

Petite Chronologie des MATHÉMATIQUES

Mažoji matematikos chronologija



Serge Mehl

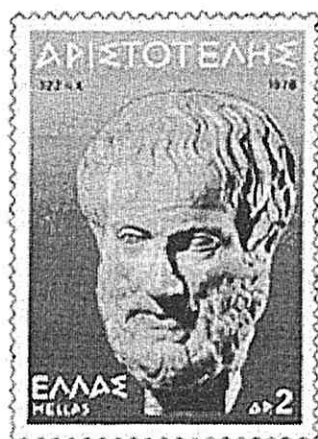
„Matematikos mažosios chronologijos“ svetainė — matematikos dėstytojo Serge Mehl dešimties metų darbas, nuolat atnaujinamas ir tobulinamas. Mokantiems prancūzų kalbą matematikos gerbėjams tikrai verta apsilankyti! Joje rasite ne tik matematikų biografijų bei kitų matematikos istorijos tekstų, tačiau ir uždavinių bei skaičiavimo programų. Autorius leido mūsų žurnalui pasinaudoti jo svetainės medžiaga. Prieš jūsų akis skyriaus „Prieš Euklidą“ pagrindinis puslapis ir keleto straipsnių vertimai. Svetainės adresas: <http://perso.wandoo.fr/szmehl>

Prieš Euklidą

Aritmetikos ir geometrijos pagrindai

Matematikai

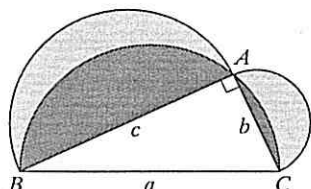
1. Archimedas
2. Talis Miletietis
3. Pitagoras Samosietis
4. Zenonas Elėjietis
5. Demokritas
6. Hipijus Elėjietis
7. Hipokratas Chiosietis
8. Metonas
9. Kalipas
10. Architas Tarentietis
11. Platonas
12. Teetetas Atėnietis
13. Eudoksas Knidietis
14. Aristotelis
15. Menechmas
16. Dinostratas
17. Aristarchas Samietis



Straipsniai

1. Babilonas
2. Egiptas
3. Antikinė Graikija
4. Neteisingos padėties metodas
5. Numeracija
6. Pitagoro trejetai
7. Pentagrama
8. Tobulieji skaičiai
9. Taisyklingieji briaunainiai
10. $\sqrt{n}$ konstrukcija
11. Kubo padvigubinimas
12. Žemės spindulys
13. Atstumas iki Mėnulio
14. Hipokrato mėnuliukai
15. Kubo padvigubinimas pagal Menechmą
16. Skritulio kvadratura
17. Kampo trisekcija
18. Trisekcija pagal Archimedą
19. Archimedo kūnai
20. Karštieji veidrodžiai
21. Kvadratisė ir trisekcija
22. Euklido algoritmas
23. Toro pjūviai

Hipokratas Chiosietis gimė apie 450 m. pr. Kr.



Jis buvo laivų savininkas ir atvyko į Atėnus atgauti vieną iš muitininkų konfiskuotų laivų. Tačiau susitikęs su garsiais to meto filosofais ir matematikais, pats tapo matematiku. (Nepainiokite jo su žymiuoju graikų gydytoju Hipokratu (gyv. apie 400 m. pr. Kr.), jo vardu vadinamą priesaiką duoda savo veiklos pradžioje visi gydytojai.)

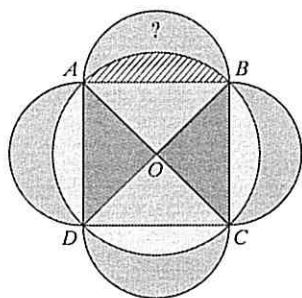
Matematikoje žinomi Hipokrato „mėnuliai“, t. y. plokštumos figūros, apribotos skirtingų spindulių apskritimų lankais. Nagrinėdamas šiuos mėnulių, Hipokratas bandė išspręsti skritulio kvadraturės uždavinį. Šis uždavinys reikalauja skriestuvu ir liniuote nubraižyti kvadratą, lygiaplotį su duotuoju skrituliu. 1837 metais Wantzelis įrodė, kad to padaryti neįmanoma.

Tegu ABC — statusis trikampis. Nubraižykime pusapskritimus, kurių skersmenys yra BC , AB ir AC . Tada gauname į statinius atsiėmusius Hipokrato mėnulių (figūras tarp dviejų apskritimų lankų).

Šių mėnulių plotų suma lygi stačiojo trikampio ABC plotui. Iš tikrųjų, pažymėję $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$ ir pasinaudoję Pitagoro teorema $a^2 = b^2 + c^2$, gauname, kad mėnulių plotų suma

$$\frac{\pi b^2}{8} + \frac{\pi c^2}{8} - \left(\frac{\pi a^2}{8} - \frac{bc}{2} \right) = \frac{bc}{2} = S_{\triangle ABC}.$$

Hipokrato mėnuliukai



Nubraižykite kvadratą $ABCD$, išveskite jo įstrižaines AC ir BD , kurių susikirtimo tašką pažymėkite O . Apibrėžkite apie kvadratą apskritimą (jo centras yra taške O). Ant kvadrato kraštinės AB , kaip skersmens, nubraižykite pusapskritimą, esantį kvadrato išorėje. Tokius pusapskritimus nubraižykite ir ant kitų kvadrato kraštinių.

