$\alpha + \omega$, 2000, Nr. 2, 6–9

2000 metų valstybinis matematikos brandos egzaminas užduoties rengėjų požiūriu

Pranas Gudynas, Saulius Zybartas
gudynas@pi.elnet.lt, zybartas@vpu.lt

Jau antri metai matematikos brandos egzaminą Lietuvoje organizuoja Nacionalinis egzaminų centras. Straipsnyje rašoma, kaip sudaroma egzamino užduotis, analizuojami rezultatai, atkreipiamas dėmesys į moksleivių pasiruošimo spragas.

Doc. P. Gudynas yra Pedagogikos instituto direktorius.
S. Zybartas — Vilniaus pedagoginio universiteto dėstytojas.

Jau keleri metai matematikos brandos egzaminai Lietuvoje vykdomi naujoviškai. Kasmet egzamino rengimo grupė analizuoja rezultatus, kurių pagrindu daromos išvados, ką reikėtų padaryti, kad matematikos brandos egzaminas kitais metais taptų patikimesnis, skaidresnis ir geriau atitiktų mokymo programas. Šiame straipsnyje norėtųsi aptarti šių metų matematikos valstybinio egzamino užduotį ir rezultatus. Detali valstybinio matematikos brandos egzamino statistinė ataskaita apie kiekvieno užduoties uždavinio sprendimo rezultatus parengta ir paskelbta atskirame Nacionalinio egzaminų centro leidinyje.

Valstybinio matematikos egzamino užduotis buvo sudaryta laikantis jau keletą metų iš esmės nesikeičiančios matematikos brandos egzamino programos, kurioje pateikti turinio ir gebėjimų reikalavimai, egzamino užduoties struktūra bei orientacinė egzamino matrica.

1 lentelė

	Matematinės žinios ir procedūros	Matematikos taikymai ir matematinis mąstymas	Taškai	% (% pagal programą)
Skaičiai, skaičiavimai, algebra	1,5 (2), 1,5 (5), 2 (9) 2 (12), 1 (13.3), 1 (15.1) 1 (15.3), 1 (16.1), 1 (16.3)	1 (12), 1 (14.3) 2 (17)	16	30 (35)
Geometrija	1,5 (6), 1 (11.1), 1 (13.1)	1 (12), 3 (13.2), 2 (13.3) 2 (17), 2 (11.2)	13,5	25 (20)
Funkcijos ir analizės pradmenys	1,5 (1), 1,5 (3), 1,5 (4) 1 (8), 3 (10), 1 (15.2) 1 (15.3), 1 (15.4), 2 (16.2)	1 (8), 1 (15.2) 1 (15.4), 1 (16.1) 1 (16.2)	18,5	34 (35)
Kombinatorika, tikimybės ir statistika	1 (7), 1 (14.1), 1 (14.2)	1 (14.2), 2 (14.3)	6	11 (10)
Taškai	32	22	54	
% (% pagal programą)	59 (60)	41 (40)		100

Buvo stengiamasi atsižvelgti, kiek tai neprieštaravo egzamino programai, ir į nusistovėjusias tradicijas bei matematikos mokymo kaitos tendencijas.

Metodiniu požiūriu ypač svarbu ir dažnai svarstoma, ar egzamino užduotis atitinka egzamino matricą. Čia pateikiama egzamino rengimo grupės užpildyta 2000 metų valstybinio matematikos brandos egzamino pagrindinės sesijos užduoties matrica (1 lentelė).

Akivaizdu, kad ją pildant sunku išvengti tam tikro subjektyvumo, nes taškų priskyrimo vienam ar kitam langeliui kriterijų neįmanoma suformuluoti absoliučiai vienareikšmiškai.

Šios lentelės antrojo ir trečiojo stulpelių langeliuose nurodyta, kiek skliausteliuose pažymėto uždavinio taškų (užduoties sudarytojų nuomone) tenka atitinkamai teminei sričiai ir atitinkamai veiklos sričiai. Pavyzdžiui, įrašas „1,5 (2)“ reiškia, kad 1,5 taško skiriama už 2 uždavinį, o įrašas „2 (13.3)“ — 2 taškai už 13 uždavinio trečiąją dalį.

Egzamino užduoties sudarytojams vienas sunkesnių klausimų buvo dalies taškų priskyrimas vienai ar kitai teminei sričiai. Būdingas pavyzdys — 5 uždavinys:

Sekos n-asis narys $a_n = \sin(60°\cdot n)$, $n \in N$. *Tada* $a_2 - a_4 =$

A $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ **B** $\frac{\sqrt{11}}{2}$ **C** $\sqrt{3}$ **D** 0 **E** -1

