$\alpha + \omega$, 2003, Nr. 2, 90–92

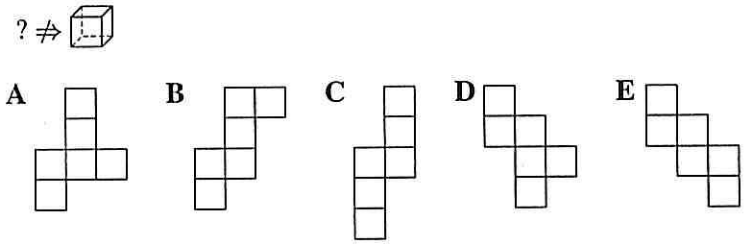
Gražūs uždaviniai — bet ar geri atsakymai?

Pranas Povilaitis

Straipsnyje — „Kengūros" komandinės olimpiados, vykusios 2002 metais Rumunijoje, kelių uždavinių sprendimai ir jų komentarai.

Bevartydamas žurnalą „Alfa plius omega", kartais imu spręsti elementaresnius uždavinius. Sykį, važiuodamas autobusu iš Vilniaus į Kauną, atsiverčiau 2002 m. antrojo numerio 72 puslapį ir pradėjau spręsti uždavinius, kurie buvo pateikti 2002 m. Rumunijoje vykusioje Europos *Kengūros* komandinėje olimpiadoje. Tų uždavinių sąlygos yra be teksto.

ε. 113



Šią sąlygą galima suprasti taip:

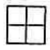
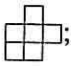
Iš kurios išklotinės **A**, **B**, **C**, **D**, **E** *negalima išlankstyti kubo?*

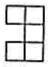
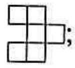
Sprendimas. Pirmiausia pastebėkime, kad kiekviena išklotinė susideda iš 6 sienų (t. y. tiek, kiek kubui reikia). Jei bent vienos išklotinės sienų (kvadratėlių) skaičius būtų nelygus 6, tai iš karto būtų aišku, kad iš tos išklotinės kubo neišlankstysime. Kubo sienas pažymėkime taip: a — apatinė, v — viršutinė, k — kairioji, d — dešinioji, p — priekinė, u — užpakalinė.

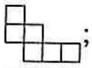
Nurodytas išklotines perpiešiame, tik vietoje kvadratėlių rašome kubo sienų žymenis. Kadangi kubą galime bet kaip vartyti, tai ir jo sienas galime įvairiai sužymėti. Pradėkime nuo apatinės sienos. Šiai sienai priskirkime kurį nors vidurinį išklotinės kvadratėlį.

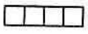
A	**B**	**C**	**D**	**E**
v	v d	v	v	v
u	u	u	k u	k u
k a d	k a	k a	a d	a d
p	p	p	p	p
		d		

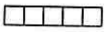
Matome, kad iš visų išklotinių galima išlankstyti kubą. Tad sąlygoje klaida! Negalima būtų išlankstyti kubo iš tokių išklotinių:

 ir dvi sienos bet kur, pavyzdžiui, ;

 ir viena siena bet kur, pavyzdžiui, ;

;

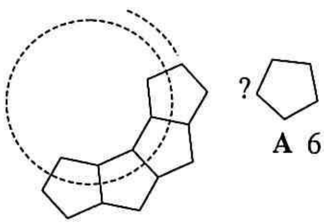
 ir dvi sienos bet kur, bet abi aukščiau arba abi žemiau;

 ir viena siena bet kur.

Uždaviniai ε. 114, ε. 115, α. 274 teisingi, o uždavinyje α. 275 — vėl klaida.

α. 275

◊◊◊



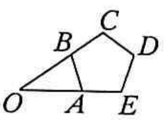
A 6 **B** 7 **C** 8 **D** 9 **E** 11

Taigi uždavinyje klausiama:

Kiek vienodų taisyklingųjų penkiakampių galima sudėti apskritimu?

Sprendimas. Kadangi n-kampio kampų suma lygi $180°(n-2)$, tai taisyklingojo n-kampio kampas lygus $\frac{180°(n-2)}{n}$. Mūsų atveju $n=5$, todėl taisyklingojo penkiakampio kampas $\frac{180°(5-2)}{5} = 108°$.

Imkime vieną iš taisyklingųjų penkiakampių. Jo viršūnes pažymėkime A, B, C, D, E.

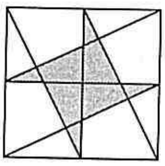


Kraštines EA ir CB pratęskime iki susikirtimo O. Gavome keturkampį $OCDE$. Jo vidaus kampų suma yra 360°. Tris jo kampus žinome: $\angle C = \angle D = \angle E = 108°$. Jų suma $108° \cdot 3 = 324°$. Todėl $\angle O = 360° - 324° = 36°$. Visas apskritimas tokių centrinių kampų turi $\frac{360°}{36°} = 10$. Todėl norimu būdu galima išdėstyti 10 taisyklingų penkiakampių. Tarp atsakymo variantų tokio nėra.

