

Skaičiaus sąvoka lietuviškuose matematikos vadovėliuose



Vaida Steponavičienė

Straipsnyje apžvelgiama, kaip skaičiaus sąvoka buvo aiškinta prieškariniuose lietuviškuose vadovėliuose, kaip ji dėstoma dabartiniuose.

Skaičiaus sąvoka mokykliniame matematikos kurse yra labai svarbi, naudotis ja tenka sprendžiant daugybę uždavinių.

Skaičių tyrinėjimas prasideda nuo natūraliųjų skaičių. Šių skaičių savybės nusakomos aksiomomis, kurias dar XIX a. pabaigoje sudarė italų mokslininkas Dž. Peanas. Tačiau ši griežta natūraliųjų skaičių teorija nėra tinkama dėstyti mokykloje, todėl būtina rasti būdus ir metodus, kuriais remiantis būtų galima mokiniams suprantamai ir aiškiai išdėstyti skaičiaus sąvokos plėtojimosi kelią.

Apžvelgsime, kaip ši sąvoka buvo rutuliojama prieškarinės Lietuvos matematikos vadovėliuose, kaip tai daroma šiandien.

Savo apžvalgą pradėsiu nuo seniausių vadovėlių, kuriuos man pavyko rasti. „Aritmetikos teorija“ išleista 1921 metais. Šio vadovėlio I skyrius pradėdamas nuo skaičiaus sąvokos: „Kiek ir ko gauname suskaitę arba suskaičiąvę vadiname skaičiumi.“ Toliau pereinama prie skaičių *vienas*, *du*, ir t. t. sąvokų sudarymo:

Vienas daiktas ir vienas daiktas yra du daiktai, du daiktai ir vienas daiktas yra trys daiktai ir t. t. Vienas, du, trys ir t. t. vadinasi sveikieji skaičiai.

Kaip matome, natūralieji skaičiai buvo vadinami sveikaisiais skaičiais ir su šia sąvoka mokiniai buvo supažindinami pirmiausia.

Taip pat šiame vadovėlyje pateikiamos ir daiktinių ir bedaikių skaičių sąvokos:

Skaičius vadinamas daiktiniu arba vardintas, jeigu juo pasakyti tie daiktai, kurie juo skaičiuojami, pvz., 1 pieštukas, 3 sakiniai. O skaičius vadinasi bedaiktis, jei nėra pasakyta, kurių daiktų rinkinį jis reiškia, pvz., 1, 2, 3.

Įvedama ir dar viena sąvoka — reikšmingieji skaičiai: „Visi skaitmens, išskyrus 0, vadinasi reikšmingieji skaitmens.“

Kiek kitaip skaičiaus sąvoka įvedama ir pateikiama M. Bagdono „Algebros uždavinyne“, išleistame 1921 m.:

Keliolika vienos rūšies daiktų, jei norime juos suskaičiuoti, duoda naują sąvoką — I vardinį arba matinį skaičių, pvz., 10 svarų, 15 žmonių, vienas daiktas, vienas sau paimtas, vadinasi vienetas. Jei į vienetų rūšį ir vardą neatkreipiama akies, tai iš matinio skaičiaus gaunama skaičius bevardis. Bevardžio skaičiaus vienetas vadinasi tiesiog vienas.

Toliau pereinama prie natūraliųjų skaičių sąvokos įvedimo:

Jei skaičiaus eilė prasideda vienetu vienas ir kiekvienas sekamas skaičius gaunamas iš prieš jį stovinčio pridėdam vieną, tai tokia skaičių eilė vadinasi natūraline skaičių eile. Natūralinė skaičių eilė yra nepabaigiama.

Taigi šiame vadovėlyje natūralieji skaičiai taip ir vadinami, o ne sveikieji skaičiai — kaip „Aritmetikos teorijoje“.

J. Mašiotas 1938 m. išleistas „Matematikos vadovėlis“ taip pat pradedamas nuo skaičiaus sąvokos:

Skaičiumi vadiname suskaičiuotą daiktų kiekį, pažymėtą tam tikrais ženklais skaitmenimis. Skaičiams žymėti vartojam 9 ženklus ir dar dešimtą 0. Tais devyniais skaitmenimis ir dešimtuoju 0 galima parašyti bet kurį skaičių.

Natūralieji skaičiai vadinami paprastaisiais skaičiais, o jų eilė — natūraline skaičių eile:

Primetę vienetai vieną, gautajam skaičiui vėl vieną ir t. t. gaunama natūralinė skaičių eilė.

Be to, J. Mašiotas vadovėlyje taip pat primenama, kad pirmieji devyni skaitmenys yra reikšmingieji, o 0 — nereikšmingasis.

