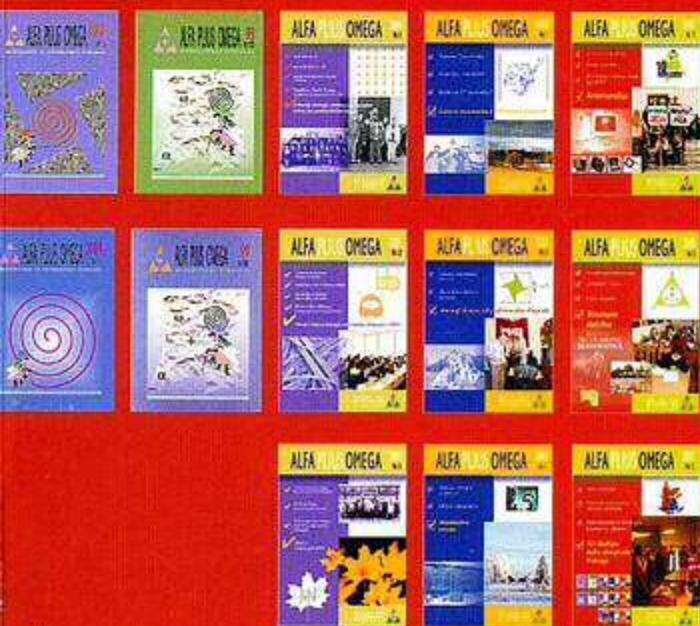


- Sudie... ir viso gero
- Vienu uždaviniu –  
beveik visa planimetrija
- Informacinių technologijų  
konkursas „Bebraš“
- XII Baltijos  
kelio olimpiada  
Vilniuje



„Alfa plius omega“ – žurnalas matematikos ir informatikos mokytojams, moksleiviams, studentams ir dėstytojams, visiems, kas domisi matematikos problemomis, istorija ir raidos perspektyvomis.

*Spausdinama medžiaga skirtoma į tokius skyrius:*

**AKTUALIJOS.** Informacija apie matematinio gyvenimo įvykius, olimpiadas, proginių rašiniais, požiūriai į matematikos raidos, mokymo, dėstymo problemas, matematikos terminai, knygų recenzijos.

**MATEMATIKOS AKIRAČIAI.** Matematikos kryptis, problemas apžvelgiantys straipsniai, skirti plačiam skaitytojų ratui.

**KLASĖSE IR AUDITORIJOSE.** Matematikos mokymo ir dėstymo metodika, praktinė mokytojų ir dėstytojų patirtis.

**MATEMATIKOS ISTORIJA.** Rašiniais apie matematikos savykų, problemų istorinę raidą, matematikų biografijos, kiti matematikos istorijos straipsniai.

**LIETUVOS JAUNUJŲ MATEMATIKŲ IR PROGRAMUOTOJŲ MOKYKLOS.** Jų veiklai skirti rašiniai, užduotys ir kita medžiaga.

**PRO MOKYKLOS LANGĄ.** Moksleivių ir studentų nuomonė apie matematiką, jos dėstymą. Rašiniais apie matematikos renginius mokyklose.

**EUREKA!** Matematinio tyrinėjimo įgūdžių ugdymui, pasiruošimui matematikos olimpiadoms ir kitiems turnyrami skirti straipsniai.

**$\alpha + \omega$  UŽDAVINYNAS.** Trijų lygių uždaviniai:  $\varepsilon$  (loginiai, sąmojo uždaviniai, matematinės mislės),  $\alpha$  (mokyklinės matematikos uždaviniai),  $\omega$  (sudėtingesni ir daugiau matematinių žinių reikalaujantys uždaviniai). Bus analizuojami ir skelbiami moksleivių sprendimai, apdovanojami aktyviausieji sprendėjai.

**MATEMATIKA PRIE KOMPIUTERIO.** Matematikos ir informatikos sėsajos, kompiuterių panaudojimas matematiniam uždaviniam terti, matematika ir informatika internete.