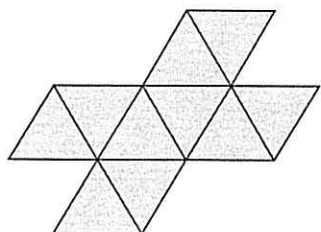
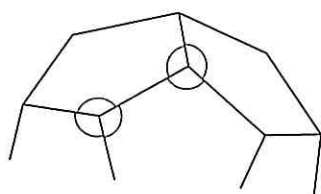
Įrodykite, kad pažymėto klausuko mėnulio plotas lygus trikampio AOB plotui. Taigi kvadrato plotas lygus keturių ant jo kraštinių nubraižytų mėnulių plotų sumai.

Teetetas Atėnietis 415 (?)–370 (?) m. pr. Kr.

Šiek tiek žinių apie šį matematiką suteikė Platonas. Teetetui (neopitagoriečiui) priskiriami darbai apie iracionalumą, erdvės geometriją, taisyklingų briaunainių studija. Taisyklinguosius briaunainius vėliau tyrinėjo Platonas, Euklidas, o naujaisiais laikais — Kepleris, Oileris, Dekartas, Koši ir Puanso.

Taisyklingieji briaunainiai

Prisiminkime, kad briaunainis (arba poliedras, *poli* — daug, gr. *hedra* — siena) yra erdvės kūnas, kurio visos sienos — daugiakampiai. Šių daugiakampių kraštinės vadinamos briaunainio briaunomis. Prizmė bei piramidė yra briaunainiai. Briaunainis vadinamas



iškiluoju, jeigu bet kurią jo sieną pratęsus iki plokštumos, briaunainis lieka vienoje tos plokštumos pusėje. Taisyklingieji briaunainiai yra taisyklingųjų daugiakampių analogai erdvėje. Taisyklingųjų briaunainių visos sienos yra lygūs taisyklingieji daugiakampiai ir visi erdviniai šių briaunainių kampai yra lygūs.

Briaunainis, kurio išklotinė yra pavaizduota brėžinyje, nėra taisyklingasis, nors visos jo sienos yra taisyklingieji trikampiai. Šį briaunainį galime įsivaizduoti sudarytą iš dviejų vienodų piramidžių, kurių pagrindai yra penkiakampiai.

Panagrinėkime taisyklinguosius briaunainius. Pažymėkime x — briaunainio briaunų, sudarančių erdvinį kampą, skaičių, y — vienos briaunainio sienos kraštinių skaičių. Pavyzdžiui, dodekaedro sienos yra taisyklingi penkiakampiai, o kiekvieną erdvinį kampą sudaro susikirsdomos trys briaunos, taigi $x = 3$, $y = 5$.

Tegu F yra briaunainio sienų, o A — briaunų skaičius. Susumavę visų sienų kraštinių skaičius (su pasikartojimais), gauname yF , tačiau kiekviena briauna priklauso lygiai dviem sienoms, taigi skaičius yF yra dvigubai didesnis už briaunainio briaunų skaičių, t. y. $yF = 2A$. Tegu dabar S — briaunainio viršūnių skaičius. Paeiliui apeidami vieną viršūnę po kitos ir skaičiuodami briaunas, gauname xS briaunų, tačiau kiekviena briauna jungia dvi viršūnes, todėl skaičius xS yra dvigubai didesnis už briaunų skaičių A , t. y. $xS = 2A$. Vadinasi, $yF = xS = 2A$. Pasinaudokime Oilerio lygybe $S - A + F = 2$, kuri teisinga visiems iškiliesiems briaunainiams. Įstatę į šią lygybę $S = \frac{yF}{x}$, $A = \frac{yF}{2}$ ir atlikę pertvarkius, gauname

$$2y + 2x - xy = 4x/F.$$

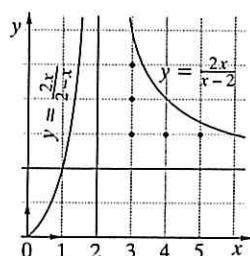
Iš šios lygybės gauname tokią būtiną taisyklingojo briaunainio su x briaunų ir y vienos sienos kraštinių skaičiumi egzistavimo sąlygą:

$$4x > 2y + 2x - xy, \quad 2y + 2x - xy > 0.$$

Kadangi skaičiai x ir y yra natūralieji ir didesni už du, tai šią sąlygą galima perrašyti taip:

$$y < \frac{2x}{x-2}.$$

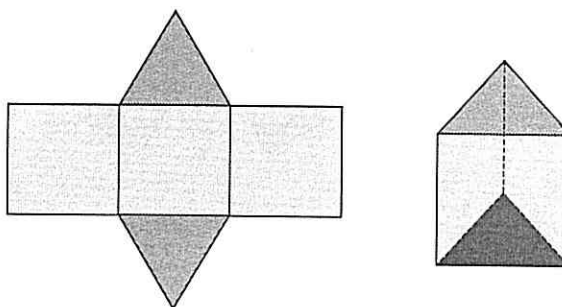
Dabar jau nebesunku nustatyti, kad šią nelygybę tenkina tik penkios natūraliųjų skaičių poros (žr. brėžinį). Jas atitinkantys taisyklingieji briaunainiai iš tikrųjų egzistuoja. Tai vadinamieji Platono kūnai.