Ir dar vienas uždavinys — α. 280. Jį matome net žurnalo viršelyje.

α. 280

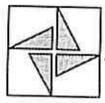
◊◊◊



$\frac{S_{\star}}{S_{\square}} = ?$

A $\frac{8\pi - \sqrt{2}}{2}$ **B** $\frac{16\pi - 2\sqrt{3}}{4}$ **C** $\frac{24\sqrt{3} - 8\pi}{3}$

D $\frac{16\pi - 16\sqrt{3}}{3}$ **E** $\frac{18\pi}{5}$

Sprendimas. Piešinį persipieškime taip: . Iš karto aišku, kad trikampis sudaro $\frac{1}{4}$ kvadratėlio ploto, taigi atsakymas yra $\frac{1}{4}$. Visi nurodyti atsakymai **A**, **B**, **C**, **D**, **E** yra klaidingi.

▷ ▷ ▷ $\alpha + \omega$ ▷ ▷ ▷

Redaktoriaus komentaras

Jokių abejonių, kad P. Povilaičio straipsnelyje pateikta uždavinių analizė išsami ir teisinga. Jis ne pirmą kartą rašo į žurnalą, džiaugiasi perskaitytais straipsniais ir išgyvena dėl netikslumų. Tokių skaitytojų (ir rašytojų) žurnalas turi nedaug. Man ypač malonu, kad Pranas Povilaitis — mano studijų Vilniaus universitete bendrakursis ir kad tai, kas rašoma žurnale, jam įdomu.

Kas gi atsitiko, kodėl atsirado ne vienas neteisingas atsakymas? Autorius teisingai rašo — pavyzdžiui, kalbėdamas apie ε. 113 uždavinį: „Sąlygą galima suprasti taip". Klausimas kitas — o gal ją galima suprasti ir kitaip? Žinoma, mes jau *Kengūros* konkursų (ir kitų renginių) įpratinti, kad iš penkių pateiktų atsakymų teisingas vienas ir tik vienas (arba lygiai vienas — abu šie matematikų kalbėsena įprasti junginiai ne ypač patinka lituanistams, bet reikia neužmiršti, kad analogiškų pasakymų yra ir rusų, lenkų, prancūzų, vokiečių, anglų ir t. t. kalbose; nemanau, kad lietuviai turi diktuoti madas šioje srityje). Šiaip jau galėtų būti ir šeštas uždavinio sprendimo variantas: visi 5 pateikti atsakymai neteisingi.

Gyvenimas yra gyvenimas, klaidų pasitaiko visur, ir net labai rimtuose matematikos žurnaluose būna teoremų, kurių sąlygos ... negali būti tenkinamos. Pažįstu matematikos profesorių habilituotą mokslų daktarą, kurio disertacijos gynimas buvo ilgai atidėliojamas, nes niekas netikėjo, jog tiriami objektai (su gana egzotiškomis savybėmis) gali egzistuoti iš viso. Prisimename ir egzaminų užduočių, kur sprendėjai dėl atsakymo susiskaldydavo į dvi (ar net tris) priešininkų stovyklas.

Pavyzdžiui, ką daryti mokiniui, jeigu jis per egzaminą išsprendęs uždavinį gauna atsakymą, kad kambario sienoms išklijuoti reikia pirkti *maždaug* 8 rulonus apmušalų (praktiškai atsakymas *maždaug* aiškus: jei klijuosi pats — 8 rulonų užteks; jei klijuos specialistai — 1 rulono pritrūks). Menka čia paguoda ir „saliamoniškas" sprendimas užskaityti už tą uždavinį visiems visus taškus — nieko nenutuokiantis mokinys gauna tiek pat balų, kiek ir egzamino rengėjams klaidą nurodęs galvočius.

Bet grįžkime prie mūsų konkretaus atvejo. Kai buvo rengiama medžiaga žurnalui, uždaviniai buvo pateikti kartu su kita informacija apie *Kengūros* komandinę olimpiadą.

O paskui uždaviniai atsidūrė uždavinių skyrelyje — ir be komentarų, o R. Glotnio straipsnelis „Neįprasti kengūriukų nuotykiai Europoje" su olimpiados įspūdžiais ir uždavinių komentarais — kitoje vietoje (beje, to paties žurnalo p. 56–57). Ir ten parašyta, kad įrodžius, jog visi 5 pateikti atsakymai neteisingi, dalyvis uždirba papildomų taškų. Kitaip sakant, pateikiant kai kuriuos uždavinius teisingas atsakymas buvo tyčia pakeistas neteisingu.

Kaip minima R. Glotnio straipsnelyje, Lietuvos komanda sėkmingai susitvarkė su dauguma uždavinių. Bet net ir jos dalyviams siūlau prisiminti varžybas ir išstudijuoti P. Povilaičio pastabas, taip pat išspręsti p. Prano nepaminėtą uždavinį α. 278 (kaip paslaptį pasakysiu, kad jis išnagrinėtas vienoje iš *Kengūros* knygelių).

Juozas Mačys