**INFORMATIKA!** Įvairūs informatikai ir informaciniems technologijoms skirti straipsniai.

**DARBŠCIOJI MATEMATIKA.** Straipsniai, skirti įvairiems matematikos taikymams gyvenime, buityje, kituose moksluose.

**ĮVAIRENYBĖS.** Visa, kas įdomu ir vienaip ar kitaip susiję su matematika, matematikų folkloras ir humoras.

## REDAKTORIŲ TARYBA

Giedrius Alkauskas, Valentina Dagienė, Romualdas Kašuba, Juozas Mačys, Leonas Narkevičius,  
Kazimieras Pulmonas, Alfredas Račkauskas, Vilius Stakėnas (vyr. redaktorius),  
Juozas Šinkūnas, Valdas Vanagas (vyr. redaktoriaus pavaduotojas), Algirdas Zabulionis

Atsakomoji redaktorė Zita Manstavičienė

„Alfa plius omega“, Akademijos g. 4, LT-08412 Vilnius  
vilius@ktl.mii.lt; apo@tev.lt  
[http://www.tev.lt/alfa\\_plius\\_omega/](http://www.tev.lt/alfa_plius_omega/)

Kiek kainuoja vienas mūsų žurnalo numeris? Maždaug 2 eurus. Tačiau pirkėjas, vartydamas jį ir svarstydamas — pirkti ar nepirkti, mato kitokią kainą: 7 litai. Skaičius 7 daugiau nei tris kartus didesnis už skaičių 2. Net pirmokas supranta — kad suskaičiuotum iki septynių, vienos rankos pírštų neužlenka. Pirkėjas pavarto žurnalą, atsidūsta ir padeda ji atgal. Pirkėjas netampa skaitytoju, o žurnalas vėl pasijunta nereikalingas.

O knygos bei žurnalai, kaip ir žmonės — kai pasijunta nereikalingi — pasitraukia. Atsigula į atokias knygų lentynas ir tyli.

Tačiau gali būti, kad ne dėl kainos mūsų žurnalas nesusilaukė tiek dėmesio, ne dėl jos apėmė noras pasitraukti. Visai gali būti, kad tie žmonės, kurie galėjo būti jo skaitytojais, tiesiog neturi skaitymui laiko.

Vyresnieji neturi laiko skaityti, nes jiems patiemis kiekvieną dieną reikia daug rašyti. Pavyzdžiui, mokytojams kas dieną reikia rašyti pažymius ir visokias ataskaitas. Dėstytojams reikia rašyti moksliinius straipsnius, taip pat aprašyti, kokius straipsnius jie jau yra parašę ir kokius būtinai parašys kitąmet...

O jauni žmonės, moksleiviai, dar labiau neturi skaitymui laiko. Jie rašo rašinius, ruošia namų darbus ir mokosi naudotis vis tobulejančiomis technologijomis, padedančiomis daugiau bendrauti, nes tokia yra modernaus amžiaus dvasia. Išties prieš kelis dešimtmečius žmonės bendraudavo tik susitikę, o dabar galima bendrauti kone be perstojo. Pavyzdžiui, galima grįžtant namo pasiusti SMS žinutę „Grįšiu po penkių minučių“ o po to dar porą kartų paskambinti...

Bet viskas gali laikui bėgant pasikeisti. Net ir jauniems žmonėms gali pabosti gyventi pagal taisykles: „spausk tą ir gausi tai“ ir „daryk taip, kad gautum tą“. Vieną dieną kokiam nors moksleivui ar moksleivei sprendžiant namų darbų uždavinį, kuriam reikia apskaičiuoti figūros plotą, gali kilti klausimas, o ką gi aš darau, kas yra tas plotas ir kam jį reikia skaičiuoti? Kitą dieną moksleivis paprašys mokytojo paaiškinti ir mokytojas, sutelkęs visą autoriteto galią, tikriausiai viską išaiškins. Gali būti, kad tas mokinui kilęs klausimas apie plotą bus ne paprastas klausimas, bet klausimas užkrēstas viruso, kuris mažina malonumą vartoti ir didina norą viskų iš esmės suprasti bei žinoti. Gali būti, kad mokinį apims noras viskų išsiaiškinti iki galo ir kelti esminius klausimus vėl ir vėl. Ir tokį užkrēstųjų rasis vis daugiau ir daugiau, nes tokia bus dar modernesnių negu dabar laikų dvasia. Ir mokytojai jausis vis neramiau ir neramiau, nes eidami į klasę jie nežinos, kokių dar klausimų jie susilaiks ir ar užteks autoriteto atsargų prieš juos atsilaikyti. Ir tada visi — ir tie, kurie moko, ir tie kurie mokosi — pradės svarstyti, kam gi galima būtų nusiųsti visus tuos iškilusius klausimus, kur perskaityti teisingus atsakymus ir kaip paskelbtį savo svarstymus ir supratimus.

