Optimizavimo metodų Laboratoriniai darbai

- Išspręskite duotus uždavinius savo pasirinktomis programavimo priemonėmis.
- Pademonstruokite programas dėstytojui.
- Aprašykite darbo eigą ir rezultatus ataskaitoje, prieduose pateikite programų kodus.

1 Vienmatis optimizavimas

1. Suprogramuokite vienmačio optimizavimo intervalo dalijimo pusiau, auksinio pjūvio ir Niutono metodo algoritmus.
2. Aprašykite tikslo funkciją $f(x) = (x^2 - a)^2/b - 1$, čia a, b – studento knygelės numerio "$1x1xxab$" skaitmenys. Jei b yra 0, susumuokite visus kortelės numerio skaitmenis, skaičiuokite rezultato skaitmenų sumą ir taip darykite tol, kol gausite vienženklį skaičių, jį ir imkite kaip b.
3. Minimizuokite šią funkciją intervalo dalijimo pusiau ir auksinio pjūvio metodais intervale $[0, 10]$ iki tikslumo 10^{-4} bei Niutono metodu nuo $x_0 = 5$ kol žingsnio ilgis didesnis už 10^{-4}.
4. Palyginkite rezultatus: gauti sprendiniai, rastas funkcijos minimumo įvertis, atliktų žingsnių ir funkcijų skaičiavimų skaičius.
5. Vizualizuokite tikslo funkciją ir bandymo taškus.

2 Optimizavimas be apribojimų

Kokia turėtų būti stačiakampio gretasienio formos dėžė, kad vienetiniam paviršiaus plotui jos tūris būtų maksimalus?

1. Suprogramuokite gradientinio nusileidimo, greičiausiojo nusileidimo ir deformuojamo simplekso algoritmus.
2. Laikant kintamaisiais dėžės priekinės ir galinės sienų plotų sumą, šoninių sienų plotų sumą, viršutinės ir apatinės sienų plotų sumą, aprašykite vienetinio dėžės paviršiaus ploto reikalavimą ir dėžės tūrio pakelto kvadratu funkciją.
3. Iš vienetinio paviršiaus ploto reikalavimo išveskite vieno iš kintamojo išraišką per kitus.
4. Aprašykite tikslo funkciją $f(X)$ taip, kad optimizavimo uždavinys būtų formuluojamas be apribojimų:
$$\min f(X).$$
5. Išveskite ir aprašykite tikslo funkcijos gradiento funkciją.

6. Apskaičiuokite tikslo ir gradiento funkcijų reikšmes taškuose $X_0 = (0, 0)$, $X_1 = (1, 1)$ ir $X_m = (a/10, b/10)$, čia a, b – studento knygelės numerio "$1x1xxab$" skaitmenys.

7. Minimizuokite suformuluotą uždavinį naudojant suprogramuotus optimizavimo algoritmus pradedant iš taškų X_0, X_1 ir X_m.

8. Palyginkite rezultatus: gauti sprendiniai, rastas funkcijos minimumo įvertis, atliktų žingsnių ir funkcijų skaičiavimų skaičius priklausomai nuo pradinio taško.

9. Vizualizuokite tikslo funkciją ir bandymo taškus.

3 Tiesinis programavimas

Tiesinio programavimo uždavinys:

$$
\begin{array}{rcl}
\min 2x_1 - 3x_2 - 5x_4 & & \\
-x_1 + x_2 - x_3 - x_4 & = & 8 \\
2x_1 + 4x_2 & = & 10 \\
-x_3 + x_4 & \leq & 3 \\
x_1 & \geq & 0 \\
x_3 & \geq & 0
\end{array}
$$

1. Suprogramuokite simplekso algoritmą tiesinio programavimo uždaviniams.

2. Užrašykite duotą uždavinį matriciniu pavidalu standartine forma.

3. Išspręskite uždavinį suprogramuotu simplekso algoritmu.

4. Pakeiskite apribojimų dešinės pusės konstantas į a, b ir c – studento knygelės numerio "$1x1xabc$" skaitmenis. Išspręskite uždavinį suprogramuotu simplekso algoritmu.

5. Suformuluokite ir išspręskite dualiuosius uždavinius bendrajam ir individualiajam uždaviniams.

6. Palyginkite uždavinių sprendimo rezultatus.

4 Optimizavimas su apribojimais

Kokia turėtų būti stačiakampio gretasienio formos dėžė, kad vienetiniam paviršiaus plotui jos tūris būtų maksimalus?

1. Suprogramuokite vieną iš paskaitų metu aptartų optimizavimo su apribojimais algoritmų.

2. Aprašykite tikslo funkciją $f(X)$, lygybinio ir nelygybinių apribojimų funkcijas $g_i(X)$ ir $h_i(X)$ taip, kad optimizavimo uždavinys būtų formuluojamas

$$\min f(X),\ g_i(X) = 0,\ h_i(X) \leq 0.$$

3. Apskaičiuokite funkcijų reikšmes taškuose $X_0 = (0, 0, 0)$, $X_1 = (1, 1, 1)$ ir $X_s = (a/10, b/10, c/10)$, čia a, b, c – studento knygelės numerio "$1x1xabc$" skaitmenys.

4. Minimizuokite suformuluotą uždavinį naudojant optimizavimo su apribojimais algoritmą pradedant iš taškų X_0, X_1 ir X_s.

5. Palyginkite rezultatus: gauti sprendiniai, rastas funkcijos minimumo įvertis, atliktų žingsnių ir funkcijų skaičiavimų skaičius.

5 Optimizavimas su apribojimais baudos metodu

Kokia turėtų būti stačiakampio gretasienio formos dėžė, kad vienetiniam paviršiaus plotui jos tūris būtų maksimalus?

1. Aprašykite kvadratinę baudos funkciją, apimančią tikslo funkciją $f(X)$ ir lygybinio apribojimo funkciją $g(X)$.

2. Patyrinėkite baudos daugiklio įtaką baudos funkcijos reikšmėms.

3. Minimizuokite suformuluotą uždavinį naudojant ankstesnėse užduotyse suprogramuotą optimizavimo be apribojimų algoritmą pradedant iš taškų $X_0 = (0, 0, 0)$, $X_1 = (1, 1, 1)$ ir $X_m = (a/10, b/10, c/10)$, čia a, b, c – studento knygelės numerio "$1x1xabc$" skaitmenys.

4. Palyginkite rezultatus: gauti sprendiniai, rastas funkcijos minimumo įvertis, atliktų žingsnių ir funkcijų skaičiavimų skaičius priklausomai nuo pradinio taško.