$\alpha + \omega$, 2002, Nr. 1, 17–20

Jaunųjų matematikų varžybos Šiaulių universitete

Petras Alekna
mat.kat@fm.su.lt

Jau daugiau kaip 30 metų Šiaulių universitete rengiamos matematinės varžybos moksleiviams. Šio universiteto docento straipsnyje apžvelgiami pastarųjų ketverių metų varžybų rezultatai.

Šiaulių universitete kasmet rengiamos jaunųjų matematikų varžybos IX–XII klasių mokiniams tampa vis populiaresnės. Per pastaruosius 4 metus varžybose dalyvaujančių komandų padaugėjo nuo 22 iki 28, o dalyvių skaičius išaugo nuo 273 (1999 m.) iki 395 (2001 m.). Universitete sunku rasti tokių didelių auditorijų, todėl tenka mažinti komandai atstovaujančių dalyvių skaičių iki 12 (po 3 dalyvius iš kiekvienos klasės). Dar po 1–2 moksleivius iš kiekvienos klasės varžosi individualiai.

Norint išvengti klaidų ir bereikalingo skubėjimo, varžybų dalyvių darbai taisomi ir vertinami per 1 savaitę. Po to sudaromos rezultatų suvestinės, kurios išsiunčiamos į miesto ar rajono švietimo skyrius bei skelbiamos internete, Fizikos ir matematikos fakulteto Matematikos katedros puslapyje (*www.su.lt*).

Šių metų kovo 2 d. vykusiose jaunųjų matematikų varžybose dalyvavo rekordinis skaičius komandų — 28. Pirmą kartą dalyvavo Kauno miesto komanda (atstovavo KTU gimnazijos moksleiviai) ir Marijampolės rajono devintokai.

Nugalėjo Panevėžio miesto komanda — 159 balai (iš 240 galimų), antroje vietoje — Kauno miesto komanda — 155 balai, trečioje — Kretingos rajono komanda — 144 balai. Šiaulių miesto komanda liko ketvirtoje vietoje (143 balai), penkti — Mažeikių rajono komanda (139), šešti — Plungės rajono komanda (135 balai).

Šiais metais varžybos vyko vėlokai, todėl iškilo problema dėl varžybų prizininkų pakvietimo dalyvauti Lietuvos jaunųjų matematikų olimpiadoje. Matyt, ateityje šias varžybas reikės organizuoti anksčiau.

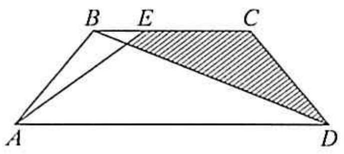
Pastarųjų ketverių metų jaunųjų matematikų varžybų rezultatai pateikiami lentelėje. Iš jos matyti, kad tarp prizininkų dominuoja Panevėžio ir Šiaulių miestai bei Tauragės rajonas. Individualūs nugalėtojai taip pat daugiausia iš miestų komandų. Manome, kad net būtų tikslinga išskirti atskiras miestų ir rajonų komandų grupes ir parengti joms skirtingas užduotis. Miesto komandos yra specialiai ruošiamos varžyboms ir olimpiadoms. Norėčiau atkreipti dėmesį į kai kurių mokyklų indėlį rengiant gabius matematikai mokinius. Tai — Panevėžio J. Balčikonio gimnazija, Tauragės M. Mažvydo vid. m-kla, Kretingos J. Pabrėžos gimnazija, Raseinių Žemaičio gimnazija, Kauno TU gimnazija ir kt. Reikėtų padėkoti šių mokyklų ir gimnazijų matematikos mokytojams, skatinantiems mokinius domėtis matematika.

Varžybų dalyviams pateikiami uždaviniai nėra sudėtingi. Tuo galima įsitikinti peržvelgus 2002 metų uždavinių sąlygas. Tačiau visus uždavinius pavyksta išspręsti tik nedaugeliui. Pavyzdžiui, 2002 m. IX klasės uždavinius gerai išsprendė 23 mokiniai iš 94 dalyvių (24,46%), X klasės — 34 mokiniai (35,4%), XI klasės — tik 15 mokinių (15,95%), XII klasės — 13 mokinių (14,44%). Bet dar liūdniau, kad net 10–12% mokinių negalėjo išspręsti teisingai nė vieno uždavinio. Matyt, ne visose mokyklose matematikai skiriama pakankamai dėmesio. Aukštųjų mokyklų dėstytojai ypač susirūpinę į universitetus ateinančiais abiturientais, sėkmingai išlaikiusiais matematikos valstybinį egzaminą, bet nesugebančiais atlikti elementarių algebrinių pertvarkių. Reikėtų daugiau dėmesio skirti matematikos vidurinėje mokykloje dėstymui, nes be matematikos žinių negalima bus studijuoti ne tik matematikos, informatikos, bet ir technologinių mokslų. Kaip galima kurti informacinę visuomenę, neturint pakankamai matematikos žinių bei įgūdžių?

