

Peter Taylor: Matematika yra pats atviriausias mokslas



2000 metų rudenį Vilniuje lankėsi profesorius Peteris Tayloras, vienas iš matematinių varžybų Australijoje iniciatorių, Pasaulinės nacionalinių matematikų olimpiadų federacijos prezidentas. Jis įžanginiu žodžiu pradėjo Lietuvos jaunųjų matematikų komandinę olimpiadą, o mes pasinaudojome proga ir paklausinėjome profesoriaus apie jo matematinę veiklą, matematines varžybas ir matematikos mokymą Australijoje. Žurnalui atstovavo V. Stakėnas.

$\alpha + \omega$. Gerbiamas Profesoriau, naujojo tūkstantmečio pradžia — gera proga pakalbėti apie matematinį švietimą, varžybas ir kitus su matematika susijusius dalykus. Tačiau pradėkime nuo Jūsų jaunų dienų. Savo autobiografijoje rašote, kad vidurinėje mokykloje turėjote gerų mokytojų. Kokie jų matematikos mokymo ypatumai padėjo Jums susidomėti matematika?

P. T. Mokykloje mane gerai išmokė pertvarinti aritmetinius ir algebrinius reiškinius. Išmokau mintinai skaičiuoti, taip pat atlikti veiksmus su trupmenomis. Vidurinėje mokykloje turėjau gerą geometrijos vadovėlį, iš kurio išmokau Euklido geometrijos pagrindų ir supratau, kas yra įrodymas. Matematika man atrodė lengva, palyginti su kitais įdomiais dalykais, kuriuos mokantis tenka labiau pasikliauti atmintimi, o ne nuoseklumu. Galbūt aš nebūčiau toliau studijavęs matematikos, jei ne du mokytojai, kurie mane paskutinius ketverius metus mokykloje mokė. Turėjau gerą mokytoją IX ir X klasėse. Jis neseniai buvo baigęs mokytojų koledžą ir entuziastingai kalbėdavo apie matematiką. Mums sakydavo, kad universitetuose matematika — labai įvairus mokslas, kartais atskleisdavo tai, ko nebuvo programoje. Tuo aš visada žavėdavaisi. Vienuoliktose ir dvyliktoje klasėse mane mokė kitas, labai patyręs

mokytojas, kuris pateikdavo daug labai gražiai vidiniais ryšiais susietos medžiagos. Abu mokytojai buvo labai skirtingi. Pirmasis buvo jaunas, truputį maištingas, su juo mes galėjome betarpiškai bendrauti. Kadangi jis atrodė tarsi vienas iš mūsų, nekildavo disciplinos klasėje problemų. Antrasis mokytojas buvo senas žmogus, giliai religingas krikščionis, jis vėliau tapo krikščioniškosios mokyklos vadovu. Mes gerbėme jį kitaip ir niekada nebandėme pažeisti tvarkos, kurios jis reikalavė. Tai, kad du visiškai skirtingi mokytojai sudomino mane savo dalyku, rodė man, jog matematika gali daryti labai stiprų poveikį. Reikia pasakyti, kad stodamas į universitetą aš vis dar galvojau, kad matematika galbūt yra gana uždara sritis ir ją pasirinkęs nelabai ką laimėčiau. Tačiau jau po pirmųjų metų supratau, kad matematika yra pats atviriausias dalykas, suteiksiantis visas man reikalingas paskatas. Nuo antrų metų aš jau studijavau vien tik matematiką.

$\alpha + \omega$. Jūsų pirmieji moksliniai darbai susiję su matematikos taikymais. Ar taip atsitiko todėl, kad Jums labiau patinka galvoti, kaip matematika „dirba“, negu mąstyti apie „grynąsias“ matematikos problemas?