Kaip matome iš pateiktų pavyzdžių, tokia gausybė skaičių sąvokų, pavyzdžiui, *daiktiniai*, *bedaikčiai*, *reikšmingieji*, *nereikšmingieji* ir pan., apsunkina mokinius, tačiau, kita vertus, sąvokų *daiktiniai* ir *bedaikčiai skaičiai* reikia, nes gyvenime naudojami dydžiai yra vardinami. Todėl galbūt reikėtų šias sąvokas įvesti į šių dienų matematikos kursą.

Šiandienėje mokykloje natūralieji skaičiai išsamiai nagrinėjami jau V klasėje.

Iš prieškarinio vadovėlių pastebėjau, kad veiksmai su natūraliaisiais skaičiais buvo aiškinami taip pat, kaip ir šiandien, tačiau skyrėsi kai kurių komponentų pavadinimai, pavyzdžiui, sudėtyje — *dedamieji*, atimtyje gaunama *liekana* arba *skirtumas*, daugyboje — *daugmuo* arba *dauginamasis*. Kai kurie veiksmai taip pat žymimi kiek kitaip nei šiandien, pavyzdžiui, $2.5 = 10$ (daugyba).

Ne visuose minėtuose vadovėliuose pateikiami veiksmai su natūraliaisiais skaičiais dėsniai, be to, jie vadinami kiek kitaip: *pagrindinė sumos ypatybė* šiandien — sudėties perstatymo dėsnis, *sandaugos pastovumo ypatumas* ir *dauginimo grupuojant dėsnis* šiandien — perstatymo ir jungimo dėsniai, sudėties su 0 dėsnis, o 1938 m. J. Mašiotas vadovėlyje pirmą kartą pateikiamas ir *daugybės skirstymo dėsnis*. Tačiau prieškarinio Lietuvos vadovėliuose neišskiriami veiksmai su 0 ir 1 atvejais. Dabar mokykliniame N. Cibulskaitės ir M. Stričkienės vadovėlyje V klasei pateikiami visi sudėties ir daugybės dėsniai.

Trupmenos sąvoka įvedama apibendrinant matavimo rezultatus. Taip trupmenos sąvoka įvedama 1921 m. „Aritmetikos teorijoje“. Čia siūloma stalą iš pradžių matuoti pėdomis, vėliau sieksniais ir gautą liekaną įvertinti dalijant vieneta į lygias dalis. K. Klimavičiaus 1937 m. „Aritmetikos teorijoje“, Pr. Naujokaičio 1938 m. vadovėlyje trupmenos sąvoka įvedama atkarpas, skritulius ir kitas geometrinės figūras dalijant į dalis. Po to jos pažymimos ar nuspalvinamos ir įvardijamos. 1934 m. „Skaičiavimo uždavinynė“, skirtame pradžios mokyklų II–III skyriams, trupmenos sąvoka įvedama dalijant daiktus, pasitaikančius vaiką supančioje aplinkoje.

N. Cibulskaitės ir M. Stričkienės vadovėlyje trupmenos sąvoka įvedama dviem būdais: dalijant į dalis geometrinės figūras ir dalijant daiktus. Antruoju atveju, trupmenos sąvoka priartinama prie realaus gyvenimo, todėl vaikams tai daug lengviau suvokti ir išlaikyti atmintyje.

Trupmena tiek seniau, tiek dabar apibrėžiama taip pat: „Vieną arba kelias lygias vieneto dalis vadiname trupmena.“

Prieškarinės Lietuvos vadovėliuose nėra veiksmonių su trupmenomis dėsnų, tik 1938 m. J. Dailidė juos suformuluoja savo vadovėlyje, tačiau skirstymo dėsnio vis tiek nepamini. Dabartiniuose vadovėliuose pateikiami visi dėsniai, kuriuos galima pritaikyti trupmeniniams skaičiams.

Prieškariniuose vadovėliuose (K. Klimavičiaus 1937 m. „Aritmetikos teorijoje“) įvedamos dvi atvirkštinės viena kitai sąvokos: trupmenos prastinimas ir išplėtimas. Išplėtimas — tai trupmenos išreiškimas didesniais skaičiais, nekeičiant jos didumo (dauginant ir skaitiklį, ir vardiklį). Prastinimas — tai trupmenos parašymas mažesniais skaičiais, nekeičiant jos didumo.

N. Cibulskaitės ir M. Stričkienės VI klasės matematikos vadovėlyje yra tik prastinimo sąvoka, o skaitiklio ir vardiklio dauginimas ir dalijimas iš to paties natūraliojo skaičiaus vadinamas pagrindine trupmenos savybe.