<table>
<tr><th>Metai</th><th>Komandų skaičius</th><th>Dalyvių skaičius</th><th>Komandos prizininkės</th><th>Balų skaičius</th></tr>
<tr><td>1999</td><td>22</td><td>273</td><td>1. Šiaulių m.
2. Panevėžio m.
3. Tauragės r.</td><td>104
102
99,5</td></tr>
<tr><td colspan="5">Individualūs nugalėtojai
• Audrius Zankevičius, Tauragės M. Mažvydo vid. m-kla, IX klasė
• Kęstutis Plieskis, Raseinių Žemaičio gimnazija, X klasė
• Justinas Pelenis, Šiaulių J. Janonio gimnazija, XI klasė
• Paulius Drungilas, Kretingos S. Daukanto vid. m-kla, XII klasė</td></tr>
<tr><td>2000</td><td>23</td><td>275</td><td>1. Mažeikių r.
2. Panevėžio m.
3. Šiaulių m.</td><td>118,5
108
101,5</td></tr>
<tr><td colspan="5">Individualūs nugalėtojai
• Paulius Šarka, Kretingos S. Daukanto vid. m-kla, IX klasė
• Karolis Ramanauskas, Klaipėdos „Ąžuolyno" gimnazija, X klasė
• Laima Buzėnaitė, Rokiškio Romuvos vid. m-kla, XI klasė
• Simonas Razminas, Mažeikių Gabijos gimnazija, XII klasė</td></tr>
<tr><td>2001</td><td>26</td><td>395</td><td>1. Panevėžio m.
2. Šiaulių m.
3. Tauragės r.</td><td>181
161
151</td></tr>
<tr><td colspan="5">Individualūs nugalėtojai
• Ignas Budvytis, Panevėžio J. Balčikonio gimnazija, IX klasė
• Daiva Aleknavičiūtė, Panevėžio J. Balčikonio gimnazija, IX klasė
• Giedrius Žilakauskis, Panevėžio J. Balčikonio gimnazija, X klasė
• Simona Sadzevičiūtė, Panevėžio J. Balčikonio gimnazija, XI klasė
• Nijolė Valinskytė, Plungės r. „Saulės" gimnazija, XI klasė
• Mindaugas Siaurys, Panevėžio J. Balčikonio gimnazija, XII klasė
• Andrius Zigmund, Šiaulių „Beržyno" vid. m-kla, XII klasė</td></tr>
<tr><td>2002</td><td>28</td><td>375</td><td>1. Panevėžio m.
2. Kauno m.
3. Kretingos r.</td><td>159
155
144</td></tr>
<tr><td colspan="5">Individualūs nugalėtojai
• Maksimas Solomčiuk, Klaipėdos „Santarvės" vid. m-kla, IX klasė
• Tomas Petrauskas, Klaipėdos „Ąžuolyno" gimnazija, X klasė
• Paulius Šarka, Kretingos J. Pabrėžos gimnazija, X klasė
• Ignas Budvytis, Panevėžio J. Balčikonio gimnazija, X klasė
• Mindaugas Nausėda, Raseinių Žemaičio gimnazija, XI klasė
• Andrius Stankevičius, Kauno TU gimnazija, XI klasė
• Narūnas Vaškevičius, Kauno TU gimnazija, XII klasė</td></tr>
</table>

2002 metų jaunųjų matematikų varžybų uždaviniai

IX klasė



1. Trapecijos $ABCD$ pagrindai $BC = 9\,\text{cm}$, $AD = 12\,\text{cm}$. $BE = 0{,}5EC$. Trapecijos plotas yra $84\,\text{cm}^2$. Apskaičiuokite užbrūkšniuoto keturkampio plotą (žr. pav.).

2. Raskite kintamųjų x ir y ryšį, jei $x = \sqrt{a+1}$, $y = a - 1$ $(a > 1)$. Nubraižykite funkcijos $y = f(x)$ grafiko eskizą.

