$\alpha + \omega$, 2003, Nr. 3, 49–54

Vienu uždaviniu – beveik visa planimetrija

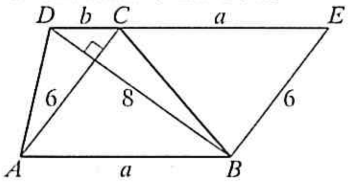
Kazimieras Pulmonas
Pedagogų profesinės raidos centras

Menas yra gebėti į vieną ar kitą problemą pažvelgti panoramiškai, bet tuo pačiu ir giliai, nagrinėti jas įvairiapusiškai – skirtingais metodais, taip pat įvairiais jų sprendimo būdais. Metodas (graikiškai *methodos* – tyrimo kelias) – tai tikslo siekimo, veikimo būdas, veiklos tvarka, sąmoningai naudojama kokiam nors tikslui pasiekti. Sprendžiant matematikos uždavinius dažniausiai yra pasitelkiami aritmetinis, algebrinis, geometrinis, trigonometrinis, vektorinis ir koordinačių metodai. Jie vėl yra vienas su kitu tarpusavyje susipynę. Egzistuoja nemažai skirtingų to paties metodo taikymo būdų.

Išspręskime vieną uždavinį, suprantama, sąlygiškai įvardiję jo sprendimo metodus, apžvelgę kai kuriuos galimus sprendimo būdus.

Trapecijos įstrižainės yra tarpusavyje statmenos ir lygios 6 *cm ir* 8 *cm. Apskaičiuokite šios trapecijos vidurinosios linijos ilgį.*

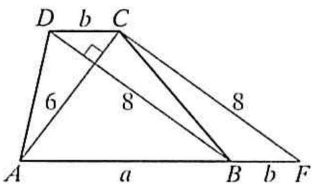
Geometrinis metodas



1 *būdas.* 1) Pratęsiame kraštinę DC. Nubrėžiame $BE \parallel AC$. Kadangi $CE \parallel AB$ ir $BE \parallel AC$, tai $ABEC$ – lygiagretainis ir $BE = 6$ cm.

2) $DB \perp BE$, nes $DB \perp AC$. $\triangle BED$ – statusis ir $DE = \sqrt{BD^2 + BE^2}$. Taigi $DE = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ (cm).

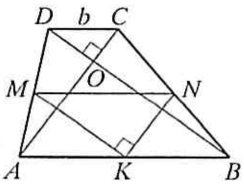
3) $DE = DC + CE = DC + AB$. Trapecijos vidurinioji linija yra lygi pusei DE, t. y. 5 cm. *Atsakymas.* 5 cm.



2 *būdas.* 1) Nubrėžiame $CF \parallel DB$ iki susikirtimo su kraštinės AB tęsiniu. $BF = DC$, nes $BFCD$ – lygiagretainis. Todėl $CF = 8$ cm.

2) $CF \perp AC$, nes $DB \perp AC$. $\triangle ACF$ – statusis ir $AF = \sqrt{AC^2 + CF^2}$. Todėl $AF = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ (cm).

3) $AF = a + b$. Bet trapecijos vidurinioji linija yra lygi $\frac{a+b}{2}$, t. y. 5 cm. *Atsakymas.* 5 cm.



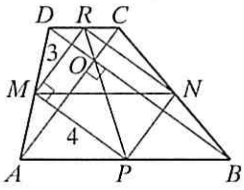
3 *būdas.* 1) MN – trapecijos vidurinioji linija. Nubrėžiame $MK \parallel DB$ ir sujungiame taškus N ir K.

2) NK – trikampio ABC vidurinioji linija. Vadinasi, $NK = \frac{1}{2}AC$ ir $NK = 3$ (cm).

3) MK – trikampio ABD vidurinioji linija. Todėl $MK = \frac{1}{2}BD$ ir $MK = 4$ (cm).