P. T. Nemanau, kad mano atveju „grynosios“ ir „taikomosios“ matematikos takoskyra buvo

kiek nors svarbi. Sakyčiau, kad aš visada buvau „grynasis“ matematikas, mane domino matematinės struktūros, tačiau taikymus aš taip pat laikau svarbiais. Pirmaisiais studijų metais aš daug daugiau mokiausi gryniosios negu taikomosios matematikos, nors domėjausi ir operacijų tyrimu. Tuo metu aš labiausiai mėgau skaitinius metodus. Aš žavėjausi Dahlgisto 1956 metų darbu apie daugiapakopio paprastųjų diferencialinių lygčių sprendimo metodo stabilumą ir norėjau apskritai daugiau sužinoti iš skaitinių metodų srities. (Vėliau man pavyko tapti geru šios srities praktiku, jau 24 metai aš dėstau šį dalyką Kanberos universitete.) Tačiau tuo metu dirbti mokslinį darbą skaitinių metodų srityje Adelaidės universitete buvo sunku. Aš perėjau į informatikos skyrių ir gvildenau problemą, kuri, tiesą sakant, man nebuvo labai įdomi, tačiau išmokau gerai programuoti. Kartą Ernie Tuckas paskambino man ir pasakė, kad turi įdomių uždavinių, susijusių su JAV laivyno užsakymu. Aš pasinaudojau proga padirbėti su juo. Jis buvo taikomosios matematikos specialistas, vienas iš geriausių pasaulyje laivų hidrodinamikos žinovų ir bandė spręsti kelias įdomias problemas, o mano analitiniai ir programavimo įgūdžiai galėjo jam pagelbėti. Reikėjo skaitiniais metodais spręsti integralines lygtis, taip pat taikyti asimptotines eilutes. Vėliau mano rezultatams inžinierius suteikė fizikinę prasmę ir pritaikė laivų statyboje. Nors šį darbą aš dirbau Taikomosios matematikos skyriuje, nemanau, kad taikomosios matematikos atstovo vardo nusipelniau labiau nei grynojo matematiko. Tačiau pritaikymas man buvo tarsi didelis prizas.

$\alpha + \omega$. 1976 metais Jūs ir Jūsų kolegės Kanberoje pirmąsias matematikų varžybas organizavote ta forma, kuri labai sėkmingai prigijo Europoje — taip gimė „Kengūra“. Visada įdomu daugiau sužinoti apie tikrąją pradžią. Ar daug dalyvių tuomet buvo? Gal prisimenate, kelis tų varžybų uždavinius?

P. T. Tai puikus klausimas. Labai gerai prisimenu tą laikotarpį. Mano vyresnysis kolega Kanberos universitete Peteris O'Halloranas

tuomet metams buvo išvykęs į Šiaurės Ameriką. Jis ten matė Amerikos matematikų draugijos ir Voterlo universiteto organizuotas matematikų varžybas su pasirenkamais atsakymais, kuriose dalyvavo daug žmonių. Jis įtikino mane, kad tokių varžybų reikia ir Australijoje. Be to, tinkamai organizavus, čia jas galima paversti dar reikšmingesnėmis negu Šiaurės Amerikoje. 1973–1976 metų laikotarpiu mes dažnai kalbėdavomės apie tai prie rytinės ir popietinės arbatos mūsų fakultete. Jam nebuvo sunku mane sudominti. Aš žinojau, kad Adelaidėje yra tam tikra papildomo matematinio ugdymo veikla (mano mokykla joje nedalyvavo). Dviejų joje dalyvaujančių mokyklų absolventai pasukiniais mano studijų metais darė man įspūdį savo žinių brandumu.

Apie 12 universiteto žmonių ir mokytojų susitikome 1976 metų balandžio 11 dieną Peterio namuose. Mes nutarėme tais pačiais metais, jau po kelių savaitių surengti matematikų varžybas su pasirenkamais atsakymais. Aš įsipareigojau sutvarkyti administravimo reikalus, o mano kolega Warrenas Atkinsas (jis ir dabar tebėra aktyvus) — parengti uždavinius. Norėdamas, kad varžybose dalyvautų daugiau moksleivių, jis įvedė tris lygius. Mūsų nuostabai, visos mokyklos atsiuntė savo moksleivius, dalyvių buvo apie 1400. Mums tapo aišku, kad tokių varžybų reikia visos šalies mastu, ir pirmąsias mums pavyko organizuoti 1978 metais. Mes, žinoma, išsaugojome ir šių varžybų rezultatus, ir uždavinius. Štai du iš jų.