3. Ant kubo sienų užrašyti šeši skirtingi skaitmenys. Priešingose kubo sienose užrašytų skaičių suma yra ta pati kiekvienai priešingų sienų porai. Ant kubo sienų užrašyti trys skaitmenys: 4, 5, 8. Kokie skaitmenys gali būti užrašyti ant likusių kubo sienų. (Nurodykite visus galimus variantus.)

4. Iš Kauno į Vilnių 8 val. 50 min. išvyko du autobusai. Tuo pačiu metu iš Vilniaus išvažiavo dviratininkas. Vieną autobusą jis sutiko 10 val. 10 min., o kitą — 10 val. 50 min. Atstumas tarp miestų yra 100 km. Vienas autobusas važiavo $1\frac{5}{7}$ karto greičiau negu kitas. Raskite dviratininko greitį.

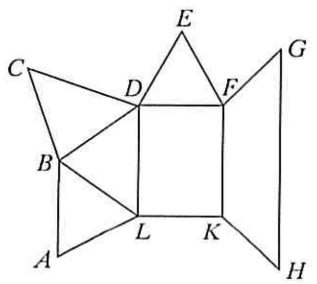
5. Dviženklio skaičiaus ir skaičiaus, užrašomo tais pačiais skaitmenimis, tik atvirkščia tvarka, suma yra sveikojo skaičiaus kvadratas. Raskite visus tokius skaičius.

X klasė

1. Įrodykite, kad
$$\begin{aligned}(1-x)yz + (1-y)x + (1-z)xy + (1-y)(1-z)x &+ \\ + (1-x)(1-y)z + (1-x)(1-z)y &+ \\ + (1-x)(1-y)(1-z) &< 1,\end{aligned}$$
kai $0 < x < 1$, $0 < y < 1$, $0 < z < 1$.

2. Suprastinkite reiškinį
$$A = \left(4\sqrt[3]{1 + 2\sqrt{3} - \sqrt[6]{13 + 4\sqrt{3}}}\right) \cdot \sqrt[3]{\frac{2\sqrt{3} - 1}{11}}.$$

3. Name A gyvena 10 vaikų, name B — 5 vaikai. Atstumas tarp namų yra 600 žingsnių. Kur reikėtų paskirti visų vaikų susirinkimo vietą, kad bendras visų jų žengtų žingsnių skaičius būtų mažiausias?



4. Ar galima įeiti į parką, po vieną kartą apeiti visus takus (žr. pav., sankryžas, plane pažymėtas raidėmis, galima pereiti ne vieną kartą) ir išeiti iš parko? Atsakymą pagrįskite. Jeigu galima, surašykite į eilutę maršrutą žyminčias raides.

5. Taškas C_1 yra trikampio ABC aukštinės CC_1 pagrindas. Nustatykite kampų A ir B priklausomybę, kai $CC_1^2 = C_1A \cdot C_1B$. Trikampis nėra bukasis.

XI klasė

1. Su kuriomis realiomis p reikšmėmis funkcija $y = q - px - \sin^2 5x$ didėja visoje realiųjų skaičių aibėje?

2. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} ay + bx = c, \\ cx + az = b, \\ bz + cy = a, \end{cases} \quad \text{kai } abc \neq 0.$$

3. Įrodykite, kad

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{199} - \frac{1}{200} = \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \cdots + \frac{1}{200}.$$

4. Trikampio ABC kampo B pusiaukampinė yra lygi pusiaukraštinei, nubrėžtai iš viršūnės A. Raskite kraštinę AB, jeigu $AC = \sqrt{3}$ ir $BC = 2$.

5. Raskite keturias skirtingas $\frac{m}{m+1}$ pavidalo trupmenas, kad jų suma būtų lygi natūraliajam skaičiui (m — natūralusis skaičius).

XII klasė

1. Įrodykite, kad trupmeną $\frac{10^n+2}{10^n+8}$, n — natūralusis, galima suprastinti iš 6.

2. Trikampės piramidės pagrindo ir šoninių sienų perimetrai yra lygūs. Kam lygus visas piramidės paviršius, jei pagrindo plotas lygus Q?

3. Išspręskite lygtį

$$x^2 - 2x\sin(xy) + 1 = 0.$$

4. Raskite

$$\lim_{x \to 1} \frac{x + x^2 + \cdots + x^n - n}{x - 1}.$$

5. Raskite tokias a reikšmes, kad sistema

$$\begin{cases} 2^{|x|} + |x| = y + x^2 + a, \\ x^3 + y^3 = 1 \end{cases}$$

turėtų vienintelį sprendinį.