

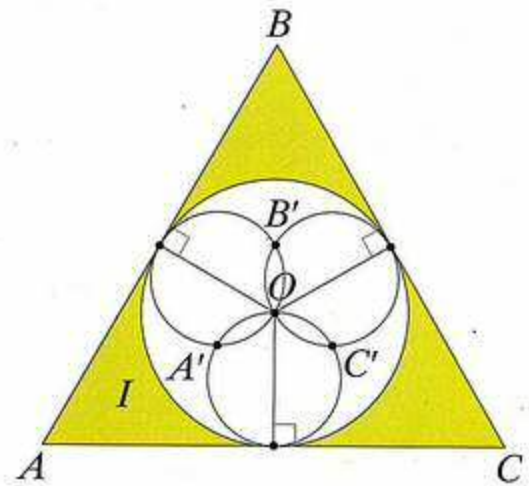
✓ *Inversijos apskritimų atžvilgiu*

✓ „Kengūros“ vasara...

✓ *Vijeto teorema*

✓ ***Teisingos
dalybos***

✓ *Kelionės į
SIUOLAIKINĘ
MATEMATIKĄ*



„Alfa plus omega“ – žurnalas matematikos ir informatikos mokytojams, moksleiviams, studentams ir dėstytojams, visiems, kas domisi matematikos problemomis, istorija ir raidos perspektyvomis.

Spausdinama medžiaga skirstoma į tokius skyrius:

AKTUALIJOS. Informacija apie matematinio gyvenimo įvykius, olimpiadas, proginiai rašiniai, požiūriai į matematikos raidos, mokymo, dėstytojų problemas, matematikos terminai, knygų recenzijos.

MATEMATIKOS AKIRAČIAI. Matematikos kryptis, problemas apžvelgiantys straipsniai, skirti plačiam skaitytojų ratui.

KLASĖSE IR AUDITORIJOSE. Matematikos mokymo ir dėstytojų metodika, praktinė mokytojų ir dėstytojų patirtis.

MATEMATIKOS ISTORIJA. Rašiniai apie matematikos sąvokų, problemų istorinę raidą, matematikų biografijos, kiti matematikos istorijos straipsniai.

LIETUVOS JAUNŲJŲ MATEMATIKŲ IR PROGRAMUOTOJŲ MOKYKLOS. Jų veiklai skirti rašiniai, užduotys ir kita medžiaga.

PRO MOKYKLOS LANGĄ. Moksleivių ir studentų nuomonė apie matematiką, jos dėstytojų. Rašiniai apie matematikos renginius mokyklose.

EUREKA! Matematinio tyrinėjimo įgūdžių ugdymui, pasiruošimui matematikos olimpiadoms ir kitiems turnyrams skirti straipsniai.

$\alpha + \omega$ UŽDAVINYNAS. Trijų lygių uždaviniai: ε (loginiai, sąmojo uždaviniai, matematinės mįslės), α (mokyklinės matematikos uždaviniai), ω (sudėtingesni ir daugiau matematinių žinių reikalaujantys uždaviniai). Bus analizuojami ir skelbiami moksleivių sprendimai, apdovanojami aktyviausieji sprendėjai.

MATEMATIKA PRIE KOMPIUTERIO. Matematikos ir informatikos sąsajos, kompiuterių panaudojimas matematiniais uždaviniais tirti, matematika ir informatika internete.

INFORMATIKA! Įvairūs informatikai ir informacinėms technologijoms skirti straipsniai.

DARBŠČIOJI MATEMATIKA. Straipsniai, skirti įvairiems matematikos taikymams gyvenime, buityje, kituose moksluose.

ĮVAIRENYBĖS. Visa, kas įdomu ir vienaip ar kitaip susiję su matematika, matematikų folkloras ir humoras.