4) $\angle MKN = \angle AOB$, nes šių kampų kraštinės yra atitinkamai lygiagrečios. Todėl $\angle MKN = 90°$.

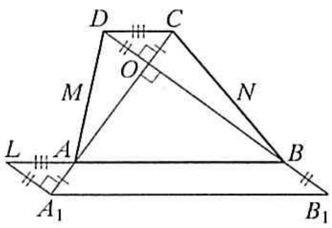
5) $\triangle MNK$ statusis, todėl $MN = \sqrt{MK^2 + NK^2}$, $MN = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ (cm). *Atsakymas.* 5 cm.



4 *būdas.* 1) Sujungiame kraštinių AD ir CB, DC ir AB atitinkamus vidurio taškus M ir N, R ir P. Nesunku įsitikinti, kad $MPNR$ yra lygiagretainis (pavyzdžiui, $MP \parallel DB$ ir $RN \parallel DB$, be to, $MP = \frac{1}{2}DB$ ir $RN = \frac{1}{2}DB$).

2) $MPNR$ — stačiakampis, nes $\angle RMP = \angle AOD = 90°$ (atitinkamos kraštinės yra lygiagrečios). $MP = 4$ cm, $RM = 3$ cm. Todėl $PR = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ (cm).

3) $MN = PR = 5$ (cm), nes stačiakampio $MPNR$ įstrižainės yra lygios. *Atsakymas.* 5 cm.

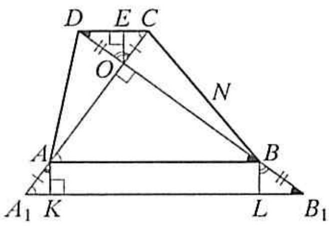


5 *būdas.* 1) Pratęsiame CA taip, kad $AA_1 = CO$. Per tašką A_1 nubrėžiame $A_1B_1 \parallel AB$. $DB \cap A_1B_1 = B_1$.

2) $\triangle A_1OB_1$ — statusis ir $OA_1 = 6$ cm, $OB_1 = 8$ cm. Vadinasi, $A_1B_1 = 10$ cm (Pitagoro teorema).

3) Nubrėžiame $A_1L \parallel B_1B$ ir pratęsiame kraštinę BA iki susikirtimo su spinduliu A_1L. $\triangle AA_1L = \triangle COD$ (remiantis trikampių lygumo pagal dviejų kraštinių ir kampo tarp jų požymį). Vadinasi, $AL = CD$.

4) A_1B_1BL — lygiagretainis, $BL = B_1A_1 = 10$ cm. Bet $BL = AB + DC$. Todėl trapecijos $ABCD$ vidurinioji linija lygi 5 cm. *Atsakymas.* 5 cm.



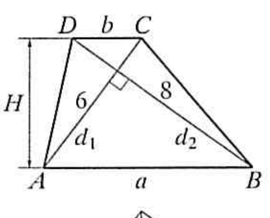
6 *būdas.* 1) Pratęsiame CA taip, kad $AA_1 = CO$; pratęsiame DB taip, kad $BB_1 = DO$. $\triangle A_1OB_1$ — statusis ir $OA_1 = 6$ cm, $OB_1 = 8$ cm, o $A_1B_1 = 10$ cm (pagal Pitagoro teoremą).

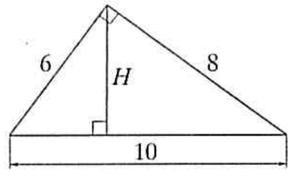
2) Nubrėžiame $AK \perp A_1B_1$, $BL \perp A_1B_1$, $OE \perp CD$. $\triangle AA_1K = \triangle OCE$, $\triangle BB_1L = \triangle ODE$ — remiantis trikampių lygumo pagal kraštinę ir kampus, esančius prie jos, požymiu.

3) Vadinasi, $A_1K = CE$ ir $LB_1 = ED$, t. y. $A_1B_1 = KL + (A_1K + LB_1) = AB + DC = 10$ (cm).

