$\alpha + \omega$, 2003, Nr. 2, 16–17

Ignalinos rajono IX–XII *klasių moksleivių komandinė matematikos olimpiada*

Rita Gasiukevičienė
rita@ignalina.lt

Komandinės moksleivių matematikos olimpiados populiarėja. Išsamią jų apžvalgą jau spausdinome mūsų žurnale (2002, *Nr.* 1). *Tai ne vien varžybos, kartu — bendro darbo, diskusijų, atstovavimo savo mokyklai pamokos.*

Ignalinos rajone jau kelerius metus, be įprastų matematikos varžybų, vyksta ir komandinė. Joje dalyvauja visų rajono vidurinių mokyklų bei gimnazijos komandos. Kiekvieną iš jų sudaro keturi–šeši IX–XII klasių moksleiviai. Olimpiada vyksta balandžio mėnesį ir trunka 2 valandas, per kurias moksleiviai kolektyviai, tarpusavyje pasitardami, sprendžia užduotis. Kiekviena komanda pateikia vieną bendrą užduočių sprendimą, todėl dažnai kyla diskusijos: vaikams sunku nuspręsti, kurį sprendimą pasirinkti, kiekvienas įrodinėja savo tiesą. Tokia olimpiada moko moksleivius dirbti komandoje, priimti bendrą sprendimą, argumentuotai ir įtikinamai pagrįsti savo nuomonę.

Šiais metais dalį olimpiados užduočių sudarė ankstesnių metų olimpiadų (rajoninių, respublikinių) ir konkursų (prof. Matulionio, *Kengūros* ir kt.) įvairių klasių uždaviniai. Tikimės, kad tai paskatins moksleivius prieš olimpiadą pasinagrinėti specifinių uždavinių, neįeinančių į mokyklinės matematikos kursą ar tiesiog nestandartinių. Kiti uždaviniai parinkti iš įvairių uždavinynų bei matematinių knygų, žurnalų (puikus lietuviškas matematikos žurnalas — *Alfa plius omega*), interneto (Lietuvos jaunųjų matematikų mokyklos svetainė www.maf.vu.lt/ljmm/). Sudarant užduotis vengta ypač sunkių uždavinių, norėta, kad juos įveiktų kuo daugiau dalyvių.

Siūlau panagrinėti 2003 metų Ignalinos rajono komandinės IX–XII klasių moksleivių matematikos olimpiados užduotis.

Iš viso buvo galima surinkti 40 taškų. Iš pateiktų uždavinių sunkiausias ignaliniečiams buvo ketvirtasis — jo sprendimo nepateikė nė viena komanda. Geriausiai sekėsi spręsti septintą uždavinį. Jį teisingai sprendė visos komandos, tik viena pamiršo „suvalgyti" priekinį sluoksnį.

Olimpiados nugalėtoja šiais metais tapo Ignalinos rajono gimnazijos moksleivių komanda. Jai ir atiteko pagrindinis olimpiados prizas — pereinamoji taurė.

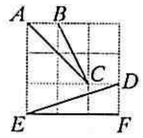
1. Darbininkų brigada atliko tam tikrą darbą. Jeigu brigadą sumažintume 20 žmonių, tai tą patį darbą jie atliktų 5 dienomis vėliau, o jei ją padidintume 15 žmonių, tai ji visą darbą atliktų 2 dienomis anksčiau. Kiek darbininkų iš pradžių buvo brigadoje ir per kiek dienų ji atliko darbą? (2 *taškai*)

2. Darbo diena sutrumpėjo nuo 8 h iki 7 h. Kiek procentų reikia padidinti darbo našumą, kad esant tiems patiems įkainiams atlyginimas padidėtų 5%? (3 *taškai*)

3. Komisiją sudaro pirmininkas, pavaduotojas ir dar 5 žmonės. Keliais būdais komisijos nariai gali pasiskirstyti pareigomis? (1 *taškas*)

4. Apskaičiuokite $\operatorname{tg} 20^\circ + 4\sin 20^\circ$ (nenaudodami skaičiuoklio). (3 *taškai*)

5. Įrodykite, kad $\angle ACB = \angle DEF$.