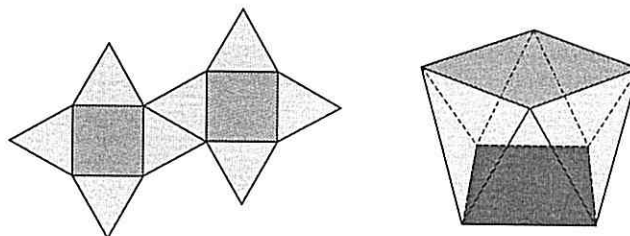
x	y	S	F	A	Pavadinimas
3	3	4	4	6	Tetraedras
4	3	6	8	12	Oктаedras
5	3	12	20	30	Ikosaedras
3	4	8	6	12	Kubas
3	5	20	12	30	Dodekaedras

kurių pagrindai yra taisyklingieji daugiakampiai, o šoninės sienos — lygiakraščiai trikampiai. Paprasčiausios antiprizmės pavyzdys — briaunainis, kurio pagrindai yra kvadratai, o šoninės sienos — lygiakraščiai trikampiai.

Prizmė:



Antiprizmė:

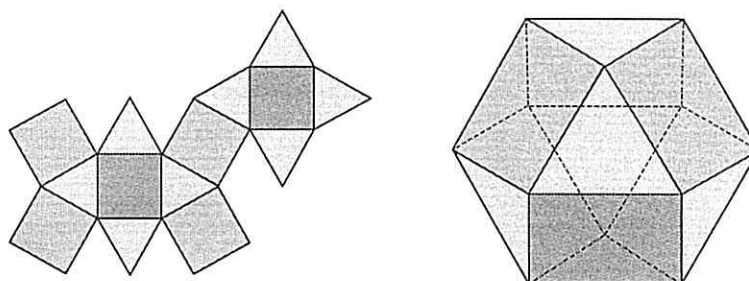


Neskaitant prizmių ir antiprizmių, iš viso tokių briaunainių yra 13.

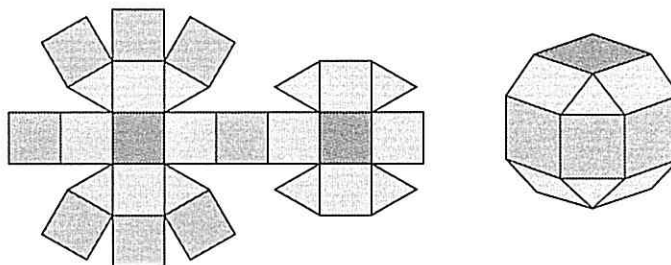
Trylika Archimedo kūnų

Pavadinimas	Sienų skaičius	Sienų rūšys
Nupjautas tetraedras	8	4 trikampiai, 4 šešiakampiai
Kubooktaedras	14	6 kvadratai, 8 trikampiai
Nupjautas kubas	14	6 aštuonkampiai, 8 trikampiai
Nupjautas oktaedras	14	8 šešiakampiai, 6 kvadratai
Mažasis rombokubooktaedras	26	18 kvadratų, 8 trikampiai
Didysis rombokubooktaedras	26	6 aštuonkampiai, 8 šešiakampiai, 12 kvadratų
Nupjautas dodekaedras	32	12 dešimtkampių, 20 trikampių
Ikosododekaedras	32	12 penkiakampių, 20 trikampių
Nupjautas ikosaedras	32	12 penkiakampių, 20 šešiakampių
Bukanosis kubas	38	6 kvadratai, 32 trikampiai
Mažasis romboikosododekaedras	62	12 penkiakampių, 30 kvadratų, 20 trikampių
Didysis romboikosododekaedras	62	12 dešimtkampių, 20 šešiakampių, 30 kvadratų
Bukanosis dodekaedras	92	12 penkiakampių, 80 trikampių

Nesunku sukonstruoti kubooktaedrą: tai Archimedo kūnas, turintis šešias sienas, kurios yra kvadratai, ir aštuonias, kurios yra lygiakraščiai trikampiai:



Rombokubooktaedras yra labai gražus briaunainis (jis iš viso turi $6 \cdot 3 + 8 = 26$ sienas). Piešinyje parodyta jo išsklotinė ir pats kūnas:



Lošimuose naudojamas kauliukas yra panašus į Archimedo kūną — nupjautą kubą. Jis sudarytas iš šešių taisyklingų aštuonkampių ir aštuonių taisyklingų trikampių.

