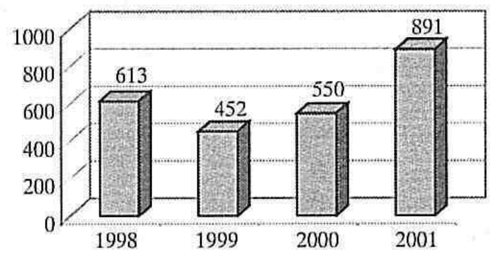
$\alpha + \omega$, 2001, Nr. 3, 74–78

Matematika populiarėja

A. Apynis, E. Stankus (VU), J. Šinkūnas (VPU)
antanas.apynis@maf.vu.lt, eugenijus.stankus@maf.vu.lt,
sinkunas@vpu.lt

1998 metais atsikūrus Lietuvos jaunųjų matematikų mokyklai (LJMM) buvo abejonių, ar ji gyvuos, ar bus moksleivių, norinčių laisvalaikiu spręsti matematikos uždavinius. Jau praėjo treji metai. Išleistos dvi šios mokyklos laidos. Pats laikas pasidalyti mintimis apie jaunųjų matematikų mokyklos vietą matematiniame švietime.

Mokyklos veikla orientuota į moksleivius, turinčius polinkį tiksliesiems mokslams. Tačiau LJMM užduotys verčia pasitempti ir matematikos mokytojus. Juk dažnas moksleivis dėl neaiškumų sprendžiant užduotis pirmiausia kreipiasi į savo mokytoją. Džiugu, kad mokinių, norinčių mokytis mūsų mokykloje, nemažėja. Ypač daug moksleivių stojamosios užduoties sprendimus atsiuntė šiemet — net 891, taigi matematika populiarėja (žr. diagramą). Lentelėje (straipsnio pabaigoje) galima pamatyti, kiek, iš kokių rajonų bei miestų moksleivių mokėsi Lietuvos jaunųjų matematikų mokykloje ir kiek iš jų gavo mokyklos baigimo pažymėjimus.



Mūsų programose nagrinėjamos temos ne tik iš vidurinės mokyklos kurso. Paprastai 2–3 temos iš 8 yra ne iš mokyklinės matematikos. Tokiomis temomis norime išplėsti mokinių matematinį akiratį, siekiame pademonstruoti matematikos taikymo galimybes. Jaunųjų matematikų mokyklos užduotis rengia įvairių Lietuvos universitetų dėstytojai, gimnazijų mokytojai. Taigi LJMM veikloje sėkmingai bendradarbiauja ir universitetų dėstytojai, ir vidurinių mokyklų mokytojai. To dažnai buvo pasigendama anksčiau. Norėtųsi visiems mūsų autoriams nuoširdžiai padėkoti už šį darbą. Tikimės, kad laikui bėgant užduočių rengėjų ratas ne mažės, bet didės, nors parengti užduotį ir nėra lengva. Čia darbo pakanka ir tarybai, kuri siekia išlaikyti panašų kiekvienos užduoties stilių bei struktūrą. Kaip mums visiems sekasi, galima pamatyti pavarčius šį žurnalą, nes tikriausiai kiekviename numeryje rasite LJMM užduočių arba metodinių rašinių viena ar kita mūsų programoje numatyta tema.

Turime paminėti ir kitą Lietuvos jaunųjų matematikų mokyklos darbo barą — užduočių sprendimų tikrinimą. Čia LJMM tarybai labai padeda Vilniaus universiteto, Vilniaus pedagoginio universiteto studentai bei įvairių Vilniaus mokyklų mokytojai. Studentai — būsimieji pedagogai turi gerą progą pasijusti mokytojo kailyje, kuriam darbų tikrinimas yra nemaža darbo dalis. Kita vertus, uždavinių sprendimų analizė yra vienas iš metodinio rengimo būdų — studentai stebi ne tik įvairias klaidas, bet ir mokosi jas įvertinti. To tikrai prireiks dirbant pedagoginį darbą.

Tikimės, kad visų mūsų — moksleivių, studentų, mokytojų, dėstytojų pastangomis Lietuvos jaunųjų matematikų mokykla gyvuos ir toliau, skatindama domėtis matematika.

Įdedame dar neskelbtas šiame žurnale antro kurso penktą ir šeštą bei pirmo kurso pirmą užduotis.