(3 *taškai*)

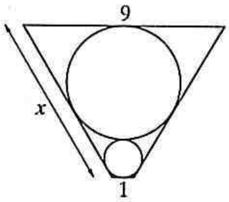
6. Aš apjuosiau medinį skritulį — man užteko a cm siūlo. Aš apjuosiau medinį kvadratą — man užteko b cm siūlo.

Kiek centimetrų siūlo man užteks apjuosti 3 skritulius jų nejudinant? (1 *taškas*)

7. Mama nupirko dėžutę gabalinio cukraus. Marytė smaližiavo kasdien ir iš pradžių suvalgė viršutinį sluoksnį, t. y. 77 gabaliukus. Tada ji suvalgė šoninį sluoksnį iš 55 gabaliukų. Galų gale ji suvalgė ir priekinį sluoksnį. Kiek gabaliukų cukraus liko dėžutėje (žinoma, kad dėžutė liko netuščia)?

(3 *taškai*)

8. Didesniojo apskritimo spindulys yra 3 kartus didesnis už mažesniojo apskritimo spindulį (žr. pav.).



Raskite x. (3 *taškai*)

9. Trys broliai A, B ir C suderėjo namą už 320 000 litų. Brolis A galėtų sumokėti šią sumą, jeigu brolis B jam paskolintų $\frac{5}{8}$ savo pinigų; brolis B galėtų sumokėti reikalaujamą sumą, jeigu brolis C jam paskolintų $\frac{8}{9}$ savo pinigų; galiausiai brolis C galėtų nupirkti šį namą, jeigu brolis A jam paskolintų pusę savo pinigų, o brolis B — $\frac{3}{16}$ savo pinigų. Kiek pinigų turėjo kiekvienas brolis? (3 *taškai*)

10. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} \sqrt{x+\sqrt{y}} + \sqrt{x-\sqrt{y}} = 2, \\ \sqrt{y+\sqrt{x}} - \sqrt{y-\sqrt{x}} = 1. \end{cases}$$

(3 *taškai*)

11. Agurkų drėgmė sumažėjo nuo 90% iki 30%. Kiek kartų sumažėjo agurkų masė? (3 *taškai*)

12. Raskite visus sveikuosius lygties $(6-x)(x-2)(x+3)(x+9) = 24x^2$ sprendinius. (3 *taškai*)

13. Į trikampį įbrėžtas apskritimas. Nubrėžtos trys jo liestinės, kurios atkerta nuo duoto trikampio tris mažus trikampius. Mažųjų trikampių perimetrai sudaro aritmetinę progresiją, kurios skirtumas yra 4. Raskite šiuos perimetrus, jeigu duotojo trikampio perimetras lygus 42. (3 *taškai*)

14. Viena bakterijų rūšis vystosi pagal dėsnį: kiekviena bakterija gyvena 1 valandą ir kas pusvalandį pagimdo naują (iš viso per savo gyvavimą 2 naujas bakterijas). Kiek gyvų bakterijų atsiranda iš vienos per 6 valandas? (3 *taškai*)

15. Taškai P ir Q dalija iškilojo keturkampio $ABCD$ kraštinę AB į tris lygias dalis: $AP = PQ = QB$. Taškai R ir S irgi dalija kraštinę CD į tris lygias dalis: $CR = RS = SD$. Apskaičiuokite keturkampio $PSRQ$ plotą, jeigu keturkampio $ABCD$ plotas lygus $24\,\text{cm}^2$. (3 *taškai*)

Atsakymai. 1. 60 darbininkų per 10 dienų. **2.** 20%. **3.** 42 būdais. **4.** $\sqrt{3}$. **5.** *Nurodymas.* Randame lyginamų kampų tangentus ir nustatome, kad jie lygūs. **6.** $a+b$ cm. **7.** 300 gabaliukų. **8.** 8. **9.** 220 000 Lt, 160 000 Lt, 180 000 Lt. **10.** $(\frac{17}{12}; \frac{5}{3})$. **11.** 7 kartus. **12.** -6; 3. **13.** 10; 14; 18. **14.** 377 bakterijos. **15.** $8\,\text{cm}^2$.