Galbūt reikėtų abi sąvokas sugražinti į šių dienų vadovėlius, nes jos yra viena kitai atvirkštinės, o paėmus jas kartu būtų apibrėžta pagrindinė trupmenos savybė.

Trupmenos skaitiklio ir vardiklio prasmė taip pat aiškinama skirtingai. Prieškariniuose vadovėliuose rašoma, kad trupmenos vardiklis parodo, į kiek lygių dalių vienetas padalytas, o skaitiklis — kiek tokių dalių paimta. Šiandien aiškinama, kad vardiklis parodo, kokios vienetą dalys imamos, o skaitiklis — kiek vienetą dalių yra trupmenoje. Mano manymu, senesniuose vadovėliuose pateiktas apibūdinimas yra lengviau suprantamas silpnesniems mokiniams.

Prieškariniuose vadovėliuose vartotos sąvokos *tikrosios* ir *netikrosios* trupmenos šiandien reiškia taisyklingąsias ir netaisyklingąsias trupmenas. *Bendravidės* ir *nebendravidės* šiandien reiškia subendravidiklintas arba nesubendravidiklintas trupmenas.

Dešimtainės trupmenos prieškarinio Lietuvos mokyklos kurse įvedamos kaip tam tikras matavimo vienetų žymėjimo būdas (Pr. Naujokaitis „Aritmetikos uždavinynas“), o tik vėliau parodoma, kad tai paprastųjų trupmenų atskiras atvejis. Kituose vadovėliuose (K. Klimavičius „Aritmetikos teorija“) dešimtainis skaičius parašomas tuo pačiu dešimtainės sistemos principu kaip ir natūralieji skaičiai. „Aritmetikos teorijoje“ paaiškinama, kad dešimtainės trupmenos yra populiariesnės už paprastąsias, nes „jos yra taip pat lengva parašyti ir skaičiuoti kaip ir sveikieji skaičiai.“

Šiandieninėje mokykloje dešimtainės trupmenos įvedamos formuojant paprastųjų trupmenų sąvoką ir išskiriant trupmenas su vardikliais 10, 100, 1000.

Neigiamieji skaičiai įvedami kaip atskiras atimties veiksmo atvejis. Taip aiškinama J. Bagdono 1921 m. „Algebros uždavinynas“.

Gana plačiai neigiamuosius skaičius išnagrinėjo J. Dailidė savo „Algebros“ I dalies vadovėlyje, skirtame pirmajai gimnazijos klasei. Jis neigiamus skaičius įveda nagrinėdamas gyvenimiškus uždavinius, iš kurių išplaukia neigiamų skaičių būtinybė. Toliau pateikiamas neigiamo skaičiaus apibrėžimas:

Neigiamu skaičiumi žymėsime skaičių, parodantį kokio nors dydžio ar skaičiaus trūkumą arba priešinio dydžio buvimą.

Šių dienų VII klasės matematikos vadovėlyje neigiami skaičiai taip pat įvedami nagrinėjant gyvenimiškus uždavinius, tik apibrėžiami kiek kitaip: „Skaičiai su ženklu „–“ vadinami neigiamaisiais skaičiais, o skaičiai su ženklu „+“ vadinami teigiamaisiais skaičiais.“

Prieškariniuose vadovėliuose (M. Bagdonas) yra pateikiama algebrinių skaičių sąvoka:

Teigiami ir neigiami skaičiai drauge vadinami algebriniais skaičiais“. J. Dailidė neigiamus skaičius dar vadina *palyginamaisiais*, arba *reliatyviaisiais*, nes šiuos skaičius lyginant su 0 jie yra arba kairėje, arba dešinėje. Šiandien ši sąvoka pakeista analogiška priešingųjų skaičių sąvoka: „priešingieji skaičiai yra tokie skaičiai, kurie skiriasi tik ženklu.

Veiksmai su neigiamais skaičiais seniau buvo aiškinami taip pat kaip ir šiandien, tik pateikiama daugiau gyvenimiškų pavyzdžių.

J. Dailidės vadovėlyje randami ir kai kurie sudėties bei daugybos dėsniai (perstatymo ir jungimo), išskiriamas daugybos su 0 atvejis, o dabartiniuose vadovėliuose aiškinama, kad visi natūraliųjų skaičių dėsniai taip pat tinka ir neigiamiesiems skaičiams.

Be to, prieškariniuose vadovėliuose nagrinėjamos dvi skaičių tiesės: skaičių tiesė ir bendroji skaičių tiesė.