REDAKTORIŲ TARYBA

Giedrius Alkauskas, Valentina Dagienė, Romualdas Kašuba, Juozas Mačys, Leonas Narkevičius,
Kazimieras Pulmonas, Alfredas Račkauskas, Vilius Stakėnas (vyr. redaktorius),
Juozas Šinkūnas, Valdas Vanagas (vyr. redaktoriaus pavaduotojas), Algirdas Zabulionis

Atsakomoji redaktorė Zita Manstavičienė

„Alfa plus omega“, Akademijos g. 4, LT-08412 Vilnius
vilius@ktl.mii.lt; apo@tev.lt
http://www.tev.lt/alfa_plus_omega/

TEV

VILNIUS 2004

Dideliuose miestuose autobusai ir troleibusai važinėja pagal tikslus grafikus. Dažnai stabčioja stotelėse, išleidžia ir priima tylinčių žmonių būrius. Tiesa, kartais kokiam troleibusui pritrūksta kantrybės ir sužalavęs jis nusikabina nuo laidų. Tačiau laukiantys bemaž nepastebi vėlavimo.

Kitaip autobusų ir traukinių laukia priemiesčių, atokių kaimų ir sodybų žmonės.

Tie, kas vaikystėje važinėdavo iš atokesnių vietovių į mokyklas autobusais, prisimena prieštarigus jausmus, kurie apimdavo laukiančius vėluojančio autobuso. Gal tuoj tuoj atvažiuos, o gal visai ne... Gal eiti pėsčiomis į mokyklą, o gal patraukti namo? Kaip gerai, kad bus galima pasiteisinti praleidus kontrolinį, kartu gaila, kad teks nebūti ir įdomioje pamokoje...

Mūsų žurnalas irgi yra toks autobusas. Ir jis labai vėluoja. Kodėl gi? Ir vėl prisimenu geruosius savo vaikystės priemiesčių autobusus. Ką gi jie veždavo? Žmones, žinoma. Ir visą jų gyvenimą: rūpesčius, kuriais dalydavosi su pakeleiviais (nes visi visus pažinojo), gandus, daiktus, skirtus parduoti, ir nupirktus daiktus, ir duonos kepalus — ne, ne šiugždančiuose plastikiniuose maišeliuose, bet iš siūlų nunertuose tinkleliuose... Tikruosius autobuso šeimininkus — vairuotoją ir kontrolierę tada vadindavo prancūziškai — šoferiu ir konduktore. Senesnės moterys, grįžtančios iš miestelio bažnyčios, prašydavo:

— Sustok, šoferiuk, anava prie to takelio...

Šoferiukas sustodavo. Močiutė palinkėdavo, kad Dievas duotų sveikatos, ir autobusas vėl pajudėdavo. Oriai į priekį žvelgė šoferis, jausdama savo vertę tvarkėsi konduktorė, abu žinojo savo darbo prasmę, reikšmę ir tikslą — juk vežė žmonių gyvenimą.

Retai autobuso šeimininkai likdavo jame vienu du, nebent vėlyvą vakarą. Kitaip nei mūsų autobuso, t. y. žurnalo, „vairuotojai ir kontrolieriai“. Praėjusią vasarą dingtelėjo mintis apsidairyti: o ką gi mes vežame, kur ir kas mūsų laukia? Kur gyvi pokalbiai, rūpesčiai, klausimai, atsakymai ir palinkėjimai? Nėra.

Ir įsirangė įtarimas: patys save vežame, patys savęs klausiamo, patys sau atsakome. Nevežame matematinio žmonių багаžo anei gyvenimo.

Jeigu jau šitaip, tai kokia prasmė laikytis tvarkaraščio, laiku privažiuoti stoteles, kuriose niekas mūsų nelaukia? Ir ėmėme stabčioti, delsti, atidėlioti. Kilo noras visai sustoti.

Tačiau vis dėlto — žurnalas yra Jūsų rankose.

Sveiki visi, laukę jo ir sulaukę! Sveiki visi, jį jau primiršę!

V. Stahinas

KOMANDINĖ OLIMPIADA POJANA-PINULUI (Rumunija, liepos 3–17 d.)