Ir visai gali būti, kad bus prisiminta TEV leidykla ir paprašyta, kad ji leistų naują matematinių žurnalų, kuris padėtų visiems, kas mokosi matematikos, jos moko ir ją tyrinėja, bendrauti ir dalytis savo klausimais ir supratimais.

Ir gali būti, kad TEV leidykla sutiks, tačiau su sąlyga, kad vienas žurnalo numeris kainuos ne 2 eurus kaip dabar, bet 3.

Ir gali būti, kad žurnalas vėl bus leidžiamas, ir jam netrūks nei autorui, nei skaitytojų...

Bet tokios idilijos gali ir netekti išvysti... Todėl — kol neapėmė graudulys — skubu dėti tašką.

Likite sveiki, mieli mūsų žurnalo skaitytojai!

*A. Itakinas*



## Vilniuje viešėjo stipriausieji

Šį rudenį geriausi Lietuvos moksleiviai matematikai liko mažumelę nusivylę – jiems neteko važiuoti į užsienį dalyvauti tarptautinėje komandinėje olimpiadoje „Baltijos kelias“. Tačiau ne dėl to, kad kažkas būtų pasikeitę – paprasčiausiai olimpiada šiemet vyko Vilniuje. Lapkričio 5–9 dienomis Švietimo ir mokslo ministerijos finansuotą renginį organizavo Vilniaus universiteto matematikos ir informatikos fakulteto darbuotojai bei studentai.

Lietuvos moksleivių komanda buvo viena iš dylikos. Be jos, dalyvavo Danija, Estija, Islandija, Norvegija, Latvija, Lenkija, Suomija, Švedija, Vokietija, Rusijai atstovaujanties Sankt Peterburgas. Be to, pasinaudojusi ypatinga šeimininkės teise Lietuva pasikvietė komandą iš Baltarusijos, su kuria lietuvių matematikai palaiko draugiškus santykius – kviečia į komandinę Lietuvos olimpiadą, o lietuvių moksleiviai dažnai dalyvauja Minske vykstančioje baltarusių stovykloje, kurioje ruošiamasi tarptautinei matematikos olimpiadai.

Beveik visi dalyviai suvažiavo į Vilnių lapkričio 5-ają. Čia jau anksčiau buvo atvykę ir norvegai į komandos paruošiamąją stovyklą. Tačiau jie nepriestaravo, kad su kitais dalyviais būtų apgyvendinti trijų žvaigždučių viešbutyje – Lietuvos komandos vadovo Romualdo Kašubos nuomone, vienomis geriausią „Baltijos kelio“ istorijoje salygų. Komandoms neberekėjo niekur eiti – olimpiados atidarymas vyko čia pat, konferencijų salėje. Po oficialiosios dalies pavakarieniai moksleiviai žaidė studentų sugalvotus susipažinimo žaidimus ir buvo apdovanoti „Baltijos kelio“ atributika. „Atidarymas buvo tiesiog nuostabus“, – sakė latvis Madars Virza.

Antrąją dieną moksleiviai dalyvavo ekskursijoje po Vilnių: apžiūrėjo senamiestį ir Verkių rūmus. Vokietijos rinktinės narė hamburgietė Julia Steinberg žavėjos: „Vilnius – tikrai labai gražus miestas. Ką besakyti kiti, man ypač patiko jo bažnyčios“.

Tuo tarpu komandų vadovai darbavosi Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos fakultete. Jie nagrinėjo įvairių šalių vadovų pasiūlytus uždavinius. Iš jų atrinko dvidešimt, kuriuos kitą dieną sprendė moksleiviai.