Šio uždavinio sprendimas vertinamas 0 arba 1,5 taško. Jau sudarant užduotį, reikėjo nuspręsti, ar taškai už teisingą sprendimą turi būti priskirti egzamino matricos eilutei *Funkcijos ir analizės pradmenys,* ar eilutei *Bendrosios žinios apie trigonometrines funkcijas.* Turima mintyje tai, kad taikant redukciją reikia apskaičiuoti $\sin(120°)$ ir $\sin(240°)$, o šios temos reikalavimai egzamino programoje pateikiami skyrelyje *Bendrosios žinios apie trigonometrines funkcijas* (p. 24). Antra vertus, temų grupė *Skaičiai, skaičiavimai, algebra* apima temą *Skaičių sekos,* kurios vienas iš programinių reikalavimų yra gebėti atkurti seką, išreikštą n-ojo nario formule (p. 12). Panašiais atvejais egzamino grupė visuomet laikėsi nuostatos, kad taškai turi būti siejami su tiesiogine uždavinio formuluote. Todėl 5 uždavinio taškai priskirti egzamino matricos eilutei *Skaičiai, skaičiavimai, algebra.* Tačiau galima buvo remtis ir kitokiais taškų priskyrimo principais. Panašių pavyzdžių kitų šalių praktikoje pakanka.

Kitas svarbus klausimas, nuolat iškylantis egzamino užduoties rengėjams, — kiek galima nukrypti nuo egzamino programoje pateikiamos orientacinės egzamino matricos. Analizuodami paskutinį lentelės stulpelį, tam tikrus nukrypimus matome. Pagrindinės sesijos užduoties matricoje geometrijos tematikos yra 5% daugiau nei egzamino programoje pateiktoje matricoje, o skaičių, skaičiavimų ir algebros — 5% mažiau. Tokie nukrypimai pagal egzamino programą leidžiami. Be to, egzamino rengėjai nemano, kad skaičiams, skaičiavimams ir algebrai per egzaminą buvo skirta nepakankamai dėmesio. Sprendžiant kiekvieną uždavinį, reikėjo atlikti tam tikrus skaičiavimus. Tačiau dėl jau minėtų egzamino matricos pildymo metodikos ypatumų ne visi šie skaičiavimai egzamino matricoje matyti. Galima diskutuoti ir dėl geometrinių uždavinių skaičiaus, tačiau manytume, kad šiuo požiūriu egzamino užduotis taip pat atitiko susiklosčiusias matematikos mokymo tradicijas bei kaitos tendencijas.

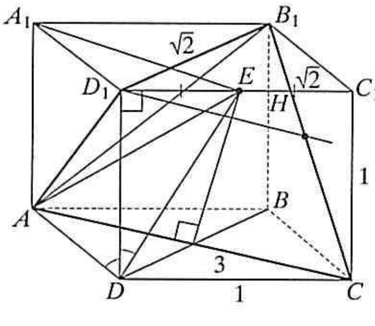
Iš egzamino rezultatų matome, kad, kaip ir prieš metus, nemaža dalis moksleivių valstybinį matematikos egzaminą bandė laikyti labai prastai mokėdami matematiką. Šiemet valstybinio matematikos brandos egzamino nepavyko išlaikyti beveik 700 moksleivių iš 8 620 laikiusiųjų. Jie surinko mažiau nei 23% visų galimų taškų, nors apie 30% užduoties sudarė tikrai lengvi uždaviniai. Gal ir galima būtų dar labiau supaprastinti lengvuosius egzamino užduoties uždavinius, tačiau lengvinti sunkesniuosius uždavinius vargu ar prasminga, nes maždaug 1,5 tūkstančio moksleivių egzaminas buvo gana lengvas. Rezultatai rodo, kad moksleivių matematinių žinių lygis labai skirtingas. Tokio didelio atotrūkio gal ir neturėtų būti.

Iš pernykščių ir šių metų egzaminų rezultatų galima spręsti, kad egzamino užduoties struktūra (apibrėžta egzamino matrica) ir užduoties forma (kurią sąlygoja pasirenkamo atsakymo, trumpo atsakymo, sudėtinių ir problemininių uždavinių skaičius) pasiteisino. Kelerius ateinančius metus matematikos egzamino užduoties struktūros ir formos keisti nereikia, nebent parinkti dar paprastesnius lengvuosius uždavinius, kad mažiau būtų neišlaikiusių egzamino moksleivių.

Pagerėjus egzamino administravimui, visiškai pasiteisino uždaviniai su pasirenkamaisiais atsakymais. Pasirenkamojo atsakymo uždavinių ir likusios egzamino dalies koreliacija yra gana nemaža (0,54).

Sudarant egzamino užduotį, buvo stengiamasi uždavinius parinkti taip, kad kiekvieną iš jų galima būtų spręsti keliais būdais. Egzaminu norėta propaguoti pagrindinę matematinio ugdymo vertybę — kūrybingą mąstymą. Išlavintą matematinį mąstymą turintis moksleivis daugeliui uždavinių galėjo rasti ypač paprastus sprendimus. Deja, dar nedaug moksleivių sugebėjo tuo pasinaudoti.