Jau trečią vasarą iš eilės mūsų geriausi įvairaus amžiaus *kengūriukai* stovyklavo ir varžėsi Rumunijoje. Šiomet Lietuvai atstovavo *bičiuliai* Linas Gelažanskas iš Vilniaus ir Rolandas Glotnis iš Klaipėdos, *kadetas* Eduard Prochorenko iš Visagino, *junioras* Vytautas Byla iš Kauno ir *senjoras* Dainius Dzindzalieta iš Šiaulių. Komandai vadovavo VU studentas Paulius Drungilas.

Stovykla yra įsikūrusi kalnuose, netoliese šimtamečio vienuolyno. Čia kasdien buvo rengiamos įvairios varžybos – stalo teniso, futbolo, šachmatų ir daug kitų. Taip pat vyko stovyklos misterio konkursas, kurio nugalėtoju tapo mūsų komandos narys Dainius Dzindzalieta.

Olimpiados uždaviniai buvo panašūs į praėjusių metų uždavinius. Kaip ir buvo galima tikėtis, mažiausiai išspręsta *Senjoro*, o daugiausiai – *Bičiulio* grupės uždavinių. Komanda buvo gan susitelkusi ir užėmė II vietą iš 7 dalyvavusių komandų.



Kengūros

TARPTAUTINĖ STOVYKLA ZAKOPANĖJE (Lenkija, rugpjūčio 4–15 d.)



Šioje stovykloje kasmet dalyvauja komandos iš 8–10 šalių. Šiomet pagal naują Lietuvos ir Lenkijos *Kengūros* komiteto sutartį joje galėjo dalyvauti net 10 šalies konkurso laureatų ir dar 5 moksleiviai, atrinkti iš lenkiškų mokyklų. Į šią gausią delegaciją pateko: vilniečiai Daumilas Ardickas ir Inga Šermokaitė, Vaidotas Bičkus iš Joniškio, Edgaras Šeputis ir Ramojus Gineika iš Klaipėdos, Jekaterina Kovaliova ir Olga Žarik iš Visagino, Martynas Pelenis iš Šiaulių, Mindaugas Šimkus iš Kėdainių, Tadas Varanavičius iš Kauno, vilniečiai Jan Suckel ir Andzej Ziminski, Jaroslav Volodko iš Vilniaus r., Beata Bujko ir Edgar

Danulevič iš Šalčininkų rajono. Delegacijai vadovavo Lietuvos *Kengūros* konkurso organizavimo komiteto vicepirmininkė Marytė Stričkienė ir mokytojos Erika Tumėnaitė (Panevėžio J. Balčikonio gimn.) bei Liucija Nonevič (Vilniaus A. Mickevičiaus gimn.). Buvo organizuojamos ekskursijos į kalnus, Veličkos druskų kasyklas, išvykos plaustais Dunajca upe, kelionės pėsčiomis kalnais ir urvais, įvairios sportinės varžybos.

Stovykloje vyko du matematiniai konkursai. Vienas buvo ilgalaikis – mokiniai uždavinius galėjo spręsti individualiai visą savaitę. O antrasis konkursas reikalavo matematinio kūrybinio darbo rezultatus parodyti kiekvieną vakarą. Beveik visi mūsų šaliai tapo matematinių konkursų prizininkais.

TARPTAUTINĖ STOVYKLA KRYME (Ukraina, liepos 25 – rugpjūčio 4 d.)

Lietuvos komanda pirmą kartą dalyvavo šioje 14–15 metų *kengūriukų* stovykloje. Komandą sudarė Andrius Chomentauskas iš Panevėžio, Miglė Janušauskaitė iš Pakruojo ir dvi kaunietės – Laura Blėdaitė bei Jurga Šimaitytė. Komandos vadovas – KTU gimnazijos direktoriaus pavaduotojas Leonas Narkevičius.

