

## „Dinaminė geometrija“ matematikos pamokoje

Eglė Jasutienė

eglejasutiene@takas.lt

*Straipsnyje aprašoma kompiuterinė programa matematikos mokymui pagrindinėje ir vidurinėje mokyklose. Pateikiami keli projektai ir jų panaudojimo pavyzdžiai.*

Kompiuterinių mokomųjų programų poreikis didėja beveik taip pat greitai, kaip ir domėjimasis internetu. Mokyklos pereina nuo mokymosi apie kompiuterį prie mokymosi su kompiuteriu. Todėl didelį dėmesį turime sutelkti mokomųjų programų kūrimui arba adaptavimui.

„Geometer’s SketchPad“ – tai produktas žinomos JAV firmos „Key Curriculum Press“, kuri užsiima kompiuterinių programų rengimu tiksliesiems mokslams mokyti. (Išsamią informaciją galima rasti internete: <http://www.keypress.com/sketchpad>.) 2001 metais šią programą *Matematikos ir informatikos institutas išvertė į lietuvių kalbą ir pavadino „Dinaminė geometrija“*. LR švietimo ir mokslo ministerijos įgyta licencija leidžia programą nemokamai naudoti šalies mokytojų įstaigose.

„Dinaminė geometrija“ – tai taikomoji programa, leidžianti kurti, tirti ir braižyti geometrinius brėžinius. Tinkama naudoti ir pradinėje, ir pagrindinėje, ir vidurinėje mokyklose. Tam tereikia tik parengti mokinių amžių atitinkančią mokymo metodiką, parinkti įdomių ir suprantamų uždavinių. Ši programa patogi vartotojui, nes nereikalauja ypatingų kompiuterinių žinių. Užtenka turėti elementarius darbo kompiuteriu pradmenis bei žinoti pagrindines geometrines sąvokas ir aksiomas.

„Dinaminė geometrija“ – tai priemonė, pakeičianti brėžinių braižymą naudojantis pieštuku, liniuote ir skriestuvu bei atskleidžianti daugiau galimybių tiriant brėžinius, taip pat padeda geriau suvokti geometrines sąvokas. Mokymasis su šia programa gali iš esmės pakeisti dalį geometrijos pamokų: naujos medžiagos aiškinimą ir aiškinimąsi, jos taikymą, uždavinių sprendimą. „Dinaminė geometrija“ sukurti brėžiniai yra spalvoti, su lengvai išgaunamais animaciniais efektais. Tai padeda sudominti mokinius ir geriau įsiminti naują temą.

Šia kompiuterine programa galima nesunkiai sukurti naujos medžiagos pristatymo ar konkrečių uždavinių tyrimo projektus šioms mokyklose dėstomoms matematikos temoms:

- Skaičių tiesė ir aritmetiniai veiksmai
- Planimetrija
- Plokštumos analizės geometrija
- Transformacijų geometrija
- Vektorių algebra
- Funkcijos ir jų grafikai
- Matematinės analizės pagrindai
- Trigonometrija
- Diferencialinės lygtys
- Kompleksiniai skaičiai

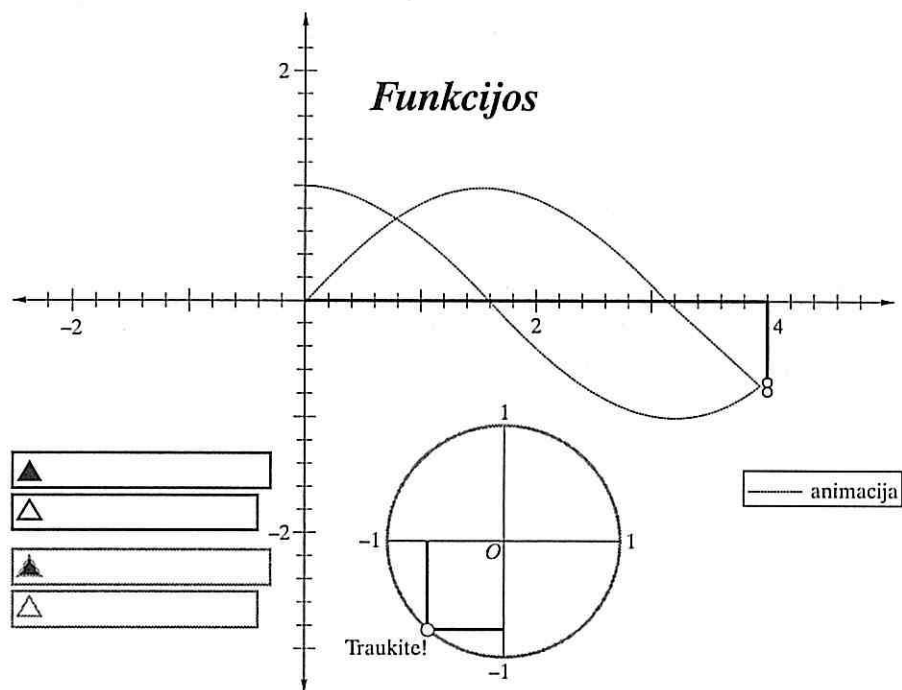
Parengtuosius geometrinius projektus galima apiforminti scenarijais, kuriuos vykdant matomas visas brėžinių kūrimo procesas. Scenarijai ypač naudingi rekursiniams sprendimams demonstruoti, kuriuos gana sunku vaizdžiai parodyti popieriuje ir kurie padeda giliau suvokti geometriją. Tokio rekursyvaus suvokimo pavyzdys galėtų būti Sierpinskio nėrinys.