II kursas

Penktoji 2000–2002 m. m. užduotis. Plokščių figūrų plotai

Parengė VPU doc. J. Šinkūnas

1. Ant stačiojo trikampio, kurio statiniai lygūs a ir b, visų kraštinių į trikampio išorę nubrėžti kvadratai. Kvadratų viršūnės, nesutampančios su trikampio viršūnėmis, nuosekliai sujungtos atkarpomis. Raskite gautojo šešiakampio plotą. Apskaičiuokite šešiakampio plotą, kai $a = 5\,\text{cm}$, $b = 12\,\text{cm}$.

2. Per trikampio ABC kraštinės AC tašką D nubrėžtos tiesės, lygiagrečios su kraštinėmis AB ir BC. Jos kerta trikampio kraštines BC ir AB atitinkamai taškuose E ir F. Raskite lygiagretainio $DFBE$ plotą, jeigu trikampių AFD ir DEC plotai lygūs S_1 ir S_2.

3. Trikampyje ABC, kurio kraštinės $AB = c$, $BC = a$, $AC = b$, nubrėžtos kampų A ir C pusiaukampinės AD ir CE. Raskite trikampių ABC ir AED plotų santykį. Apskaičiuokite šį santykį, kai $a = 20\,\text{cm}$, $b = 28\,\text{cm}$, $c = 21\,\text{cm}$.

4. Taškai E, F, G ir H yra atitinkamai lygiagretainio $ABCD$ kraštinių AB, BC, CD ir DA vidurio taškai. Raskite figūros, apribotos tiesėmis AF, BG, CH ir DE, plotą, jeigu lygiagretainio $ABCD$ plotas lygus S.

5. Į lygiašonę trapeciją, kurios kampas prie pagrindo lygus 60°, įbrėžtas apskritimas. Kokiu santykiu tiesė, jungianti trapecijos šoninių kraštinių lietimosi su apskritimu taškus, dalija trapecijos plotą?

6. Apie statųjį trikampį apibrėžto ir į jį įbrėžto apskritimų spindulių santykis yra 5 : 2. Raskite trikampio plotą, jeigu vieno statinio ilgis lygus a.

7. Lygiagretainio $ABCD$ įstrižainė AC lygi 78 cm, o BD — 50 cm. 1) Raskite lygiagretainio kraštines, jeigu jo plotas lygus $1680\,\text{cm}^2$; 2) Įsitikinkite, kad trikampis AOD yra Herono trikampis. Raskite du Pitagoro trikampius, iš kurių galima sudėti trikampį AOD.

8. Nubraižykite $5\,\text{cm} \times 6\,\text{cm}$ stačiakampį ir jį padalykite į dalis, iš kurių būtų galima sudėti tokio pat ploto kvadratą.

   Nurodymas. Pirmiausia stačiakampį padalykite į tokias dalis, iš kurių būtų galima sudėti lygiaplotį lygiagretainį, turintį vieną kraštinę, lygią kvadrato kraštinei. Kvadrato kraštinė yra stačiakampio kraštinių geometrinis vidurkis.

9. Nubraižykite bet kokį trikampį ABC. Ilgiausioje kraštinėje AB pažymėkite tašką D. Per šį tašką nubrėžkite dvi tieses, kurios trikampio plotą dalytų į 3 lygiaplotes dalis. Išnagrinėkite atvejus: a) $AD = \frac{1}{3}AB$; b) $AD = \frac{1}{2}AB$; c) $AD < \frac{1}{3}AB$; d) $\frac{1}{3}AB < AD < \frac{2}{3}AB$.

10. Trys gyvenvietės A, B ir C sujungtos tiesiais keliais (atkarpomis AB, BC, ir AC). Prie kelio atkarpos AB glaudžiasi kvadratinis laukas su kraštine $\frac{1}{2}AB$, prie kelio atkarpos BC glaudžiasi kvadratinis laukas su kraštine BC, o prie kelio atkarpos AC — stačiakampio formos miškas. Raskite miško plotą, jeigu jo ilgis lygus AC, plotis yra 4 km ir jo plotas $20\,\text{km}^2$ didesnis už abiejų laukų plotų sumą.

    Nurodymas. Remkitės trikampio nelygybe $b \leqslant a + c$.

II kursas
Šeštoji 2000–2002 m. m užduotis. Iracionaliosios lygtys ir nelygybės

Parengė Vilniaus Gabijos gimnazijos matematikos mokytoja metodininkė S. Stakniené

1. Įrodykite, kad lygtis $(x+1)(5-x)(\sqrt{x-8}+2)=4$ sprendinių neturi.

Išspręskite lygtis:

2. $\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{2x-3}=\sqrt[3]{12(x-1)}$.