Bendroji skaičių tiesė apibūdinama taip:

Skaičių tiesė, kaip ir pati skaičių eilė, gaudama šalia savo teigiamosios šakos dar ir neigiamą, dabar tam pa dvi gubai neribota: ji eina į kairę pusę be galo ir į dešinę pusę be galo, apimdama visus galimus skaičius. Pusiaukelėje kaip ir pačių skaičių, taip ir skaičių tiesės, yra teigiamų ir neigiamų skaičių riba — 0.

Pateikiamas ir skaičiaus bei veiksmo ženklų sąvokos:

Jei ženklas „+“ arba „–“ yra prieš pavienį skaičių ar reiškinį, tai jis yra skaičiaus ženklas, o jei ženklas yra tarpe skaičių ar reiškinų, tai jis yra veiksmo ženklas.

Įvedus natūraliuosius skaičius, trupmenas bei paprastuosius skaičius, galima įvesti skaičių žymėjimo simbolius — N , Z , Q ir paaiškinti jų reikšmę, tačiau prieškarinės Lietuvos mokykloje jie nebuvo įvesti.

Šių dienų vadovėliuose, be jau minėtų, pateikiamos iracionaliųjų ir realiųjų skaičių sąvokos. Pirmiausia įvedami iracionalieji skaičiai traukiant šaknis bei ieškant kvadrato, kurio plotas yra du kvadratiniai metrai, kraštinės. Po to apibrėžiami ir realieji skaičiai.

Šiame straipsnyje nagrinėjau skaičiaus sąvokos dėstymo metodiką bendrojo lavinimo mo-

kykloje, tačiau bendrą skaičiaus sąvokos dėstymo metodiką kažin ar galima rasti. Mums, mokytojams, atrodo, kad būtina laikytis griežtojoje matematikoje pateiktų skaičiaus sąvokos apibrėžimų, tačiau mokykloje svarbiausia rasti tokius būdus ir priemones, kuriomis remiantis visa skaičiaus sąvokos vystymosi istorija būtų lengvai prieinama ir suprantama mokiniui.



1. *Algebros uždavinynas*. III ir IV kl. kursas (I dalis), Surinko M. Bagdonas, Vilnius, 1918.
2. *Aritmetikos teorija*, Kaunas, 1921 m.
3. Ažubalis A. *Matematika lietuviškoje mokykloje* (XIX a.pr. –1940), Vilnius, 1997.
4. Bagdonas M. *Algebros uždavinynas*. I dalis, Kaunas, 1921.
5. Baltrūnas A. *Nuo nulio iki ...*, Vilnius, 1991.
6. Balutis-Balevičius Z. *Algebra III dalis* (vadovėlis gimnazijos V klasei ir savi-mokai), Kaunas, 1934.
7. Banionis I. *Matematikos mokslo raida Lietuvoje 1920–1940*, Vilnius, 1995.
8. Bulota K., Survila P. *Algebra ir skaičių šalis* (1 dalis), Vilnius, 1989.
9. Cibulskaitė N., Stričkienė M. *Matematika ir pasaulis* (5 ir 6 klasėms), Vilnius, 1998.
10. Dailidė J. *Algebra*. I dalis (vadovėlis 1-ajai gimnazijos klasei), 1938.
11. Drėgūnas P. Rumšas. *Bendroji matematikos mokymo metodika*, Vilnius, 1984.
12. Iljinas V., Pozniakas E. *Matematinės analizės pagrindai*. 1 dalis, Vilnius, 1981.
13. Kiseliovas A. *Skaičiaus sąvoka*, Šiauliai, 1991.
14. Kiseliovas A. *Skaičiaus sąvokos praplėtimas*, Šiauliai, 1991.
15. Klimavičius K. *Skaičiavimo uždavinynas V-ajam pradinės mokyklos skyriui*, 1941.
16. Klimavičius K. *Aritmetikos teorija (pradžios mokyklų vyresniems skyriams, gimnazijų parengiamosioms klasėms ir savimoksliams)*, Kaunas, 1937.
17. *Matematika 7* (I, II dalys), Vilnius, 1998.
18. *Matematika 8* (I, II dalys), Vilnius, 1999.
19. Mašiotas J. *Matematikos vadovėlis*, I dalis (vidurinės mokyklos I klasei), 1938.
20. Mašiotas P. *Aritmetikos uždavinynas I-ajam skyriui*, 1938.
21. Naujokaitis Pr. *Aritmetikos uždavinynas*. III-jam pradžios mokyklos skyriui, 1938.
22. *Skaičiavimo uždaviniai*. II-jam pradžios mokyklos skyriui (2 dalis), Kaunas, 1934.
23. Survila P. *Natūralieji ir sveikieji skaičiai*, Vilnius, 1998.