Stovykloje buvo labai įdomu. Iki pietų – maudynės jūroje, po pietų – ekskursijos. Stovyklautojai aplankė *Kregždutės lizdą* – rūmus ant išpūdingo jūros skardžio, *Voroncovų rūmus*, šalia kurių yra labai gražus parkas, *Livadijos rūmus*, statytus carui Nikolajui II (čia baigiantis Antrajam pasauliniam karui vyko Jaltos konferencija, kurioje trys pasaulio galingieji dalijosi Europą), *Krymo didįjį kanjoną*, *Vaiduoklių slėnį*, *Nikitskos botanikos sodą*.

Vieną dieną vyko *Kengūros* uždavinių sprendimo konkursas. Merginos buvo nusiteikusios gana vasariškai ir nesiekė aukšto rezultato, bet gėdos nepadarė. O Andrius, kaip vienintelis delegacijos vaikinai, nutarė parodyti, kad Lietuvos moksleiviai matematiką išmano. Jis surinko 115 taškų ir užėmė antrą vietą, tik vienu tašku nusileidęs nugalėtoju tapusiam ukrainiečiui.

vasara 2003

TARPTAUTINĖ STOVYKLA TOLIEJOJE (Molėtų r., rugpjūčio 17–27 d.)



Šioje stovykloje dalyvavo moksleiviai iš Austrijos, Baltarusijos, Lenkijos, Rumunijos, Ukrainos ir 15 šeiminkų atstovų. Lietuviai buvo atrinkti iš 2003 m. *Kengūros* konkurso nugalėtojų. Stovykloje buvo rengiami įvairūs konkursai, organizuojamos ekskursijos, žygiai, diskotekos prie laužo. Iš stovyklos nė vienas neišvažiavo neapdovanotas. Kiekvienas tapo kokio nors matematinio ar sportinio konkurso nugalėtoju ir už tai gavo prizą.

Stovykloje taip pat buvo rengiami įvairūs matematiniai užsiėmimai. Stovyklautojai buvo skirtingo amžiaus, susirinkę iš įvairių šalių, tad su visais reikėjo bendrauti skirtingai ir net trimis kalbomis – lietuvių, anglų ir rusų. Kadangi kai kurie vaikai prastai kalbėjo angliškai ir rusiškai, komandų vadovams ir organizatoriams teko kalbėti dar ir prancūziškai, ir vokiškai, ir lenkiškai. Bet vis dėlto tarp stovyklautojų užsimezgė glaudūs draugiški santykiai. Išsiskyrimo dieną liejosi ašaros ir pažadai dar susitikti...



AKTUALIJOS

V. Narmontas. <i>Dirichlė principas</i>	6
L. Narkevičius. <i>Invariantų metodas</i>	12
R. Gasiukevičienė. <i>Ignalinos rajono IX–XII klasių moksleivių komandinė matematikos olimpiada</i>	16
I. Stasiukaitytė, R. Simanavičienė. <i>Elektroninio pašto varžyboms jau penkeri metai</i>	18

MATEMATIKOS AKIRAČIAI

E. Mazėtis. <i>Inversijos apskritimų atžvilgiu</i>	22
B. Kvedaras. <i>Variacinis skaičiavimas</i>	30
S. Sajavičius. <i>Fransua Vijetas ir jo teorema</i>	36

KLASĖSE IR AUDITORIJOSE

K. Pulmonas. <i>Apibrėžtinio integralo taikymai ekonomikos uždaviniams</i>	41
P. Vaškas. <i>Aiškindime paprastai</i>	48
V. Dalinkevičius. <i>Antrosios eilės homogeninių lygčių sistemų sudarymo pavyzdžiai</i>	49

MATEMATIKOS ISTORIJA

V. Steponavičienė. <i>Skaičiaus sąvoka lietuviškuose matematikos vadovėliuose</i>	53
---	----

LIETUVOS JAUNŪJŲ MATEMATIKŲ MOKYKLA

A. Apynis, E. Stankus, J. Šinkūnas. <i>Ketvirtosios LJMM laidos mokymo programos apžvalga</i>	57
---	----

EUREKA!

