

Komandinė Žemaitijos krašto moksleivių olimpiada

Eugenijus Stankus

aste@dtiltas.lt

Jau antri metai Rietave organizuojamos komandinės moksleivių matematikos varžybos. Straipsnyje rašoma apie 2003 m. olimpiados rezultatus.

2003 m. sausio 23 d. įvyko Rietavo antroji komandinė matematikos olimpiada mokytojo Kazio Šikšniaus taurei laimėti. Šiomet dalyvavo 11 jaunesniųjų (IX–X) klasių ir 13 vyresniųjų (XI–XII) klasių komandų iš visos Žemaitijos. Kaip ir pernai, taurė liko Rietave — ją iškovojo Rietavo Lauryno Ivinskio vidurinės mokyklos vienuoliktokai.

Visų organizavimo rūpesčių ėmėsi Rietavo Lauryno Ivinskio vidurinė mokykla ir Rietavo savivaldybės administracija. Uždavinius parinko ir vertino doc. Antanas Apynis, dr. Romual-

das Kašuba, doc. Eugenijus Stankus, mokytoja ekspertė Marytė Stričkienė. Olimpiados pertraukėlių metu mokytoja ekspertė M. Stričkienė Žemaitijos matematikos mokytojus supažindino su aktualijomis. Dr. R. Kašuba, kalbėjęs apie gražius uždavinius, buvo labai populiarus tiek mokytojų, tiek moksleivių auditorijoje. Atrodo, organizuotu renginiu liko patenkinti ir moksleiviai, visai neblogai sprendę pateiktuosius uždavinius, ir mokytojai, sužinoję šį tą naudingo.

Prizinių vietų laimėtojos

Jaunesniųjų moksleivių grupėje

- | | |
|-----|--|
| I | Skaudvilės vid. m-klos komanda |
| II | Rietavo Lauryno Ivinskio vid. m-klos komanda |
| III | Kuršėnų Pavenčių vid. m-klos komanda |
| III | Laukuvos Norberto Vėliaus gimnazijos komanda |

Vyresniųjų moksleivių grupėje

- | | |
|-----|--|
| I | Rietavo Lauryno Ivinskio vid. m-klos XI klasių komanda |
| II | Kuršėnų Pavenčių vid. m-klos komanda |
| III | Varnių Motiejaus Valančiaus vid. m-klos komanda |

Jaunesniųjų klasių moksleivių užduotis

1. Stačiojo trikampio statinių ilgiai yra a ir b , o įžambinė lygi c . Įrodykite nelygybę $a + b \leq c\sqrt{2}$.
2. Stačiakampis suskaidytas į keturias dalis, kaip pavaizduota brėžinyje.

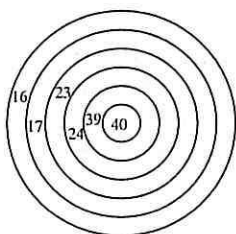
6	
10	5

Žinomi trijų dalių plotai: 6, 10 ir 5 cm^2 . Apskaičiuokite viso stačiakampio plotą.

3. Ar galima kvadrato formos stalą, kurio kraštinės ilgis yra 90 cm, visiškai uždengti dviem skritulio formos staltiesėmis, kurių skersmuo lygus 1 m?
4. Išspręskite lygtį

$$(x - 1)(x + 2)(x - 3)(x + 4) = 144.$$

5. Raskite visus lygties $9x + 2 = y(y + 1)$ sprendinius $(x; y)$ sveikaisiais skaičiais x ir y .
6. Kiek kartų reikia pataikyti į šį taikinį norint surinkti lygiai 100 taškų?



Pataikius į centrą, įskaitoma 40 taškų, pataikius į pirmąjį žiedą — 39 taškai, į antrąjį — 24 taškai, toliau atitinkamai — 23, 17 ir 16 taškų.

7. Marytė pasiūlė Petriukui žaidimą su sveikaisiais skaičiais nuo 1 iki 5. Marytė pasirenka skaičių ir pasako jį Petriukui. Petriukas prie šio skaičiaus prideda kurį nors, kad gautų pirminį skaičių, ir pasako rezultatą Marytei. Ji vėl sudaro pirminį skaičių (pridedama kurį nors skaičių nuo 1 iki 5) ir pasako jį Petriukui. Žaidimas tęsiasi tol, kol nebeįmanoma sudaryti pirminio skaičiaus. Laimi tas, kieno pirminis skaičius paskutinis. Kaip turi žaisti Marytė, kad laimėtų žaidimą?

Pastaba. Pirminiais vadinami natūralieji skaičiai, kurie dalijasi tik iš savęs ir vieneto. Skaičius 1 nelaikomas pirminiu.