„Dinaminės geometrijos“ programa galima naudotis ir sprendžiant paprastus brėžimo uždavinius, ir tiriant geometrinių figūrų savybes, ir perteikiant geometrinių objektų matavimus bei atliekant su jais veiksmus.

### Pavyzdžiai

„Dinaminės geometrijos“ galimybės ištis plačios. Norėčiau pateikti keletą sukurtų šia programa pavyzdžių, tinkančių kai kurioms matematikos temoms nagrinėti. Mokant moksleivius trigonometrijos X klasėje, galima pasinaudoti jau sukurtu projektu „Trigonometrinės funkcijos“.

#### 1. Projektas „Sinusas ir kosinusas“



Matote, kaip vaizdžiai pavaizduotas kosinuso ir sinuso vienetinio apskritimo ryšys su kosinusoide ir sinusoide (brėžinyje grafikų spalvos yra skirtingos). Be to, lyginant sinusoide ir kosinusoide galima tirti sinusą ir kosinusą. Tokių projektų nemažai pateikiama su „Dinaminės geometrijos“ programa.

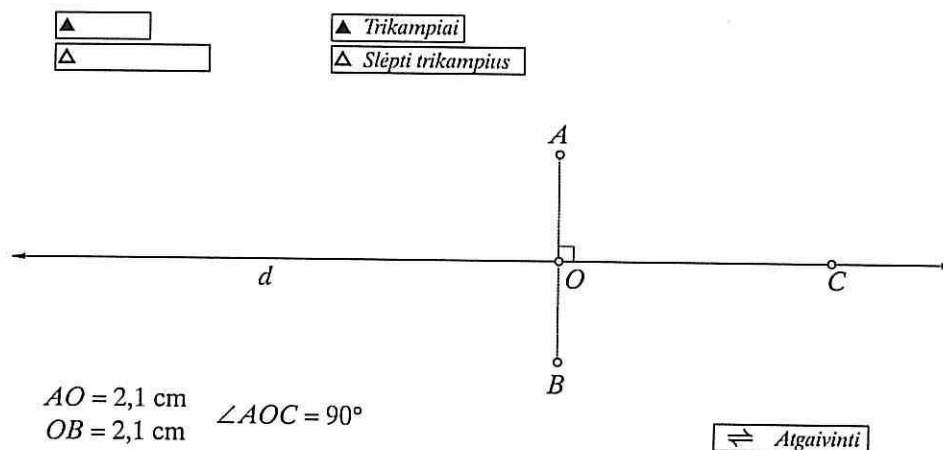
Projektus kurti nėra sunku. Naudojantis meniu komandomis ir priemonėmis nesunkiai galima perprasti kūrimo niuansus. Kaip jau minėjau, programa nereikalauja ypatingų programavimo įgūdžių.

Matematikos pamokoje projektas gali būti pristatomas naudojant kelias bylas. Pavyzdžiui, nagrinėjant simetriją su aštuntokais, galima pasinaudoti projektu, kuris turi kelias bylas. Atvėrus kiekvieną bylą galima užduoti įvairius klausimus ir juos pagrįsti dinamiškais brėžiniais ar naudojant animaciją.

