$\alpha + \omega$, 2001, Nr. 1, 48–52

Devintokų matematikos vadovėlį pasklaidžius...

Ričardas Kudžma
ricardas.kudzma@maf.vu.lt

Autorius — VU Matematikos ir informatikos fakulteto Matematikos metodikos katedros docentas — straipsnyje nagrinėja keletą naujo matematikos vadovėlio devintokams skyrių. Išvados skatina susimąstyti, ar neišnyksta matematikos esmė, kai pernelyg pasikliaujame teiginių iliustravimu, užuot juos griežtai įrodinėję.

Malonu, kad pradeda atsirasti lietuvių autorių rašyti matematikos vadovėliai. Gaila, kad tai tik pirmieji lietuviški mokykliniai vadovėliai. Nerealu tikėtis, kad jie būtų idealūs. Man jau teko Matematikos mokytojų asociacijos konferencijoje (2001 m. sausį) pareikšti keletą pastabų dėl IX klasės matematikos vadovėlio (žr. *Matematika* 9. I *dalis*, TEV, Vilnius, 2000). Už suteiktą galimybę nuoširdžiai dėkoju asociacijos prezidentei p. O. Jablonskienei. Toje konferencijoje buvo pastebėta, kad stokojama recenzijų ir naujų leidinių kritikos. Tai mane padrąsino parašyti šį straipsnelį. Aš neanalizuosiu viso vadovėlio, bet tik porą skyrių apie tiesines funkcijas ir tiesinių lygčių sistemas. Nekelsiu ir tikslo išvardyti visas klaidas bei netikslumus, kuriuos radau tuose skyriuose. Iš pradžių pakomentuosiu keletą, mano nuomone, charakteringų klaidų, o vėliau detaliau panagrinėsiu vieną 26 puslapį.

1. Kai kurių klaidų analizė

Pirmojo skyriaus apie tiesines funkcijas ir jų grafikus esmė — susieti algebrą su geometrija. Algebros kalba — tai formulių ir simbolių kalba. Ji sausa, formali, gal net nuobodoka. Geometrijos — brėžinių, figūrų kalba įtaigesnė, labiau veikia mūsų vaizduotę, žadina mintį, geriau prisimenama. Šių kalbų ryšys yra fundamentalus. Raktą jam suprasti davė didis prancūzų matematikas ir filosofas Rene Dekartas — taškui plokštumoje priskiriama skaičių pora $(x; y)$, ir atvirkščiai. Tačiau algebrą siejant su geometrija, reikia labai griežtai atskirti, kas priklauso algebrai, o kas — geometrijai.

Galima pasakyti ir bendriau. Gamta yra taip sutvarkyta, kad žmogus pagauna ir suvokia tik skirtumus. Norėdami suprasti tekstą, jame turime rasti mažiausiai du skirtingus terminus — objektus. Jie neturi būti visiškai skirtingi, bet turi būti kuo nors panašūs. Jų ryšys sudaro teksto prasmę. Tai semiotikos aksiomos. Semiotikos mokslą plėtojo iškilus lietuvis Algirdas Julius Greimas (1917–1992). Jo sukurta teorija padeda analizuoti tekstus ir išsiaiškinti, kaip kuriama jų prasmė. Galima suformuluoti dviejų rūšių klaidas, kurios atsiranda pažeidus pirmąsias semiotikos aksiomas:

a) nėra atskirti du skirtingi dalykai,
b) atskirti du dalykai, bet jie nėra reikiamai susieti.

Tikiuosi, kad ši trumpa įžangėlė padės geriau suprasti pastabų esmę.

1.1. Skaitykime 15 puslapį:

> Žemiau pavaizduotų funkcijų grafikai yra simetriški y ašies atžvilgiu. (Pateikiami trys grafikai.)
>
> Jeigu kiekvieną grafiką lenktume taip, kad lenkimo linija sutaptų su y ašimi, tai grafiko dalys, atitinkančios teigiamas ir neigiamas argumento reikšmes, sutaptų. Jeigu taškas $M(a; b)$ priklauso grafikui, tai

ir jam simetriškas ordinačių ašies atžvilgiu taškas $M_1(-a; b)$ taip pat priklauso grafikui. Tokios funkcijos vadinamos *lyginėmis*.

... Funkcija $y = f(x)$ vadinama *lygine*, jei visiems x, priklausantiems funkcijos apibrėžimo sričiai, yra teisinga lygybė $f(-x) = f(x)$.