4) Trapecijos vidurinioji linija lygi $\frac{AB+DC}{2} = \frac{10}{2} = 5$ (cm). *Atsakymas.* 5 cm.

Aritmetinis metodas



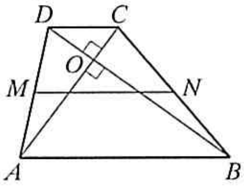


7 *būdas.* 1) $S_{\text{trap.}} = \frac{1}{2}d_1 \cdot d_2$, nes $d_1 \perp d_2$. $S_{\text{trap.}} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$ (cm^2).

2) $S_{\text{trap.}} = \frac{a+b}{2} \cdot H$. Čia H yra ne tik trapecijos, bet ir stačiojo trikampio, kurio statiniai yra lygūs 6 cm ir 8 cm, aukštinė, nubrėžta iš stačiojo kampo viršūnės į įžambinę (žr. pagalbinį brėžinį). Randame H: $S_{\text{trik.}} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot H$, arba $S_{\text{trik.}} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8$. Todėl $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot H = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8$, $H = 4{,}8$ cm.

3) $\frac{a+b}{2} = \frac{S_{\text{trap.}}}{H}$, $\frac{a+b}{2} = \frac{24}{4{,}8} = 5$ (cm). *Atsakymas.* 5 cm.

Algebrinis metodas



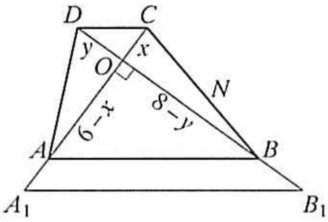
8 *būdas*. Sakykime, kad $OC = x$, $OD = y$, tai $AO = 6-x$, $BO = 8-y$.

1) Remiantis $\triangle COD$ ir $\triangle AOB$ panašumu, $\frac{x}{6-x} = \frac{y}{8-y}$, todėl $8x - xy = 6y - xy$ ir $8x = 6y$. Vadinasi, $y = \frac{4}{3}x$.

2) $\triangle COD$ — statusis: $CD = \sqrt{x^2 + (\frac{4}{3}x)^2} = \sqrt{x^2 + \frac{16}{9}x^2} = \sqrt{\frac{25}{9}x^2} = \frac{5}{3}x$.

3) Kadangi $\triangle COD \backsim \triangle AOB$, tai $\frac{CD}{AB} = \frac{OC}{OA}$, $\frac{\frac{5}{3}x}{AB} = \frac{x}{6-x}$, $AB = \frac{5}{3}(6 - x) = 10 - \frac{5}{3}x$.

4) $MN = \frac{AB+CD}{2} = \frac{10-\frac{5}{3}x+\frac{5}{3}x}{2} = 5$ (cm). *Atsakymas*. 5 cm.



9 *būdas*. 1) $\triangle COD \backsim \triangle AOB$: $\frac{x}{6-x} = \frac{y}{8-y}$, $y = \frac{4}{3}x$.

2) Trapecijos įstrižaines pratęsiame atkarpomis, kurių ilgiai lygūs x ir y. Gauname $OA_1 = 6$ cm, $OB_1 = 8$ cm.

3) $\triangle A_1OB_1$ — statusis ir $A_1B_1 = 10$ cm (pagal Pitagoro teoremą).

4) $\triangle AOB \backsim \triangle A_1OB_1$; $A_1B_1 = \frac{4}{3}AB$, todėl $AB = \frac{3}{4}A_1B_1 = \frac{3}{4} \cdot 10 = 7{,}5$ (cm).

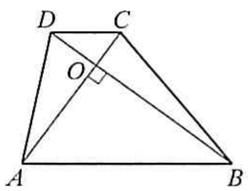
5) $\triangle COD$: $CD = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (\frac{4}{3}x)^2} = \frac{5}{3}x$.

