 7, 8, 9],
[1, 4, 3, 2, 5, 6, 7, 8, 9],
[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9],
[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9],
[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9],
[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9].

Skaitmeninis rikiavimas (angl. Radix sort)

Šis rikiavimas skirtas sudėtingiems duomenims:

- įrašams duomenų bazėse,
- telefonų sąrašams,
- bibliotekų katalogams ir t. t.

Skaitmeninio rikiavimo algoritmuose duomenų reikšmės interpretuojamos kaip skaičiai m-tainėje skaičiavimo sistemoje.

Pavyzdys: išrikiuokime septintainės skaičiavimo sistemos skaičius: 1125, 1043, 112, 34, 222, 6, 662, 51, 2040, 1000, 513, 101, 103, 5, 43, 11.

Skaitmeninio rikiavimo pavyzdys

1125, 1043, 112, 34, 222, 6, 662, 51, 2040, 1000, 513, 101, 103, 5, 43, 11.

0: 2040, 1000
1: 51, 101, 11
2: 112, 222, 662
3: 1043, 513, 103, 43
4: 34
5: 1125, 5
6: 6

Sąrašas po pirmos skaitmeninio rikiavimo iteracijos:
2040, 1000, 51, 101, 11, 112, 222, 662, 1043, 513, 103, 43, 34, 1125, 5, 6.

Skaitmeninio rikiavimo pavyzdys

2040, 1000, 51, 101, 11, 112, 222, 662, 1043, 513, 103, 43, 34, 1125, 5, 6.

0: 1000, 101, 103, 05, 06
1: 11, 112, 513
2: 222, 1125
3: 34
4: 2040, 1043, 43
5: 51
6: 662

Sąrašas po antros skaitmeninio rikiavimo iteracijos:

1000, 101, 103, 5, 6, 11, 112, 513, 222, 1125, 34, 2040, 1043, 43, 51, 662.

Skaitmeninio rikiavimo pavyzdys

1000, 101, 103, 5, 6, 11, 112, 513, 222, 1125, 34, 2040, 1043, 43, 51, 662.

0: 1000, 005, 006, 011, 034, 2040, 1043, 043, 051
1: 101, 103, 112, 1125
2: 222
3:
4:
5: 513
6: 662

Sąrašas po trečios skaitmeninio rikiavimo iteracijos:

1000, 5, 6, 11, 34, 2040, 1043, 43, 51, 101, 103, 112, 1125, 222, 513, 662.

Skaitmeninio rikiavimo pavyzdys

1000, 5, 6, 11, 34, 2040, 1043, 43, 51, 101, 103, 112, 1125, 222, 513, 662.

0: 0005, 0006, 0011, 0034, 0043, 0051,
0101, 0103, 0112, 0222, 0513, 0662
1: 1000, 1043, 1125
2: 2040
3:
4:
5:
6:

Sąrašas po ketvirtos skaitmeninio rikiavimo iteracijos:

5, 6, 11, 34, 43, 51, 101, 103, 112, 222, 513, 662, 1000, 1043, 1125, 2040.

Rikiavimo algoritmų sudėtingumai

Algoritmas	Sudėtingumas blogiausiu atveju	Vidutinis sudėtingumas	Sudėtingumas geriausiu atveju
Selection sort	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$
Bubble sort	$O(n^2)$	$O(n^2)$	*O(n)
Insertion sort	$O(n^2)$	$O(n^2)$	O(n)
Shell sort	~O(n log n)	$\sim O(n^{1,2})$	$O(n \log^2 n)$
Quick sort	$O(n^2)$	O(n log n)	O(n log n)
Merge sort	O(n log n)	O(n log n)	O(n log n)
External sorting	~O(n log n)	~O(n log n)	~O(n log n)
Heap sort	O(n log n)	O(n log n)	O(n log n)
Radix sort	O(k*n)	O(k*n)	O(k*n)

Rikiavimo algoritmų greitaveikos (sudėtingumo) palyginimas

Eksperimentiniu būdu gauti algoritmų sudėtingumai:

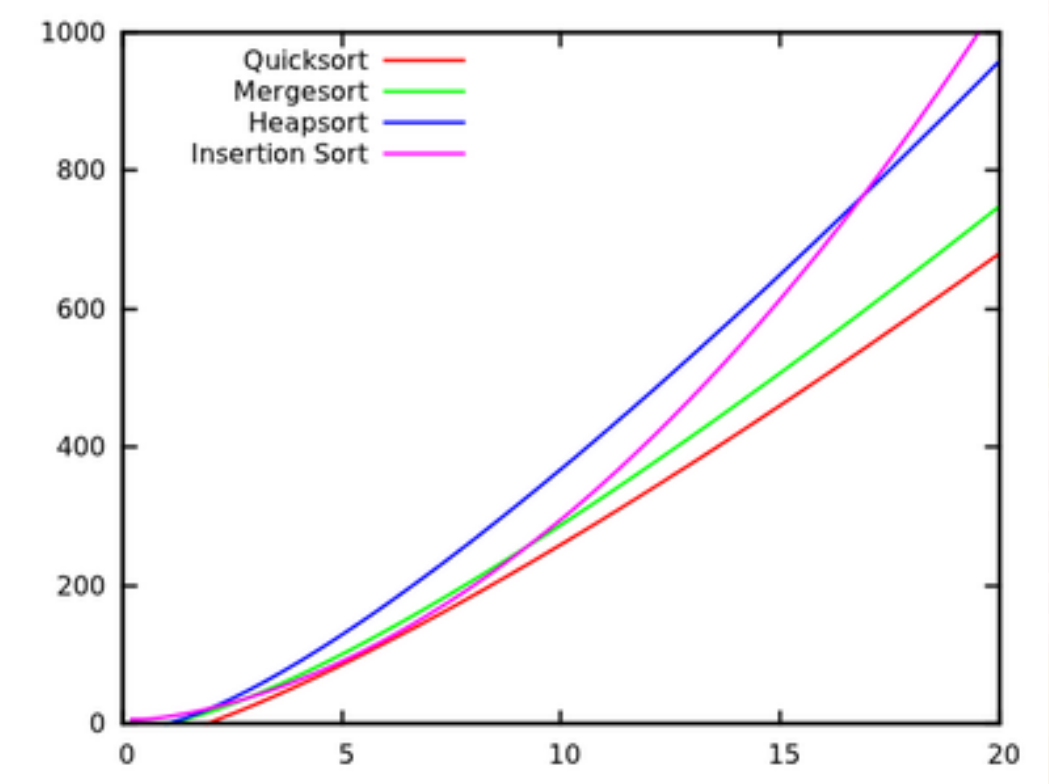
- *Quick sort*: $Q(n) = 11.667\ (n+1)\ \ln(n) - 1.74n - 18.74$,
- *Merge sort*: $M(n) = 12.5\ n\ \ln(n)$,
- *Heap sort*: $H(n) = 16n\ \ln(n) + 0.01n$,
- *Insertion sort*: $I(n) = 2.25n^2 + 7.75n - 3\ln(n)$.

n atitinka įvesties duomenų apimtį,
Q(n), M(n), H(n), I(n) – atliekamų operacijų skaičių.

Šaltinis: Don Knuth's book series “The Art of Computer Programming”.
https://www-cs-faculty.stanford.edu/~knuth/taocp.html

Rikiavimo algoritmų sudėtingumo palyginimas (1)

O(n)

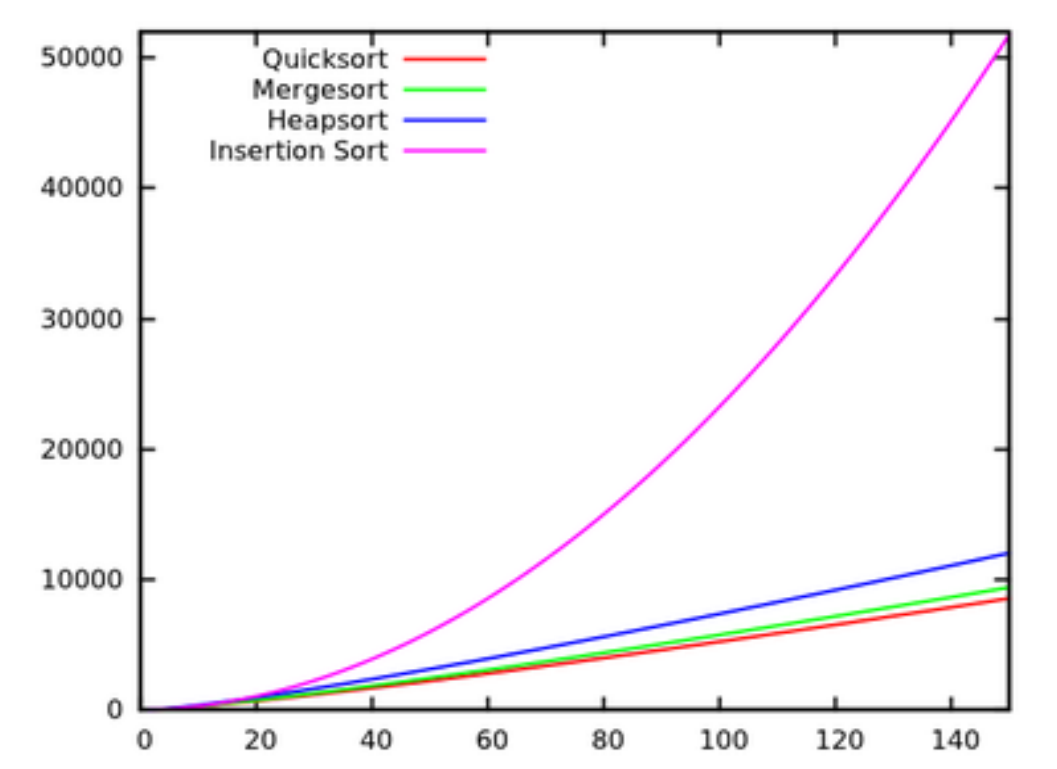


n

Šaltinis: https://cs.stackexchange.com/questions/3/why-is-quicksort-better-than-other-sorting-algorithms-in-practice

Rikiavimo algoritmų sudėtingumo palyginimas (2)

O(n)



n

Šaltinis: https://cs.stackexchange.com/questions/3/why-is-quicksort-better-than-other-sorting-algorithms-in-practice

Ačiū už dėmesį.

Klausimai?