## 2. Projektas „Simetrija“

• Taškai simetriški tiesės atžvilgiu

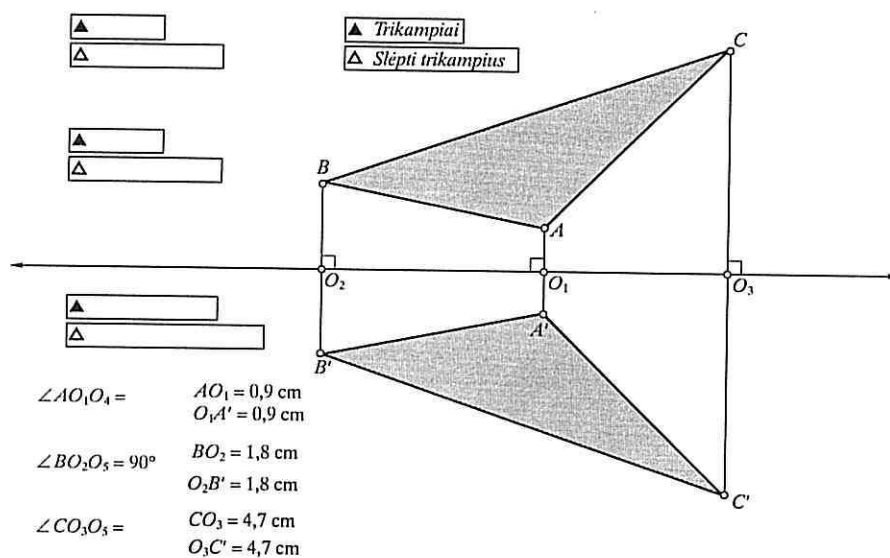
Dukart paspaudžiamas mygtukas „Taškai“.



Taškai  $A$  ir  $B$  yra simetriški tiesės  $d$  atžvilgiu.

Spragtelėjus mygtuką „Atgaivinti“, taškai  $A$  ir  $B$  pradeda judėti abiejose tiesės pusėse ir įsiti-kinama, kad visi simetriški taškai tenkina savybę:  $AB$  statmena tiesei  $d$ , kuri atkarpa  $AB$  dalija pusiau (kad ir kurioje plokštumos vietoje jie būtų).

• Figūros simetriškos tiesės atžvilgiu



### Uždaviniai

1. Popieriaus lape nubrėžtos trys nelygiagrečios tiesės  $a$ ,  $d$  ir  $b$ . Tiesė  $d$  nubrėžiama tarp  $a$  ir  $b$ . Tiesėse  $a$  ir  $b$  raskite taškus, simetriškus tiesės  $d$  atžvilgiu.
2. Nubrėžtas kampas ir jo pusiau kampinė. Kampo kraštinėse atdėti taškai  $A$  ir  $B$ . Kada taškai  $A$  ir  $B$  bus simetriški kampo pusiau kampinės atžvilgiu?

▲ Uždavotis 2

△ Slėpti 2

Kada taškai  $A$  ir  $B$  bus simetriški kampo pusiaukampinės atžvilgiu?

▲ Rodyti  $AB$

△ Slėpti  $AB$

▲  $A$  ir  $B$  atstumai nuo  $D$

△ Slėpti atstumus

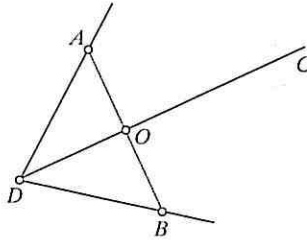
$$AD = 2,86 \text{ cm}$$

$$BD = 2,86 \text{ cm}$$

$$AO = 1,74 \text{ cm}$$

$$OB = 1,74 \text{ cm}$$

$$\angle COB = 90^\circ$$



*Aiškinimas: taškas  $A$  arba  $B$  tempiamas tol, kol jie abu pasidaro simetriški pusiaukampinės atžvilgiu (tenkina simetrijos tiesės atžvilgiu apibrėžimą). Suformuluojama išvada: taškai turi būti vienodai nutolę nuo kampo viršūnės.*

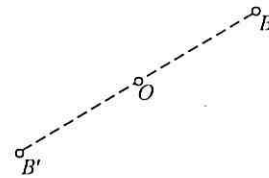
Tą patį uždavinį galima panaudoti vėliau, kai moksleivis susipažįsta su vidurio statmeniu, ir pateikti jį kitu aspektu.