# Baltijos šalių moksleiviai matematikai



Trečiosios dienos rytą po pusryčių visi dalyviai vėl kopė į Tauro kalną – žingsniavo į Matematikos ir informatikos fakultetą, kur kiekviena komanda užsidarė jai paskirtoje auditorijoje ir keturias su puse valandos sprendė uždavinius, nuo alkio gelbédamiesi sausainiais ir gérimais. Nors visos komandos siekė kuo geresnių rezultatų, moksleivių niekas griežtai nekontroliavo, kad jie nesinaudotų neleistinomis priemonėmis. Paklaustas, ar niekieno nestebimi dalyviai nenusirašinės, vienas olimpiados organizatoriu Gediminas Stepanauskas atsakė, jog kuprinių nekrétė – olimpiada paremta sąziningumu. Beje, uždavinius vadovai žino jau sprendimo išvakarėse.

Olimpiada vyko penkias dienas, tad, nors buvo nemažai užsiémimų, dalyviai turėjo daug laisvo laiko. Kiekviena komanda turėjo po kuratorių – vilnietį moksleivį ar studentą; šie ir pildė dalyvių, nepavargusių nuo ekskursijų, užgaidas – vedési pasivaikščioti po miestą, pažaisti boulingą, biliardą. Tiesa, ne visi buvo tokie veržlūs: kai kurie naudojosi proga pailseti prie interneto fakultete, kai kurie viešbutyje su kitų komandų nariais žaidė kortomis. Aleksandras Podchaliužnas iš Sankt Peterburgo į Vilnių atsivežė gitarą, o fakulteto auditorijoje aptikęs fortepijoną, grojimu džiugino savo kuratorius Mindaugą bei Leną, kuri Rusijos didmiesčio komandai „nulipdė“ atminimo medalių komplektą.

Ketvirtą renginio dieną dalyviai išvydo daugiau Lietuvos – vyko į ekskursiją po Kauną, kur aplankė IX fortą, Pažaislio vienuolyną ir kitas įžymias miesto vietas. „Dalyviams iš anksto buvo užsakyti pietūs, tad kas buvo apsukresnis, pavalgė dvigubai sočiai“, – pasakojo švedus kuravusi Agnė Bingelytė. Ji pasigedo savo komandos. Pasirodo, jie, kaip ir norvegai, pramiegojo ankstyvą išvyką ir pasiliko Vilniuje, tačiau laiką praleido taip pat ganėtinai įdomiai – žaisdami dažasvydį. Varžybų rezultatas oficialiai paskelbtas nebuvo. To negalima pasakyti apie „Baltijos kelio“ rezultatus, kuriuos sužinoti olimpiados dalyviai susirinko į didžiausią Matematikos ir informatikos fakulteto auditoriją.

Taigi pirmadienio vakarą triumfavo visos slavų komandos: „Baltijos kelio“ nugalėtojais kaip visada tapo nejveikiamieji Sankt Peterburgo matematikai. Beje, stipriausieji peterburgiečiai negalėjo atvykti į Vilnių, bet, kaip matome, jų jaunoji pamaina nenuvylė. Antrają vietą iškovojo Lenkijos komanda, o į trečiąjį iškopė baltarusiai. Lietuviai šiemet liko septinti ir, atrodo, nebuko labai nusiminę. Tuo labiau kad iš karto po sprendimų komandos lyderis Vilniaus licėjaus abiturientas Vytautas Stepanauskas savikritiškai prognozavo: „Būsim priešpaskutiniai“. Grįždamai į netolimą praeitį priminsime, kad pernai Lietuvos komanda buvo penkta, o 2002-aisiais buvo pasiekusi savo apogejų užimdama trečią poziciją.

## AKTUALIJOS

V. Karpickaitė, L. Papreckienė, V. Pekarskas. <i>XV prof. Jono Matulionio jaunujių matematikų konkursas</i>	6
R. Kašuba. <i>Trys olimpiados</i>	16
E. Žalys. <i>Ar skaičiuosime mintinai?</i>	20
D. Žalys, E. Žalys. <i>Informacinių technologijų konkursas „Bebras“</i>	23
R. Laucius. <i>FPS – lietuviška programavimo terpė, skirta FREE PASCAL</i>	30

## MATEMATIKOS AKIRACIAI

E. Mačys. <i>Nepamiršamosios funkcinės lygtys</i>	32
S. Sajavičius. <i>Lyginiai</i>	45

## KLASĖSE IR AUDITORIOSE

K. Pulmonas. <i>Vienu uždaviniiu – beveik visa planimetrija</i>	49
R. Švelnikienė. <i>Kaip formuoju geometrijos uždavinių sprendimo įgūdžius?</i>	55
J. Šinkūnas. <i>Ekstremumai be išvestinių</i>	58
L. Narkevičius. <i>Dar kartą apie dalumą</i>	63
V. Vanagas. $2\sqrt{2} : 2\sqrt{2}$	66