J. Mačys. <i>Kodėl $\cos 1$ iracionalus?</i>	61
J. Mačys. <i>Teisingos dalybos</i>	65
S. Sajavičius. <i>Uždavinys apie studentų egzaminą</i>	69

 $\alpha + \omega$ UŽDAVINYNAS

<i>Olimpiadų ir konkursų uždaviniai</i>	71
P. Povilaitis. <i>Gražūs uždaviniai – bet ar geri atsakymai?</i>	90
A. Posochovas. <i>„Kengūros“ pamokos Toliejoje</i>	93

IVAIRENYBĖS

J. Mačys. <i>Trumpiausia partija</i>	95
--------------------------------------	----

ACTUALITIES

V. Narmontas. *The Dirichlet Principle*

In this article the reader will find many applications of the Dirichlet principle and should feel satisfaction upon understanding everything completely.

L. Narkevičius. *The Method of Invariants*

Problems about the step-by-step evolution of some state can sometimes be solved by using the method of invariants.

R. Gasiukevičienė. *The Mathematical Team Olympiad for Pupils of the 9–12 Grades of the Ignalina District*
Mathematical Team Olympiads not only provide competition but also teach pupils how to work as a team, hold discussions, and represent their schools.

I. Stasiukaitytė, R. Simanavičienė. *The Fifth Anniversary of e-mail Contests*

Information about e-mail contests, which are celebrating their fifth anniversary in Lithuania.

MATHEMATICAL HORIZONS

E. Mazėtis. *Inversions with Respect to Circles*

The author investigates inversion – set of special transformations, which maps circles into straight lines and *vice versa*.

B. Kvedaras. *Variational Calculus*

Problems that involve finding an optimal curve, figure, or form of a 3-D body can be solved by using the methods of variational calculus.

S. Sajavičius. *François Viète and his Theorem*

A short biography of the famous French mathematician and jurist François Viète and a review of his best-known mathematical achievement.

IN CLASSROOMS AND LECTURE HALLS

K. Pulmonas. *The Use of the Definite Integral in Solving Economic Problems*

This article presents some examples of the use of the definite integral for calculating market indexes.

P. Vaškas. *Let's Explain It More Simply*

A continuation of the discussion on finding the common tangent in the joint point of the graphs of two quadratic functions.

V. Dalinkevičius. *Examples of the Formation of Systems of Quadratic Homogeneous Equations*

The author suggests a way of forming homogeneous systems of equations with their solutions chosen in advance.

THE HISTORY OF MATHEMATICS

V. Steponavičienė. *The Concept of Number in Lithuanian Mathematical Textbooks*

This article compares how the concept of number was explained in pre-war textbooks and how it is taught now.

THE LITHUANIAN SCHOOL FOR YOUNG MATHEMATICIANS (LSYM)

A. Apynis, E. Stankus, J. Šinkūnas. *A Review of the Program of the Fourth LSYM Crop Class*

This article surveys the program of the fourth crop of the LSYM and presents the solutions to the more difficult problems.

EUREKA!

J. Mačys. *Why Is $\cos 1$ Irrational?*

The continuation of a series of articles by the author about the irrationality of the values of trigonometric functions (see *Alpha Plus Omega*, 2002, Nos. 1, 2).

J. Mačys. *Division*

An attractive and practical problem of fair division taken from the most popular mathematics textbook used in American colleges – *Excursions in Modern Mathematics*, by Peter Tannenbaum and Robert Arnold.

S. Sajavičius. *The Problem with Exams*

A detailed analysis of the solution to one problem given in the National Mathematics Examination for 2002.

THE $\alpha + \omega$ PROBLEMS

A set of problems from various Olympiads and mathematical competitions.

P. Povilaitis. *Nice Problems – But Are the Answers Correct?*

This article comments on some of the problems and their solutions from the Kangaroo-2002 Team Olympiad held in Romania.

P. Posochovas. *Kangaroo Lessons in Tolieja*

This article presents the solutions to several problems which were worked on at the International Kangaroo Camp in Tolieja (Molėtai district).

MISCELLANEA

J. Mačys. *The Shortest Game*

A former Lithuanian champion demonstrates one of the shortest draughts games and suggests a search for the very shortest one.