$\alpha + \omega$, 2001, Nr. 3, 35

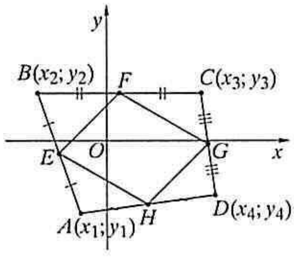
Uždavinys apie keturkampį

Lucija Nadtočij

Su IX klasės moksleiviais nagrinėdami temas „Atstumas tarp dviejų taškų. Atkarpos vidurio taško koordinatės“, sprendėme 2001 metų valstybinio brandos egzamino pagrindinės sesijos 18 užduotį.

18. 1. Įrodykite teiginį „Paeiliui sujungę iškilojo keturkampio kraštinių vidurio taškus gauname lygiagretainį“ (3 taškai).
2. Ar teisingas teiginys neiškilajam keturkampiui? Atsakymą pagrįskite (2 taškai).

Sprendimas. 1. Įveskime plokštumoje stačiakampę koordinačių sistemą. Nubraižykime iškiląjį keturkampį $ABCD$. Jo viršūnių koordinates pažymėkime $A(x_1;\, y_1)$, $B(x_2;\, y_2)$, $C(x_3;\, y_3)$, $D(x_4;\, y_4)$. Jei E yra kraštinės AB vidurio taškas, F — kraštinės BC vidurio taškas, G — kraštinės CD vidurio taškas, H — kraštinės AD vidurio taškas, tai $E(\frac{x_1+x_2}{2};\, \frac{y_1+y_2}{2})$, $F(\frac{x_2+x_3}{2};\, \frac{y_2+y_3}{2})$, $G(\frac{x_3+x_4}{2};\, \frac{y_3+y_4}{2})$, $H(\frac{x_1+x_4}{2};\, \frac{y_1+y_4}{2})$.

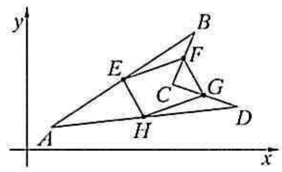


Raskime keturkampio $EFGH$ kraštinių ilgius:

$$EF = \sqrt{\left(\tfrac{x_2+x_3}{2} - \tfrac{x_1+x_2}{2}\right)^2 + \left(\tfrac{y_2+y_3}{2} - \tfrac{y_1+y_2}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\tfrac{x_3-x_1}{2}\right)^2 + \left(\tfrac{y_3-y_1}{2}\right)^2};$$
$$FG = \sqrt{\left(\tfrac{x_3+x_4}{2} - \tfrac{x_2+x_3}{2}\right)^2 + \left(\tfrac{y_3+y_4}{2} - \tfrac{y_2+y_3}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\tfrac{x_4-x_2}{2}\right)^2 + \left(\tfrac{y_4-y_2}{2}\right)^2};$$
$$GH = \sqrt{\left(\tfrac{x_1+x_4}{2} - \tfrac{x_3+x_4}{2}\right)^2 + \left(\tfrac{y_1+y_4}{2} - \tfrac{y_3+y_4}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\tfrac{x_1-x_3}{2}\right)^2 + \left(\tfrac{y_1-y_3}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\tfrac{x_3-x_1}{2}\right)^2 + \left(\tfrac{y_3-y_1}{2}\right)^2};$$
$$EH = \sqrt{\left(\tfrac{x_1+x_4}{2} - \tfrac{x_1+x_2}{2}\right)^2 + \left(\tfrac{y_1+y_4}{2} - \tfrac{y_1+y_2}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\tfrac{x_4-x_2}{2}\right)^2 + \left(\tfrac{y_4-y_2}{2}\right)^2}.$$

Matome, kad $EF = GH$ ir $FG = EH$, todėl keturkampis $EFGH$ — lygiagretainis.

2. Atlikę analogiškus veiksmus neiškilojo keturkampio atveju, gauname, kad keturkampio $EFGH$ priešingos kraštinės lygios ($EFGH$ — lygiagretainis). Taigi teiginys „Paeiliui sujungę keturkampio kraštinių vidurio taškus gauname lygiagretainį“ teisingas bet kokiam keturkampiui.



Teko matyti egzamino vertinimo instrukciją. Joje toks sprendimo būdas nenumatytas. Kaip būtų įvertintas toks sprendimas?

$\alpha + \omega$ redaktorių nuomonė. Be jokios abejonės, toks sprendimas būtų įvertintas didžiausiu skaičiumi taškų. Instrukcijos nėra visų teisingų sprendimų sąvadas. Jos padeda vertintojams vienodai vertinti tipinius sprendimus, ypač — klaidas. Tačiau joks vertintojas, suradęs teisingą originalų sprendimą, nevartys instrukcijos. Parašys didžiausią skaičių taškų ir galbūt pagailės, kad negali parašyti daugiau!