## EUREKA!

V. Stakėnas. <i>Pasirinkti geriausią</i>	68
--	----

## LIETUVOS JAUNUJIŲ MATEMATIKŲ MOKYKLA

A. Apynis, E. Stankus, J. Šinkūnas. <i>Lietuvos jaunujių matematikų mokykloje</i>	72
---	----

## MATEMATIKOS ISTORIJA

V. Pekarskas. <i>Pirmujių lietuviškų matematikos terminų istorijos fragmentai</i>	74
J. Duoba. <i>Pirmieji lietuviški matematikos vadovėliai, išleisti Lietuvoje</i>	87

 $\alpha + \omega$  UŽDAVINYNAS

<i>Olimpiadų ir konkursų uždaviniai</i>	90
---	----

## IVAIKENYBĖS

J. Mačys. <i>Matematika ... šaškėse</i>	95
G. Stazdas. <i>Kas gudriaus?</i>	98
<i>Po dešimties metų</i>	99

## ACTUALITIES

**V. Karpickaitė, L. Papreckienė, V. Pekarskas.** *The 15th Prof. Jonas Matulionis Tournament for Young Mathematicians*

A review of the problems and solutions of the traditional competition for young Lithuanian mathematicians.

**R. Kašuba.** *Three Olympiads*

The author describes three mathematics contests in which Lithuanian teams participated and surveys the results.

**E. Žalys.** *Will We Calculate Mentally?*

Information about the MENTALMATH contest in Estonia is given, and the Lithuanian analog of this game is presented.

**D. Žalys, E. Žalys.** *The Information Technology Contest „Beaver-2004”*

The first national contest on information technologies is described in detail, the winners are listed, and examples of the most interesting problems are given.

**R. Laucius.** *FPS – a Lithuanian Programming Environment for FREE PASCAL*

The Lithuanian version of this programming environment is reviewed.

## MATHEMATICAL HORIZONS

**E. Mačys.** *Unforgettable Functional Equations*

Sample problems are given for solving functional equations with a detailed analysis of the ideas behind their solutions.

**S. Sajavičius.** *Congruences*

An introduction to congruences and their use in solving number-theoretic problems.

## IN CLASSROOMS AND LECTURE HALLS

**K. Pulmonas.** *One Problem and Almost All of Plane Geometry*

The sixteen different solutions of one problem use almost all the facts of plane geometry as taught in schools.

**R. Švelnikienė.** *How Do I Teach the Skills Needed to Solve Geometry Problems?*

Some notes from an experienced teacher about geometry lessons in school.

**J. Šinkūnas.** *Extremal Values Without Derivatives*

The author explains how problems with extremal values can be solved using well-known inequalities.

**L. Narkevičius.** *Once More about Divisibility*

Examples of elementary problems using the divisibility of integers.

**V. Vanagas.**  $2\sqrt{2} : 2\sqrt{2}$

Some methodological remarks about the use of mathematical symbols.

## EUREKA!

**V. Stakėnas.** *To Choose the Best*

An explanation of how probability theory is used to make the best choice.

## THE LITHUANIAN SCHOOL FOR YOUNG MATHEMATICIANS (LSYM)

**A. Apynis, E. Stankus, J. Šinkūnas.** *In the School for Young Lithuanian Mathematicians*

The activities of the school are reviewed.

## THE HISTORY OF MATHEMATICS

**V. Pekarskas.** *Glimpses into the History of the First Lithuanian Mathematical Terms*

The author describes the origin of Lithuanian mathematical terms.

**J. Duoba.** *The First Mathematics Textbooks Published in Lithuania*

A review of the Lithuanian mathematics textbooks published at the beginning of the 20th century.

## THE $\alpha + \omega$ PROBLEMS

A set of problems from various Olympiads and mathematical competitions.

## MISCELLANEA

**J. Mačys.** *Mathematics in Checkers*

The author seeks the shortest game of checkers.

**G. Strazdas.** *What Is the Smarter?*

Some further notes on the shortest game of checkers.

*After Ten Years*