Tiesios nendrės, augančios apskrito 8 metrų skersmens tvenkinio viduryje, viršūnė yra 1 metro aukštyje virš vandens paviršiaus. Jeigu nendrę palenksime (šaknys lieka vietoje), tai jos viršūnė sieks tvenkinio kraštą. Tvenkinio gylis metrais yra:

A 15/2 **B** 4 **C** 3 **D** 8 **E** $\sqrt{17}$

Tiesiame kelyje yra septyni šviesoforai. Kiekvieno šviesoforo raudona šviesa dega 2 minutes, geltona — 5 sekundes, o žalia — 2 minutes. Šviesoforai yra suderinti taip, kad užsidedus vieno šviesoforo raudonai šviesai kito šviesoforo raudona šviesa užsideda po 10 sekundžių. Laikas sekundėmis, kai visų septynių šviesoforų šviesos žalios, lygus:

A 75 **B** 70 **C** 65 **D** 60 **E** 50

$\alpha + \omega$. Nuo 1994 metų Jūs esate Australijos matematikos fondo (*Australian Mathematics Trust*) vykdomasis direktorius. Kokie šios institucijos tikslai, kokias mokymo ir ugdymo programas ji vykdo?

P. T. Mano kolega Peteris O'Halloranas mirė 1994 metais, ir nuo to laiko aš esu vykdomasis direktorius. Australijos matematikų varžybos (*Australian Mathematics Competition*) ir Australijos matematikų olimpiadų programa (*Australian Mathematical Olympiad Program*), taip pat ir daug kitų ugdymo programų išaugo į gana didelę organizaciją, turinčią apie 16 nuolatinių darbuotojų fondo būstinėje Kanberos universitete. Fonde ne pagrindines pareigas eina daug matematikų, administruojančių atskirus projektus. Daug yra pakviestų laikinam darbui bei šimtai savanorių, padedančių fondui. Fondas yra pelno nesiekianti organizacija, globojama Kanberos universiteto. Fondas rengia Australijos matematikų varžybas, rūpinasi, kaip atstovaujama šaliai tarptautinėse matematikų olimpiadose, organizuoja įvairią ugdomąją veiklą, taip pat remia informatiką, turi specialią mokytojų švietimo programą, leidžia knygas ir remia Pasaulinę nacionalinių matematikų varžybų federaciją (*World Federation of National Mathematics Competitions*). Fondas pats save finansuoja, pagrindinis lėšų šaltinis yra dalyvių įnašai, tačiau atskiriems projektams gauna esminę Australijos vyriausybės bei korporacijų (vieno iš didžiųjų bankų — *Westpac Banking Corporations*, taip pat *Sun Microsystems*) paramą. Vienas iš svarbiausių mano, kaip vykdomojo direktoriaus, tikslų — koordinuoti įvairią veiklą. Dažnai mes remiamės savanoriais, kurie yra nepaprastai geros valios ir talento žmonės. Didžiulis malonumas mums visiems dirbti kartu. Aš taip pat turiu domėtis švietimo lygiu ir ieškoti galimybių išplėsti mūsų veiklą atsižvelgiant į keliamus tikslus.

$\alpha + \omega$. Jūs esate Pasaulinės nacionalinių matematikų varžybų federacijos prezidentas. Kokios tai pareigos?

P. T. Prezidentu aš tapau pastaraisiais metais ir būsiu juo iš viso ketverius metus. Du iš pirmųjų trijų prezidentų — Peteris O'Halloranas ir

Ronas Dunkley iš Kanados sugebėjo savo postuose pasiekti apčiuopiamų rezultatų. Peteris įkūrė šią organizaciją, o Ronas išplėtė jos veiklą ir organizavo vieną iš pagrindinių renginių — konferenciją, vykstančią kas ketveri metai. Prezidento pareiga yra atstovauti šiai organizacijai, kartu rūpintis, kad jos pagrindinės programos būtų veiksmingos, jas toliau plėtoti bei ieškoti naujų veiklos formų. Aš taip pat laikau prezidento pareiga sukurti dokumentą, kuriame būtų išdėstytos organizacijos veiklos kryptys ir parodyta, kaip matematikų varžybos bei su jomis susijusi veikla skatina matematikos mokymo procesą. Šia linkme mes jau esame padarę pažangą.

$\alpha + \omega$. O dabar pakalbėkime apie matematikos vidurinėse mokyklose mokymą. Galbūt bendrais bruožais galite apibūdinti kaip tai vyksta Australijoje: kiek matematikos pamokų moksleiviai turi per savaitę, kokias temas apima mokyklinės matematikos programos, kokias galimybes plėsti savo akiratį ir žinias turi mokytojai?