6) $\triangle COD \backsim \triangle AOB$. Todėl $\frac{CD}{AB} = \frac{OC}{OA}$; $\frac{\frac{5}{3}x}{7{,}5} = \frac{x}{6-x}$; $10x - \frac{5}{3}x^2 = 7{,}5x$; $2{,}5x = \frac{5}{3}x^2$; kadangi $x \neq 0$, tai $7{,}5 = 5x$ ir $x = 1{,}5$ (cm).

7) $DC = \frac{5}{3}x = \frac{5}{3} \cdot 1{,}5 = 2{,}5$ (cm).

8) Trapecijos vidurinioji linija lygi $\frac{AB+DC}{2} = \frac{7{,}5+2{,}5}{2} = 5$ (cm).

Atsakymas. 5 cm.



10 *būdas*. Sakykime, kad $a = \frac{AB+DC}{2}$ — vidurinioji linija; $OC = x$, $OD = y$, tai $OA = 6 - x$, $OB = 8 - y$.

1) $\triangle COD \backsim \triangle AOB$. Todėl $\frac{x}{6-x} = \frac{y}{8-y}$, $y = \frac{4}{3}x$, $DC = \sqrt{x^2 + (\frac{4}{3}x)^2} = \frac{5}{3}x$.

2) Nagrinėkime $\triangle AOB$, turėdami omenyje, kad $x < 3$:

$$AB = \sqrt{(6-x)^2 + (8-y)^2} = \sqrt{36 - 12x + x^2 + 64 - 16y + y^2}$$
$$= \sqrt{100 + x^2 - 12x + (\tfrac{4}{3}x)^2 - 16 \cdot \tfrac{4}{3}x} = \sqrt{\tfrac{25}{9}x^2 - \tfrac{100}{3}x + 100}.$$

3) Kadangi $\frac{AB+DC}{2} = a$, tai $\frac{\sqrt{\frac{25}{9}x^2 - \frac{100}{3}x + 100} + \frac{5}{3}x}{2} = a$ ir $\sqrt{\frac{25}{9}x^2 - \frac{100}{3}x + 100} = 2a - \frac{5}{3}x$. Pakėlę abi lygties puses kvadratu, gauname:

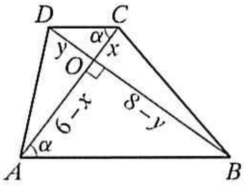
$$\frac{25}{9}x^2 - \frac{100}{3}x + 100 = 4a^2 - \frac{20}{3}ax + \frac{25}{9}x^2;$$
$$4a^2 - \left(\frac{20}{3}x\right)a + \frac{100}{3}x - 100 = 0; \mid \cdot 3$$
$$12a^2 - 20x \cdot a + 100x - 300 = 0; \mid : 4$$

Turime a atžvilgiu kvadratinę lygtį: $3a^2 - 5xa + 25x - 75 = 0$. $D = (5x)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (25x - 75) = 25x^2 - 300x + 900 = 25(x^2 - 12x + 36) = (5(x-6))^2$.

Lygties sprendiniai: $a_{1,2} = \frac{5x\mp5(x-6)}{2\cdot3}$, t. y. $a_1 = \frac{5x-5x+30}{6} = 5$, $a_2 = \frac{5x+5x-30}{6} = \frac{5}{3}x - 5 < 0$ (pašalinis sprendinys, nes $x < 3$).
Vadinasi, trapecijos vidurinioji linija yra $a = 5\,\text{cm}$.

Atsakymas. 5 cm.

Trigonometrinis metodas



11 *būdas.* 1) $\triangle COD \backsim \triangle AOB$: $\frac{x}{6-x} = \frac{y}{8-y}$, $y = \frac{4}{3}x$.

2) $\triangle COD$ — statusis, todėl $\operatorname{tg}\alpha = \frac{y}{x}$ ir $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\frac{4}{3}x}{x} = \frac{4}{3}$.