Turime du skirtingus dalykus: grafiko simetriškumą (geometrinę savybę) ir funkcinį sąryšį $f(-x) = f(x)$ (algebrinę savybę). Autoriai kelia tikslą: kaip geometrinę savybę išreikšti algebriškai. Dėstymo pradžia yra nuosekli, bet pabaigoje pritrūksta vieno žingsnio — reikia tašką $M(a; b)$ susieti su $(x; f(x))$. Kad tai galėtume padaryti, reikia aiškiai pasakyti, kad funkcijos grafiką sudaro taškų $(x; f(x))$ visuma. Šis apibrėžimas pateiktas skyrelio pabaigoje, bet nėra reikalingo žymėjimo, be kurio, mano nuomone, negalima pradėto samprotavimo sėkmingai užbaigti.

Rezultatas — vadovėlyje pateikti du skirtingi lyginės funkcijos apibrėžimai, kurių ekvivalentiškumas nėra įrodytas. Čia geometrija nuo algebros yra atskirta, bet susiejimas neužbaigtas. Todėl vietoje apibrėžimo ir teiginio atsiranda du apibrėžimai.

Visos pastabos tinka ir nelyginėms funkcijoms, tik ten truputį blogiau — tekstas nevisiškai atitinka brėžinius. Paminėtas netikslumas nėra didelis. Jį privalėtų ištaisyti kiekvienas kvalifikuotas mokytojas, bet vaikui, skaitančiam vadovėlį, turėtų kilti neaiškumų.

1.2. Verskime vieną puslapį:

Funkcija, apibrėžta natūraliųjų skaičių aibėje, vadinama seka.

PAVYZDYS. Panagrinėkime nelyginių skaičių seką: $1, 3, 5, \ldots$.

Pirmuoju sakiniu apibrėžiama visiškai nauja gana abstrakti sąvoka — seka, kaip funkcija natūraliųjų skaičių aibėje. Kitame sakinyje žodžio „seka“ reikšmę aš galiu suprasti tik taip, kaip ji aiškinama žodyne[1]: „seka — įvykių, reiškinių ar daiktų vienas po kito ėjimas, išsidėstymas, nuoseklumas“. Mano nuomone, „funkcija, apibrėžta natūraliųjų skaičių aibėje“ ir „skaičiai $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$“ yra du skirtingi dalykai. Pirmiausia jie skirtingi kaip objektai. Žinoma, juos galima susieti, ir tai nėra sudėtinga, bet reikia gerai suprasti funkcijos sąvoką. Šis susiejimas reikalingas ir tam, kad parodytume, jog matematikoje vartojama žodžio „seka“ reikšmė nedaug skiriasi nuo gyvenimiškosios reikšmės.

1.3. Atverskime 22 puslapį, kur nagrinėjama funkcija $f(x) = kx$.

Nubraižykime funkcijos $f(x) = 2x$ grafiką.

Pasirinkę keletą argumento reikšmių, sudarykime funkcijos reikšmių lentelę. Koordinačių plokštumoje atidėkime taškus $(x; y)$. Sujungę juos matome, kad gautieji taškai priklauso tiesei, einančiai per koordinačių pradžią.

Panašiai galėtume įsitikinti, kad su bet kuriomis k reikšmėmis funkcijos $f(x) = kx$ grafikas yra tiesė, einanti per koordinačių pradžią.

Ar ne per daug paprastai gaunamas fundamentalus funkcijos ir jos grafiko — tiesės ryšys? Aš čia matau tris dideles spragas:

a) neįrodyta, kad tie taškai yra vienoje tiesėje;
b) neįrodyta, kad gautoji tiesė yra funkcijos grafikas;
c) iš atskiro atvejo (kur niekas neįrodyta!) padaromas tvirtinimas bendruoju atveju.

Manau, kad čia visai rimtai iškyla fundamentali matematikos didaktikos problema — ką mokykloje reikia įrodinėti ir ką pateikti kaip nors kitaip. Pasidomėjau, kaip būdavo anksčiau. Maždaug 40 metų mūsų (t. y. verstiniuose iš rusų kalbos sąjunginiuose) vadovėliuose buvo rašoma labai panašiai kaip ir nagrinėjamame lietuviškajame. Tačiau taip buvo ne visada. A. Kiseliovo „Algebros“ II dalyje (1959) galima rasti absoliučiai griežtą įrodymą, kad pirmojo laipsnio funkcijos grafikas yra tiesė. Kodėl taip atsitiko, kad dingo įrodymas, — nežinau. Tarpukario Lietuvos autoriai A. Busilas ir Z. Balutis „Algebros“ II dalies (1934) 132 puslapyje rašo:

Dabar pridėkime liniuotę prie taškų $K(1; 2)$, $L(2; 4)$ ir $M(3; 6)$. Matysime, kad tie taškai guli vienoje tiesėje. Išbrėžkime per tuos taškus neapibrėžto ilgio tiesę OF_1. Toji atkarpa ir bus grafika, atitinkanti formulą $y = 2x$. Kad taškai $O(0; 0)$, K, L, M guli vienoje tiesėje, galima įsitikinti šitaip.