P. T. Sunku ką nors pasakyti apie visas Australijos mokyklas. Panašiai kaip JAV ar Kanadoje, Australijoje yra šešios valstijos ir dvi teritorijos. Kiekviena iš jų turi atskiras ir beveik nepriklausomas švietimo sistemas ir departamentus. Dabar mes turime nacionalinį dokumentą, kuriame nurodytos programos gairės. Tačiau skirtingose valstijose jo laikomasi įvairiai interpretuojant, taigi atsiranda didelių skirtumų. Pavyzdžiui, mažiausiai dviejose valstijose daugelį užduočių reikalaujama atlikti skaičiuokliais. Kitose valstijose skaičiuokliai beveik nenaudojami arba naudojami ribotai. Kiekviena mokykla turi savo programą, kuriai turi būti prirta vietinio švietimo departamento komitete. Moksleivių žinios vertinamos savaip. Naujojo Pietų Velso valstijoje programa yra bendra visoms mokykloms, moksleiviai laiko bendrą egzaminą, į kurio rezultatus atsižvelgiama stotant į universitetą. Paprastai matematika yra privaloma iki X klasės, o paskutinėse dviejose klasėse moksleiviai pagal savo interesus renkasi skirtingus matematikos dėstymo lygius.

Kaip ir daugelyje kitų Vakarų šalių, per pastaruosius metus matematikos programa gerokai pasikeitė, sumažėjo grynai teorinių ir padidėjo eksperimentinių dalykų. Paprastai iki X klasės moksleiviai turi *iki šešių* savaitinių matematikos valandų. Nagrinėjamos tradicinės temos, bet dabar mažiau dėmesio skiriama geometrijai ir daugiau taikomiesiems dalykams, pavyzdžiui, statistikai. Žinoma, daug mokomasi algebros, o pastaruoju metu visi moksleiviai nemažai mokosi analizės pradmenų.

Mokytojai turi galimybę kelti savo kvalifikaciją universitetuose, o daugelyje valstijų veikia dalykinių seminarų sistema.

$\alpha + \omega$. Mūsų pokalbio pabaigoje galbūt norėtumėte pasiūlyti keletą uždavinių, kurie, Jūsų nuomone, galėtų sudominti mūsų skaitytojus?

P. T. Suformuluosiu Jūsų skaitytojams du uždavinius iš paskutiniųjų Australijos jaunujų matematikų varžybų. Pirmąjį iš jų sukūriau aš pats, o kitą — mano kolega Maurice Starckas iš Naujosios Kaledonijos. Australišką kontekstą aš pakeičiau lietuvišku.

Dėdė Romualdas yra Lietuvos krepšinio komandos sirgalius, todėl perka šokolado plyteles, prie

kurių visada būna pridėtos keturios kortelės su krepšinininkų numeriais. Visi keturi numeriai yra skirtingi (natūralieji skaičiai, numerių 0 ir 00 nebūna). Nusipirkęs šokolado plytelę, jis išėmė korteles, jas apvertė ir išdėstė taip, kad numerių nebūtų matyti. Vilius pasirinko tris iš jų, pažiūrėjo į numerius ir tarė, kad jų suma lygi 14. Leonas taip pat atsivertė tris ir tarė, kad numerių suma lygi 18. Trijų kortelių numerius pamatė ir Kęstutis, jų suma buvo lygi 19. Kiek numerių rinkinių gali tenkinti šias sąlygas?

A 1 B 3 C 4 D 5 E 6

Mikas turi penkias dėžes. Pirmojoje yra du kvadratai ir aštuoni trikampiai, antrojoje — trys kvadratai ir du trikampiai, trečiojoje — trys kvadratai ir keturi trikampiai, ketvirtoje — keturi kvadratai ir trys trikampiai, penktojoje — penki kvadratai ir keturi trikampiai. Visų kvadratų ir visų trikampių kraštinės vienodos. Mikas nori pasidaryti briaunainių, klijuodamas kvadratus ir trikampius išilgai jų kraštinių. Vienam briaunainiui jis naudoja vieną dėžę. Kiek daugiausiai briaunainių jis gali suklijuoti?

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

$\alpha + \omega$. Ačiū už pokalbį.