3. $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}}+\sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}}=1$.

4. $\left(1+\frac{9}{x}\right)^{\frac{1}{2}}+4\left(\frac{x}{x+9}\right)^{\frac{1}{2}}=4$.

5. Raskite a, b, c reikšmes, su kuriomis lygtis $\sqrt{x+a\sqrt{x}+b}+\sqrt{x}=c$ turi be galo daug sprendinių.

6. Įrodykite, kad nelygybė $\sqrt{\sqrt{x+1}}+\sqrt{\sqrt{x+1}+3}<\sqrt{2\sqrt{x+1}+2}$ sprendinių neturi.

Išspręskite nelygybes:

7. $\sqrt{5x^2+10x+1}\geqslant 7-x^2-2x$.

8. $\sqrt[3]{\frac{3}{x+1}+\frac{7}{x+2}}<\sqrt[3]{\frac{6}{x-1}}$.

9. $\sqrt{2x-1}+\sqrt{3x-2}<\sqrt{4x-3}+\sqrt{5x-4}$.

10. $\frac{\sqrt{2-x}+4x-3}{x}\geqslant 2$.

I kursas
Pirmoji 2001–2003 m. m. užduotis. Skaičiavimo sistemos

Parengė VU doc. G. Stepanauskas

1. Trupmenas $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{4}{11}$, $\frac{7}{17}$, $\frac{47}{60}$ užrašykite vienetinių (egiptiečių) trupmenų suma. Pateikite bent po du skirtingus užrašymo būdus.

2. Vietoje raidžių R, G, E ir I įrašykite jas atitinkančius skaičius ir baikite pildyti lentelę.

Indų-arabų skaičiavimo sistemoje	Romėnų skaičiavimo sistemoje	Graikų skaičiavimo sistemoje	Egiptiečių skaičiavimo sistemoje
	R		
		G	
			E
I			

$R=MMMMDCCCLXXIII$,
$G=\alpha''\gamma M\gamma'\rho\upsilon\delta$,
$E=$ 𓆼𓍢𓍢𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺,
$I=482$.

3. Keturženklio skaičiaus skaitmenų suma yra 10. Sukeitę pirmąjį ir paskutinį skaitmenis vietomis, gauname naują 2997 vienetais didesnį skaičių. Sukeitus du vidurinius pradinio skaičiaus skaitmenis, gautas skaičius būtų 90 vienetų didesnis. Šio paskutinio padidinto skaičiaus ir pradinio skaičiaus suma yra lygi 2558. Raskite pradinį skaičių.

4. Dešimtainės sistemos skaičių 99 užrašykite dvejetainės, penketainės, aštuntainės ir dvyliktainės sistemos skaičiais.

5. Skaičius 100101_2, 34101_5, 7301_8, $34E01_{12}$ užrašykite dešimtainės sistemos skaičiais.

6. Išspręskite lygtis:
a) $23_{12} = 43_x$; b) $37_8 = x_5$; c) $x_{12} = 100010_2$.

7. Sudarykite aštuntainės sistemos sudėties ir daugybos lenteles.

8. a) Naudodamiesi 7-ame uždavinyje sudarytomis lentelėmis sudėkite:

$$+\begin{array}{r} 365_8 \\ 4071_8 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 245_8 \\ +\ 345_8 \\ 466_8 \\ \hline \end{array}$$

b) Naudodamiesi 7-ame uždavinyje sudarytomis lentelėmis sudauginkite:

$$\times\begin{array}{r} 212_8 \\ 43_8 \\ \hline \end{array} \qquad \times\begin{array}{r} 6073_8 \\ 56_8 \\ \hline \end{array}$$

9. Yra žinoma dalumo taisyklė: dešimtainės sistemos skaičius dalijasi iš 9 tada ir tik tada, kai jo skaitmenų suma dalijasi iš 9. Įrodykite šios taisyklės analogą trejetainėje sistemoje: trejetainės sistemos skaičius dalijasi iš 2 tada ir tik tada, kai šio skaičiaus trejetainių skaitmenų suma dalijasi iš 2. Apibendrinkite šią taisyklę n-tainei sistemai.