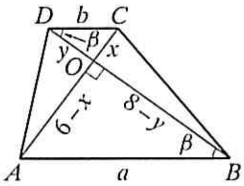
3) Pritaikę formulę $1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$ arba iš stačiojo trikampio COD randame, jog $\cos\alpha = \frac{3}{5}$.

4) $\triangle COD$: $\frac{CO}{CD} = \cos\alpha$, $CD = \frac{CO}{\cos\alpha} = \frac{x}{\frac{3}{5}} = \frac{5}{3}x$.

5) $\triangle AOB$ — statusis, todėl $\frac{AO}{AB} = \cos\alpha$, $AB = \frac{AO}{\cos\alpha} = \frac{6-x}{\frac{3}{5}} = \frac{5(6-x)}{3}$.

6) Vidurinioji linija yra lygi $\frac{AB+DC}{2}$. Todėl $\frac{AB+DC}{2} = \frac{\frac{5(6-x)}{3}+\frac{5}{3}x}{2} = \frac{10-\frac{5}{3}x+\frac{5}{3}x}{2} = 5\,(\text{cm})$.

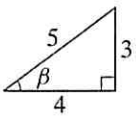
Atsakymas. 5 cm.



12 *būdas.* 1) Kadangi $\triangle COD$ ir $\triangle AOB$ yra panašieji, tai $\frac{x}{6-x} = \frac{y}{8-y}$, $y = \frac{4}{3}x$.

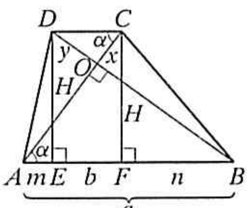
2) Turime $\frac{x}{6-x} = \frac{b}{a}$, $ax = 6b - bx$, todėl $(a+b)x = 6b$. Vadinasi, $\frac{a+b}{2} = \frac{3b}{x}$ ir $\frac{a+b}{2} = \frac{3}{\sin\beta}$.

3) $\operatorname{tg}\beta = \frac{x}{y} = \frac{x}{\frac{4}{3}x} = \frac{3}{4}$, tai $\beta = \operatorname{arctg}\frac{3}{4}$.



4) $\frac{a+b}{2} = \frac{3}{\sin(\operatorname{arctg}\frac{3}{4})}$. Kadangi kai $\operatorname{tg}\beta = \frac{3}{4}$, tai $\sin\beta = \frac{3}{5}$ (žr. trikampį). Vadinasi, $\sin(\operatorname{arctg}\frac{3}{4}) = \sin(\arcsin\frac{3}{5}) = \frac{3}{5}$. Taigi $\frac{a+b}{2} = \frac{3}{\frac{3}{5}} = 5$.

Atsakymas. 5 cm.



13 *būdas.* 1) $\triangle COD \backsim \triangle AOB$, todėl $\frac{x}{6-x} = \frac{y}{8-y}$, $y = \frac{4}{3}x$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{y}{x} = \frac{4}{3}$.

2) $\triangle ACF$ — statusis, todėl $AF = \sqrt{6^2 - H^2}$; $\triangle BDE$ — statusis, todėl $BE = \sqrt{8^2 - H^2}$.

3) $AF+EB = \sqrt{36 - H^2}+\sqrt{64 - H^2} = m+b+b+n = (m+b+n)+b = a + b$.

Vidurinioji linija lygi $\frac{a+b}{2} = \frac{\sqrt{36-H^2}+\sqrt{64-H^2}}{2}$.

4) $\triangle ACF$ — statusis, todėl $\operatorname{tg}\alpha = \frac{CF}{AF} = \frac{H}{\sqrt{36-H^2}}$ ir $\frac{H}{\sqrt{36-H^2}} = \frac{4}{3}$. Vadinasi, $3H = 4\sqrt{36 - H^2}$, $9H^2 = 16\cdot36 - 16H^2$, $25H^2 = 16\cdot36$, $H^2 = \frac{16\cdot36}{25}$. Kadangi $H > 0$, tai $H = \frac{4\cdot6}{5} = 4{,}8$.