[1] *Didysis lietuvių kalbos žodynas*, t. XII, p. 318.

Toliau pateikiamas griežtas įrodymas. Čia cituojant prie taškų nurodytos koordinatės, kad nereikėtų aiškinti, iš kur jie atsirado; be to, paliekami tuo metu vartoti terminai.

Grįžkime prie dabartinio teksto. Kodėl jis negeras?

a) Pati formuluotė yra nepilna. Tikslią formuluotę galima rasti minėtame A. Kiseliovo vadovėlyje:

> Funkcijos $y = kx$ grafikas yra tiesė, einanti per taškus su koordinatėmis $(0; 0)$ ir $(1; k)$.

b) Tiesė yra toks ypatingas geometrinis objektas, kuriam nusakyti užtenka dviejų taškų. Jei žinome, kad nagrinėjamas objektas yra tiesė, tai iškart reikia ir naudotis šia fundamentalia jos savybe. Vadovėlyje deklaruojama, kad fukcijų $y = kx$, o vėliau ir $y = kx + b$, grafikai yra tiesės, bet taip aiškiai ir nepasakoma, kad jiems braižyti užtenka dviejų taškų.

c) Svarbiausia blogybė yra ta, kad dingsta suvokimas, kas yra įrodymas, kas yra griežtas samprotavimas, ką ir kur galima ir ko negalima daryti. Trumpai sakant, dingsta pati matematikos esmė.

1.4. Aiškiai reikėtų atskirti sąvokas: *funkcija*, *lygtis*, *tiesės lygtis*. Skaitome 27 puslapyje:

> PAVYZDYS. Parašykime lygtį tiesės, kuri eina per taškus $(2; 3)$ ir $(1; 2)$... Atsakymas. $f(x) = x + 1$.

Atsakyme aš tikrai nerandu tiesės lygties (žr. taip pat 2.14 pastabą).

1.5. Pažiūrėkime, kaip 28 puslapyje bandoma įrodyti aritmetinės progresijos bendrojo nario formulę.

> Kadangi tiesinės funkcijos $f(x) = kx + b$ koeficientas k parodo, kiek pakinta funkcijos reikšmė, kai argumento reikšmė padidėja vienetu, tai jis lygus aritmetinės progresijos skirtumui d.

Apie kokią funkciją kalbama? Jei funkciją $f(x) = kx + b$ apribosime natūraliųjų skaičių aibėje, tai gausime aritmetinę progresiją. Bet turėdami aritmetinę progresiją $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$, dar neturime jokios tiesinės funkcijos, kaip nors susijusios su progresija. Beje, tą funkciją nusako n-ojo nario formulė. Mes jos ieškome. Todėl tiesinę funkciją reikia gauti kaip nors kitaip. Galima įrodyti, kad plokštumos taškai $(1; a_1)$, $(2; a_2)$, ..., $(n; a_n)$, ... yra vienoje tiesėje. Tada kelti klausimą, kokios funkcijos grafikas yra ši tiesė, ir tęsti įrodymą kaip cituojamajame vadovėlio sakinyje.

Kodėl taip sudėtinga? Spėju, kad autoriai norėjo gauti aritmetinės progresijos bendrojo nario formulę nesinaudodami matematine indukcija. To padaryti negalima. Čia matematinės indukcijos reikia įrodymui, kad aritmetinės progresijos grafiko taškai yra vienoje tiesėje.

Man rodos, kad klaidingo samprotavimo šaknys — neatskiriamos funkcijos, apibrėžtos natūraliųjų skaičių aibėje, nuo funkcijų, apibrėžtų realiųjų skaičių aibėje. Prielaidos šiam neatskyrimui padėtos ten, kur pagal kelis taškus brėžiamos tiesės ir sakoma, kad tai funkcijų grafikai.