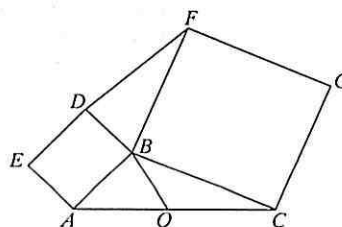
8. Tarkime, $m = \overline{xyz}$ ir $n = \overline{uvw}$ yra skirtingi triženkliai natūralieji skaičiai. Iš jų sudaryti du šešiaženkliai skaičiai: \overline{uvwxyz} ir \overline{xyzuvw} . Įrodykite, kad šių skaičių skirtumas nesidalija iš 1996.
9. Skaičiai m ir n yra tarpusavyje pirminiai (neturi bendrų daliklių, didesnių už vieneta), o trupmena $\frac{3n-m}{5n+2m}$ yra suprastinama. Raskite skaičių, iš kurio galima šią trupmeną suprastinti.
10. Ar aibėje $\{1, 2, 3, \dots, 14, 15\}$ yra tokie du skaičiai, kurių sandauga lygi visų likusiųjų skaičių sumai?

Vyresniųjų klasių moksleivių užduotis

1. Kiekvieno paveiksle parodytos lentelės skaičiaus m koordinatės yra $(x; y)$; čia x yra eilutės, kuriai priklauso m , pirmasis skaičius iš kairės, o y yra stulpelio, kuriam priklauso m , viršutinis skaičius. Pavyzdžiui, skaičiaus 12 koordinatės yra $(10; 2)$, o skaičiaus 23 koordinatės yra $(17; 9)$. Raskite skaičiaus 2003 koordinatės.

			1							
			2	3	4					
			5	6	7	8	9			
			10	11	12	13	14	15	16	
			17	18
...

2. Iš trikampio ABC viršūnės B išvesta pusiau-kraštinė BO , kurios ilgis yra 5 cm. Ant kraštinės AB nubrėžtas kvadratas $AEDB$, o ant kraštinės BC — kvadratas $BFGC$. Raskite atkarpos DF ilgį.



3. Lygiašonio trikampio pagrindas lygus a , o šoninė kraštinė yra b , viršūnės kampas lygus 20° . Įrodykite, kad $a^3 + b^3 = 3ab^2$.
4. Keliais vienodo spindulio skrituliais galima visiškai uždengti dvigubai ilgesnio spindulio skritulį?
5. Išspręskite lygtį
- $$\frac{4x}{4x^2 - 8x + 7} + \frac{3x}{4x^2 - 10x + 7} = 1.$$
6. Apskaičiuokite sumą
- $$1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2^3 + \dots + 100 \cdot 2^{99}.$$
7. Raskite visus natūraliuosius skaičius x , kurių skaitmenų sandauga lygi $x^2 - 10x - 22$.
8. Iš skaičių, kurie dalijasi iš 17, raskite tokį, kurio skaitmenų suma mažiausia.
9. Su dviem nelygiais nuliui natūraliaisiais skaičiais m ir n atlikti tokie veiksmai: 1) jie sudėti; 2) jie sudauginti; 3) iš didesniojo atimtas mažesnis; 4) didesnis padalytas iš mažesniojo. Sudėjus visus keturis rezultatus, gautas skaičius 243. Raskite natūraliuosius skaičius m ir n .
10. Kapitonas sako savo sūnui: „Pirmoje kajutėje keliauja ponas Jonas ir dvi jo dukros. Jų visų metų sandauga lygi 2450, o jų metų suma keturis kartus didesnė už tavo amžių. Ar gali pasakyti, koks šių trijų keleivių amžius?“. Sūnus, truputį pagalvojęs, atsakė: „Negaliu, nes trūksta vieno duomens“. Kapitonas pridūrė: „Jonas 5 kartus vyresnis už vieną iš savo dukrų“. Tuomet sūnus atsakė į užduotąjį klausimą. Kaip jis apskaičiavo pono Jono ir jo dukterų amžių?



I N F O



2003 metų balandžio 5 dieną Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos fakultete įvyko Lietuvos jaunųjų matematikų mokyklos ketvirtosios laidos baigiamasis konkursas. Po jo buvo įteikti mokyklos baigimo pažymėjimai. Iš viso mokyklą sėkmingai baigė 455 moksleiviai. Baigiamojo konkurso nugalėtojai buvo apdovanoti prizais.

LJMM 2003 metų baigiamojo konkurso nugalėtojai

Justina Alsytė	Anykščių Jono Biliūno gimnazija
Kristina Ivatovič	Vilniaus Lukiškių vidurinė mokykla
Jonas Jankauskas	Pasvalio Petro Vileišio gimnazija
Rita Lukoševičiūtė	Elektrėnų „Vermės“ gimnazija
Eglė Kapustinskaitė	VTGTM licėjus
Darius Miliauskas	Alytaus Dainavos vidurinė mokykla
Arnas Naruševičius	Kėdainių šviesioji gimnazija
Eglė Ramanauskaitė	Panevėžio Juozo Balčikonio gimnazija
Vita Savanevičiūtė	Vilniaus Žirmūnų gimnazija
Jelena Strelcova	Zarasų „Ąžuolo“ gimnazija
Aliona Tarantovaitė	Vilniaus Žirmūnų gimnazija