5) Grįžkime prie viduriniosios linijos išraiškos:
$\frac{a+b}{2} = \frac{\sqrt{6^2-4{,}8^2}+\sqrt{8^2-4{,}8^2}}{2} = \frac{3{,}6+6{,}4}{2} = 5\,(\text{cm})$.

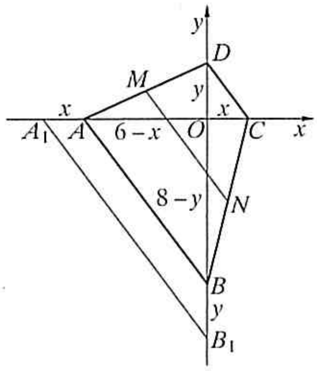
Atsakymas. 5 cm.

Koordinačių metodas

14 *būdas.* 1) $\triangle COD \backsim \triangle AOB$: $\frac{x}{6-x} = \frac{y}{8-y}$, $y = \frac{4}{3}x$.

2) $\triangle COD$ — statusis, todėl $CD = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (\frac{4}{3}x)^2} = \frac{5}{3}x$.

3) Kadangi $AA_1 = x$, tai $A_1O = 6\,\text{cm}$, $BB_1 = y$, tai $B_1O = 8\,\text{cm}$. $\triangle A_1OB_1$ — statusis. Vadinasi, $A_1B_1 = 10\,\text{cm}$.



4) $\triangle A_1OB_1 \backsim \triangle AOB$, todėl $A_1B_1 = \frac{4}{3}AB$ ir $AB = \frac{3}{4}A_1B_1 = \frac{3}{4}\cdot 10 = 7{,}5$ (cm).

5) $\triangle COD \backsim \triangle AOB$: $\frac{CD}{AB} = \frac{OC}{OA}$, $\frac{\frac{5}{3}x}{7{,}5} = \frac{x}{6-x}$ ir $x = 1{,}5$, $y = 2$.

6) Trapecijos $ABCD$ viršūnių koordinatės yra: $A(-4{,}5; 0)$, $B(0; -6)$, $C(1{,}5; 0)$ ir $D(0; 2)$.

7) Atkarpos AD vidurio taško M koordinatės yra $M(\frac{-4{,}5+0}{2}; \frac{0+2}{2})$, t. y. $M(\frac{-9}{4}; 1)$; atkarpos BC vidurio taško N koordinatės yra $N(\frac{0+1{,}5}{2}; \frac{-6+0}{2})$, t. y. $N(\frac{3}{4}; -3)$.

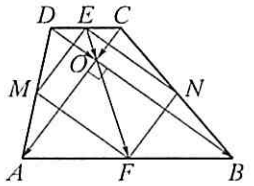
8) Atstumas tarp taškų $M(-\frac{9}{4}; 1)$ ir $N(\frac{3}{4}; -3)$ lygus

$$MN = \sqrt{\left(\frac{3}{4} - \left(-\frac{9}{4}\right)\right)^2 + (-3-1)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{3}{4} + \frac{9}{4}\right)^2 + (-4)^2} = \sqrt{9+16} = 5.$$

Atsakymas. 5 cm.

Vektorinis metodas



15 *būdas.* 1) Sakykime, kad taškai E ir F yra kraštinių DC ir AB vidurio taškai. Galima įrodyti, jog $\overrightarrow{OF} = k\overrightarrow{EO}$, t. y. vektoriai $\overrightarrow{OF}$ ir $\overrightarrow{EO}$ — kolinearūs ir taškai E, O, F yra vienoje tiesėje.