1.6. Paskaitykime 32 puslapyje apie dviejų tiesių tarpusavio padėtį plokštumoje:

> Koordinačių plokštumoje nubraižykite tiesinių funkcijų $f(x) = kx + b$ grafikus, kai skaičiai b yra lygūs, o k reikšmės skirtingos.
>
> Matome, kad kai funkcijų $f(x) = kx + b$ koeficientai k yra skirtingi, tai tiesės $y = f(x)$ susikerta...
>
> Tiesės $y = k_1x + b_1$ ir $y = k_2x + b_2$... susikerta, jei $k_1 \neq k_2$, o b_1 ir b_2 bet kokie.

Pasekime b kitimą šiuose trijuose sakiniuose: skaičiai b lygūs; jokių komentarų apie b; skaičiai b_1 ir b_2 bet kokie. Kas tai? Logika, matematiniai samprotavimai, modernioji XXI amžiaus didaktika ar iliuzionizmo seansas?

Nereikia atradinėti amerikų. Pakanka atsiversti J. Makaryčevo ir kt. algebros vadovėlio[2] skyrelį „Tiesinių funkcijų grafikų tarpusavio padėtis". Čia nusakytas esminis geometrijos ir algebros ryšys: tiesių $y = k_1x + b_1$ ir $y = k_2x + b_2$ tarpusavio padėtis priklauso nuo lygties $k_1x + b_1 = k_2x + b_2$ sprendinių. Tų tiesių susikirtimas ar lygiagretumas nepriklauso nuo *brėžimo* ar *matymo* kokybės, o viską lemia vienintelė lygtis su vienu nežinomuoju!

[2] J. Makaryčevas ir kt., *Algebra 7 klasei*, vertė J. Baltušnikienė, Šviesa, Kaunas, 1994.

Siūlau atlikti eksperimentą ir išsiaiškinti, kas lieka Lietuvos moksleivių sąmonėje apie tiesių susikirtimą perskaičius 32 puslapį: *informacija iš pirmųjų dviejų sakinių*, paremta įtaigiu brėžiniu su penkiomis tiesėmis, kai k skirtingi, o b lygūs, *ar iš trečiojo*, kur nei iš šio, nei iš to atsiranda bendras teiginys su skirtingais k ir bet kokiais b.

1.7. Panašiai yra 117 puslapyje, kur nagrinėjama, kiek sprendinių turi dviejų tiesinių lygčių sistema:

> Kadangi dviejų tiesinių lygčių sistemos sprendinys yra dviejų tiesių susikirtimo taškas, tai šis klausimas reiškia: ar visada dvi tiesės kertasi viename taške?

Chrestomatinė klaida, sakyčiau, ideologinė, nes sistemos sprendinys (algebra) ir tiesių susikirtimo taškas (geometrija) yra du skirtingi dalykai.

> Išsiaiškinkime, kiek sprendinių turi lygčių sistema $0{,}5x - y = 4$, $x + y = 1$. Norėdami tai padaryti turime nustatyti tiesių — sistemos lygčių grafikų — tarpusavio padėtį. Tam kiekvienos lygties nežinomąjį y išreikškime nežinomuoju x: $y = 0{,}5x - 4$, $y = -x + 1$. Matome, kad šiuo atveju abiejų tiesių krypties koeficientai yra skirtingi: $k_1 = 0{,}5$, $k_2 = -2$. Taigi $k_1 \neq k_2$. Žinome, kad tokios tiesės susikerta, vadinasi, lygčių sistema turi vienintelį sprendinį.

Samprotavimai paremti klaidinga ideologija. Pirma, jie remiasi žiniomis, kurios pateiktos labai neįtikinamai (žr. 1.3, 1.6 pastabas). Antra, be šių samprotavimų galima apsieiti, nes, mano nuomone, *algebros uždavinį (lygčių sistemą) reikia spręsti algebros priemonėmis*. Gautą rezultatą galima tik pailiustruoti geometriškai, jei kas nors to reikalauja arba patys to norime. Mano atsakymas būtų toks:

Lygtis sudedu ir gaunu $2{,}5x = 5$. Žinau, kad tokia lygtis turi vienintelį sprendinį (žr. *Matematika* 8. II *dalis*, TEV, Vilnius, 1999, p. 10). Tada ir y galiu rasti vieninteliu būdu. Dabar tikrai žinau, kad lygčių sistema turi vienintelį sprendinį. Taigi ir grafikai susikerta tik viename taške. Man net nesvarbu, ar tie grafikai yra tiesės. Jei įdomu, galiu rasti $x = 2$, po to $y = -3$ ir pasakyti, kokiame taške grafikai susikerta.