- Taškai simetriški taško atžvilgiu

▲ Rodyti matavimus

△ Slėpti matavimus

$$BO = 1,8 \text{ cm ir } OB' = 1,8 \text{ cm}$$



- Mėnuliai

▲ Rodyti mėnulį

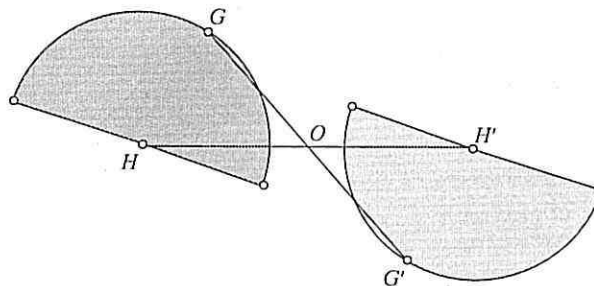
△ Slėpti mėnulį

$$GO = 2,9 \text{ cm}$$

$$OG' = 2,9 \text{ cm}$$

$$HO = 3,2 \text{ cm}$$

$$OH' = 3,2 \text{ cm}$$

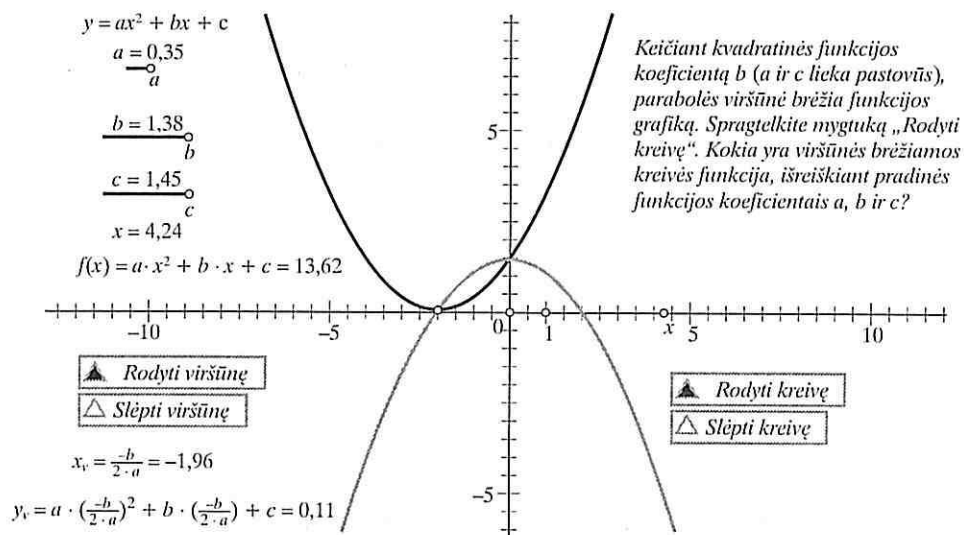


⇒ Atgaivinti  $G$

⇒ Atgaivinti  $H$

„Dinamine geometrija“ galima iliustruoti ir įvairių funkcijų savybes. Naudojantis pateiktu projektu, gana lengvai ir greitai galima iširti kvadratinės funkcijos  $y = ax^2 + bx + c$ , kai koeficientai  $a$ ,  $b$  ir  $c$  kintami, grafiko savybes.

### 3. Projektas „Kvadratinės lygties koeficientai“



„Dinaminė geometrija“ ne tik sudomina mokinius, bet ir palengvina bei pajvairina mokytojo darbą. Reikia tik parengti projektus. Tačiau tai yra įdomu.

Neturint laiko ar noro, galima naudotis jau sukurtais projektais juos papildžius klausimais, skaičiavimais ar kitomis savybėmis. Pavyzdžių pateikiama išties nemažai. Be to, tikimės išleisti mokytojams pratybų sąsiuvinius su pateiktais projektais ir tiksliai nurodyta metodika, kaip ja naudotis, jei kas susidomėtų.

Naudodamasi savo patirtimi, galiu teigti, kad tokios pamokos gali būti organizuojamos kompiuterių klasėje, tačiau tai patogu ir demonstruojant juos kompiuteriu su televizoriumi ar projektoriumi, prijungtu prie kompiuterio.