10. Trijose kortelėse A, B, C surašyti skaičiai nuo 1 iki 7:

$$\begin{array}{ccc} \boxed{\begin{array}{cc} 6 & 4 \\ 7 & 5 \end{array}} & \boxed{\begin{array}{cc} 6 & 2 \\ 7 & 3 \end{array}} & \boxed{\begin{array}{cc} 5 & 1 \\ 7 & 3 \end{array}} \\ \text{A} & \text{B} & \text{C} \end{array}$$

Kai kurie iš skaičių kartojasi po kelis kartus. Sugalvoję bet kokį skaičių nuo 1 iki 7, o po to sudėję tų kortelių, kuriose mūsų sugalvotas skaičius užrašytas, viršutinio dešiniojo kampo skaičius, gauname sugalvotąjį skaičių. Pavyzdžiui, 6 yra užrašytas kortelėse A ir B. Viršutiniai dešinieji šių kortelių skaičiai yra 4 ir 2. Juos sudėję ir gauname 6.

Surašykite skaičius nuo 1 iki 15 ant keturių kortelių (skaičiai gali kartotis) taip, kad pasirinkę bet kokį skaičių nuo 1 iki 15 ir sudėję tų kortelių, ant kurių pasirinktasis skaičius užrašytas, viršutinių dešiniųjų kampų skaičius gautumėte pasirinktą skaičių.

LIETUVOS JAUNŲJŲ MATEMATIKŲ MOKYKLOS GEOGRAFIJA

		1998–2000 m. m.		1999–2001 m. m.		2000 m.	2001 m.	Iš viso	
		įstojo	baigė	įstojo	baigė	įstojo	įstojo	įstojo	baigė
1	Akmenės r.	1				1	4	6	0
2	Alytaus r.			3		1	1	5	0
3	Anykščių r.	3		3	2	7	14	27	2
4	Biržų r.			12		1	5	18	0
5	Ignalinos r.			3	1	3		6	1
6	Jonavos r.	6	2	4		12	7	29	2
7	Joniškio r.	2	2	2	1		2	6	3
8	Jurbarko r.	5		16	7	5	30	56	7
9	Kaišiadorių r.	4	2	11		12	12	39	2
10	Kauno r.	20	12	24	21	20	30	94	33
11	Kėdainių r.	25	10	10	2	6	7	48	12
12	Kelmės r.	3	1	6	2	2	2	13	3
13	Klaipėdos r.	2	2	5	2	2		9	4
14	Kretingos r.	9	3	4	4	4	18	35	7
15	Kupiškio r.	7	5	8	3	6	6	27	8
16	Marijampolės r.			1			5	6	0
17	Mažeikių r.	37	10	14	6	12	24	87	16
18	Molėtų r.			3	3	7	9	19	3
19	Pakruojo r.	13		2				15	0
20	Panevėžio r.							0	0
21	Pasvalio r.	6	6	5		25	20	56	6
22	Plungės r.	19	16	3	2	19	11	52	18
23	Prienų r.	9	4	3	3	6	2	20	7
24	Radviliškio r.	18	10			32	18	68	10
25	Raseinių r.	16				3	21	40	0
26	Rokiškio r.	26	11	8	4	7	10	51	15
27	Skuodo r.	3	3	1			12	16	3
28	Šakių r.	23	13	8	5	10	4	45	18
29	Šalčininkų r.			16	6	9	17	42	6
30	Šiaulių r.	14	6	4	4	22	17	57	10
31	Šilalės r.			5			4	9	0
32	Šilutės r.	3	2	6	5	5	11	25	7
33	Širvintų r.			17	3		15	32	3
34	Švenčionių r.	4	3	8	1	15	6	33	4
35	Tauragės r.	2	2				10	12	2
36	Telšių r.	1				6	1	8	0
37	Trakų r.	1		7	2	7	10	25	2
38	Ukmergės r.	13	10	26	16	25	14	78	26
39	Utenos r.	25	6	10	5	5	24	64	11
40	Varėnos r.	6	4					6	4
41	Vilkaviškio r.	11	4	3		7	4	25	4
42	Vilniaus r.			8	1	2	5	15	1
43	Zarasų r.	3	3	5		1	11	20	3
44	Elektrėnų sav.						16	16	0
45	Rietavo sav.						14	14	0
46	Alytus	42	20	6	3	17	18	83	23
47	Druskininkai	3					4	7	0
48	Kaunas	54	12	44	24	59	56	213	36
49	Klaipėda	20	9	8	6	72	52	152	15
50	Marijampolė	6	6			10	3	19	6
51	Palanga	3				1	5	9	0
52	Panevėžys	16	8	40	27	36	74	166	35
53	Šiauliai	14	2	1	1		5	20	3
54	Vilnius	88	11	49	35	44	215	396	46
55	Visaginas	27	9	30	9	4	6	67	18
	Iš viso	613	229	452	216	550	891	2506	445