2. Vieno puslapio analizė

Panagrinėkime 26 puslapį.

> ...koordinačių plokštumoje atidėkime taškus, kurių koordinatės yra $(x; y)$.

2.1. Brėžinyje nematau nė vieno atidėto taško su koordinatėmis iš lentelės.

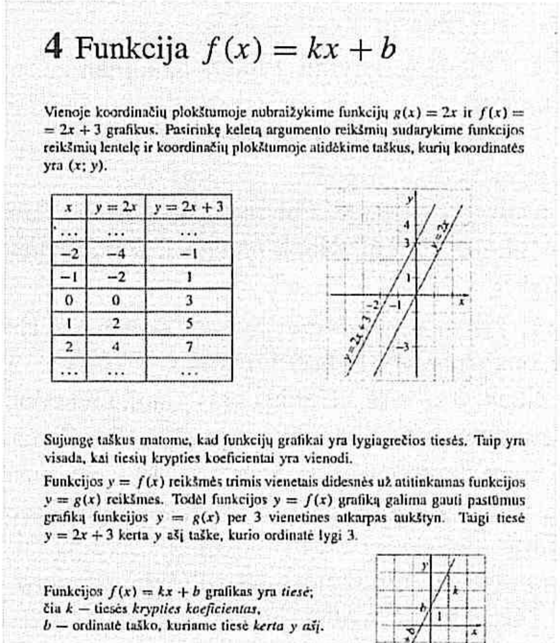
2.2. Taškas, kurio koordinatės (2; 7), išvis netilptų brėžinyje.

> Sujungę taškus matome, kad funkcijų grafikai yra lygiagrečios tiesės.

2.3. Brėžinyje nėra jokių taškų, todėl nėra ką jungti.

2.4. Kad atkarpos (tiesės) nesikerta brėžinyje — matau, bet kai jas mintyse pratęsiu, tai už gero metro jos man pradeda susilieti. Lygiagretumas neturėtų remtis tik brėžimo ar matymo kokybe (žr. 1.6 pastabą).

2.5. Kad tie taškai (kurių brėžinyje nėra) priklauso tiesėms, aš nematau (žr. 1.3 pastabą).



4 Funkcija $f(x) = kx + b$

Vienoje koordinačių plokštumoje nubraižykime funkcijų $g(x) = 2x$ ir $f(x) = 2x + 3$ grafikus. Pasirinkę keletą argumento reikšmių sudarykime funkcijos reikšmių lentelę ir koordinačių plokštumoje atidėkime taškus, kurių koordinatės yra $(x; y)$.

x	$y = 2x$	$y = 2x + 3$
...	...	...
−2	−4	−1
−1	−2	1
0	0	3
1	2	5
2	4	7
...	...	...

Sujungę taškus matome, kad funkcijų grafikai yra lygiagrečios tiesės. Taip yra visada, kai tiesių krypties koeficientai yra vienodi.

Funkcijos $y = f(x)$ reikšmės trimis vienetais didesnės už atitinkamas funkcijos $y = g(x)$ reikšmes. Todėl funkcijos $y = f(x)$ grafiką galima gauti pastūmus grafiką funkcijos $y = g(x)$ per 3 vienetines atkarpas aukštyn. Taigi tiesė $y = 2x + 3$ kerta y ašį taške, kurio ordinatė lygi 3.

Funkcijos $f(x) = kx + b$ grafikas yra *tiesė*;
čia k — tiesės *krypties koeficientas*,
b — ordinatė taško, kuriame tiesė *kerta y ašį*.

Užduotis. Kam lygus tiesės $y = -x - 7$ krypties koeficientas ir kuriame taške ši tiesė kerta y ašį? Parašykite lygtį tiesės, kuri būtų lygiagreti tiesei $y = -x - 7$ ir eitų per koordinačių pradžios tašką.

2.6. Kad tos tiesės tikrai yra funkcijų grafikai, man taip pat neaišku (žr. 1.3 pastabą).

Taip yra visada, kai tiesių krypties koeficientai yra vienodi.

2.7. Krypties koeficientas 22 puslapyje apibrėžtas tik tiesėms, kurios yra funkcijų $y = kx$ grafikai.

2.8. Iš pavyzdžio dviem funkcijoms be jokio pagrindo daromas apibendrinimas.

Funkcijos $y = f(x)$ reikšmės trimis vienetais didesnės už atitinkamas funkcijos $y = g(x)$ reikšmes. Todėl funkcijos $y = f(x)$ grafiką galima gauti pastūmus grafiką funkcijos $y = g(x)$ per 3 vienetines atkarpas aukštyn. Taigi tiesė $y = 2x + 3$ kerta y ašį taške, kurio ordinatė lygi 3.