2) Žinoma, kad

$$\begin{array}{l} \overrightarrow{EO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DO} + \overrightarrow{CO}) \\ + \\ \overrightarrow{OF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \\ \hline \end{array}$$

todėl $$\overrightarrow{EO} + \overrightarrow{OF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$$

$$\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CA}).$$

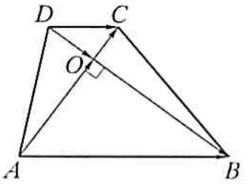
3) Paskutinę lygybę pakėlę kvadratu, turime:

$$\overrightarrow{EF}^2 = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{DB}^2 + 2\cdot\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA}^2\right),$$

$$|\overrightarrow{EF}|^2 = \frac{1}{4}\left(|\overrightarrow{DB}|^2 + 2\cdot|\overrightarrow{DB}|\cdot|\overrightarrow{CA}|\cdot\cos 90^\circ + |\overrightarrow{CA}|^2\right),$$

$$EF^2 = \frac{1}{4}(8^2+6^2) = \frac{1}{4}\cdot 100 = 25, \quad EF = 5.$$

4) Kadangi M ir N yra atitinkamai trapecijos kraštinių AD ir BC vidurio taškai, tai lygiagretainis $MFNE$ yra stačiakampis (kampus MFN ir AOB sudaro atitinkamai statmenos kraštinės), kurio įstrižainės yra lygios $MN = EF = 5$ cm. *Atsakymas.* 5 cm.



16 *būdas.* 1) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OC}$. Sudedame šias lygybes panariui:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OC},$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}.$$

2) $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})^2 = (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB})^2$,

$$\overrightarrow{AB}^2 + 2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DC}^2 = \overrightarrow{AC}^2 + 2\cdot\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DB}^2,$$

$$|\overrightarrow{AB}|^2 + 2|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{DC}| \cdot \cos 0^\circ + |\overrightarrow{DC}|^2 =$$
$$= |\overrightarrow{AC}|^2 + 2 \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{DB}| \cdot \cos 90^\circ + \overrightarrow{DB}^2,$$
$$(AB + DC)^2 = AC^2 + DB^2,$$
$$(AB + DC)^2 = 6^2 + 8^2 = 100,$$
$$AB + DC = 10.$$

3) Trapecijos vidurinioji linija yra lygi jos pagrindų sumos pusei, t. y. $\frac{AB+DC}{2} = \frac{10}{2} = 5\,(\text{cm})$. *Atsakymas.* 5 cm.

Visuomet pravartu prisiminti auksinę metodikos taisyklę — geriau vieną uždavinį išspręsti keliais ar net keliolika būdų negu daug uždavinių — vienu ir tuo pačiu būdu.

IŠ DĖDĖS GENIAUS STRAZDO UŽRAŠŲ

Vieną popietę į $\alpha+\omega$ redakciją užsuko žurnalo skaitytojams gerai pažįstamas Genius Strazdas. Neturi Genius matematiko diplomo, visą gyvenimą jis prie tekinimo staklių praleido. Bet tik susižavėjimą mums, matematikais besivadinantiems, gali sukelti šio matematikos genijaus galvoje gimstančios lygybės.

Tą popietę Genius sako:
– Sugalvok skaičių.
– Tegul tai bus 256, — tariau dėdei.
– O dabar palenktyniaukime, kas greičiau apskaičiuos tokį reiškinį:

$$256 + 257^2 + 258^3,$$

– gudriai šyptelėjęs tarė Genius ir išsitraukė skaičiuoklį.

Aš taip pat nedelsiau — skaičiuokliu nesunkiai gavau norimą rezultatą. Tik dėdė Genius jį gavo gerokai greičiau. Pasirodo, kad

$$256 + 257^2 + 258^2 = 257 \cdot 259^2.$$

Iš tikrųjų yra teisinga tokia lygybė:

$$a + (a+1)^2 + (a+2)^2 = (a+1) \cdot (a+3)^2.$$

Genijus tas mūsų dėdė Genius, tikras genijus!