2.9. Pirmas samprotavimas puslapyje. Tačiau kokia netikėta išvada! Kad taškas (0; 3) priklauso funkcijos $y = 2x + 3$ grafikui, aš žinau iš lentelės ir nieko nereikia stumdyti. Visa bėda, kad tas taškas brėžinyje nepažymėtas. O samprotavimas visai neblogas. Jei viena tiesė yra gauta pastūmus kitą tiesę 3 vienetinėmis atkarpomis aukštyn, tai, ko gero, tos tiesės nesikerta ir tada jos lygiagrečios.

2.10. Vienam dalykui žymėti naudojami trys žymenys:

$$f(x) = 2x + 3, \quad y = 2x + 3, \quad y = f(x);$$
$$g(x) = 2x, \quad y = 2x, \quad y = g(x).$$

Kam to reikia tokiame trumpame tekste, kur yra tik 10 eilučių, viena lentelė ir vienas brėžinys?

2.11. Derinys „tiesė $y = 2x+3$ “ — naujas. Ką tik buvo pareikšta, kad funkcijos $y = 2x + 3$ grafikas yra tiesė. Užfiksuotas fundamentalus ir amžinas funkcijos ir tiesės ryšys. Todėl reikėtų specialiai pabrėžti, kad nuo šiol tiesę, kuri yra funkcijos $y = 2x + 3$ grafikas, vadinsime tiesiog „tiese $y = 2x + 3$“. Tokį pasakymą galima rasti jau minėtoje A. Kiseliovo „Algebroje“. Gyvenimiška analogija — naujos pavardės suteikimas santuokos metu.

Funkcijos $f(x) = kx + b$ grafikas yra tiesė; čia k — tiesės krypties koeficientas, b — ordinatė taško, kuriame tiesė kerta y ašį.

2.12. Pagal prasmę pirmasis ir trečiasis sakiniai yra teiginiai, o antrasis turėtų būti apibrėžimas, nes jo dar nebuvo (žr. 2.7 pastabą). Aš taip sakinių nederinčiau.

2.13. Iš vieno pavyzdžio vėl daromas didelis apibendrinimas.

Parašykite lygtį tiesės, kuri būtų lygiagreti tiesei $y = -x - 7$ ir eitų per koordinačių pradžią.

2.14. Tiesės lygtis — nauja sąvoka. Jos negalima „numesti“ lyg tarp kitko. Iki šiol buvo tik funkcijos $y = kx + b$ ir jų grafikai.

Kokias būtų galima padaryti išvadas? Pirmasis skyrelis nuteikia gana optimistiškai. Atkarpos vidurio taško koordinačių formulė pateikiama be įrodymo, bet ja gali patikėti kiekvienas, nes yra įrodymas atskiru atveju. Bendruoju atveju nesunku tai pakartoti, nors brėžinys 10 puslapio apačioje to neskatina. Ir tai jau verčia sunerimti. Bet toliau yra blogiau. Pagrindinė medžiaga dažnai pateikiama brėžiniu, o po to deklaruojamas bendras teiginys. Taip po truputį moksleivis verčiamas klusniai priimti matematines tiesas ir jomis tikėti. Jis jų negali patikrinti jokiais samprotavimais, nes visas pagrindimas remiasi matymu. Knygos skaitytojams, mokytojams ir moksleiviams tampa nebeaiškios matematinio žaidimo taisyklės. Matematika jau IX klasėje paini ir nesuprantama. Tai tikrai nekelia matematikos autoriteto visuomenėje. Sykį pradėjus pateikinėti tiesas be įrodymų, be pagrindimų, sunku sustoti. Dingsta logika ir kontrolė ir, mano nuomone, neišvengiamai turi atsirasti klaidos. Savo pastabomis tai ir norėjau parodyti.

Leidėjų žodyje paminėta, kad šį vadovėlį kūrė ne tik autorių kolektyvas, bet ir leidyklos specialistai, konsultantai, eksperimentuojantys mokytojai. Negi jiems visiems atrodė viskas gerai mano truputį paanalizuotuose skyriuose!? Gal ir nėra viskas taip blogai, kaip man atrodo? Tuo labiau, kad aš analizuoju ne visą knygą, o tik du skyrius. Bet susimąstyti vertėtų.