Palyginti su ankstesniais metais, šiek tiek daugiau moksleivių išmoko įrodinėti geometrinius teiginius, tačiau nusibraižyti gerą brėžinį ir įsivaizduoti sudėtingesnę geometrinės figūros padėtį erdvėje daugumai vis dar sunku. Norėtume pateikti tik vieną būdingą pavyzdį. Daugelis moksleivių spręsdami 13 uždavinio 3 dalį negalėjo apskaičiuoti piramidės, kurios viršūnės sutampa su keturiomis duotojo kubo viršūnėmis, tūrio todėl, kad nesugebėjo pastebėti ir pavaizduoti piramidės. Labai dažno net ir gana aukštą įvertinimą gavusio moksleivio darbe galėjome rasti 1 paveiksle pavaizduotą situaciją.



1 pav.

Šiuo konkrečiu atveju matome, kad moksleivis gana trivialioje situacijoje nesugebėjo atpažinti ir pavaizduoti piramidės — nenubrėžė briaunos D_1C. Vargu ar jis būtų tokią klaidą padaręs, jei gerai suprastų piramidės apibrėžimą. Ši tipiška klaida perša mintį, kad matematinių sąvokų formulavimui ir apibrėžimų aiškinimui matematikos pamokų metu turėtų būti skiriamas ypač didelis dėmesys.

Atrodo, kad per praėjusius metus nepagerėjo moksleivių praktinių skaičiavimo uždavinių sprendimo gebėjimai. Panagrinėkime 9 uždavinio sprendimo rezultatus. Tai standartinis, didelės praktinės reikšmės turintis sudėtinių procentų skaičiavimo uždavinys. Deja, statistinė analizė rodo, kad net apie 47% moksleivių uždavinio nesprendė arba sprendimas buvo įvertintas 0 taškų. Kitas šį teiginį patvirtinantis pavyzdys — 12 uždavinys apie vandens kiekį, nutekėjusį drenažo vamzdžiu. Tokio pobūdžio uždaviniai į egzamino užduotį įtraukiami jau ne pirmus metus, bet rezultatai negerėja. Įdomu, kad 12 uždavinio formuluotė paskatino diskusiją, ar egzamino užduotys (uždavinių konteksto požiūriu) yra vienodai palankios berniukams ir mergaitėms. Ateityje šiai problemai nagrinėti reikėtų skirti daugiau dėmesio. Kalbant apie visą egzamino užduotį, o ne apie atskirus uždavinius, vargu ar galima būtų tvirtinti, kad ji mergaitėms buvo ženkliai sunkesnė nei berniukams. Egzamino rezultatų statistika rodo, kad bendrasis valstybinio matematikos brandos egzamino rezultatų vidurkis buvo 27,6 taško iš 54 galimų, vaikinų vidurkis — 28,3, o merginų — 27,4. Kaip matome, vaikinų surinktų taškų vidurkis šiek tiek aukštesnis, tačiau vidurkių skirtumas nėra statistiškai reikšmingas. Egzamino užduoties sudarytojai suvokia šios problemos aktualumą ir mano, kad ją, kaip ir daugelį kitų, galima būtų spręsti kaupiant uždavinių ir jų rezultatų banką.

Ne ypač gerai moksleiviai sprendžia standartinius, techninius uždavinius. Čia dar slypi dideli rezervai, leidžiantys gerinti egzamino rezultatus.

Svarbi ne iki galo išspręsta problema yra egzamino vertinimo instrukcijos parengimas. Kaip pavyzdį panagrinėkime 8 uždavinį:

Išspręskite lygtį $\log_x \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$.

Šis uždavinys gana įprastas mūsų moksleiviams. Paprastai teisingu laikome sprendimą, kai moksleivis:

- nustato leistinųjų lygties kintamojo reikšmių aibę ir šioje aibėje naudodamasis tapačiais pertvarkiais lygtį keičia ekvivalenčiosiomis tol, kol gauna sprendinius (priklausančius leistinųjų lygties kintamojo reikšmių aibei), arba
- tapačiais pertvarkiais lygtį keičia ekvivalenčiosiomis tol, kol gauna sprendinius ir juos (gautus sprendinius) patikrina pradinės lygties atžvilgiu.

Dažno moksleivio darbe galėjome rasti kiek kitokį, 2 paveiksle pavaizduotą sprendimą.

$$\log_x \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$$
$$x^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{4}$$
$$\left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{2}}$$
$$x = \frac{1}{\sqrt{64}}$$
$$x = \frac{1}{8}$$

2 pav.

Pateiktas uždavinio sprendimas neturėtų būti laikomas visiškai teisingu, kadangi nėra atlikti visi būtini standartinio lygčių sprendimo algoritmo žingsniai. Nežiūrint į tai, šis sprendimas buvo įvertintas maksimaliai — 2 taškais. Susipažinę su vertinimo instrukcijos projektu, vertintojai nutarė pataisyti jį taip, kad analogiški išnagrinėtajam sprendimai būtų vertinami maksimaliu skaičiumi taškų. Esant tokioms uždavinio vertinimo išlygoms, maksimalų taškų skaičių (2 taškus) surinko apie 60%, 1 tašką — apie 23%, o 0 taškų — apie 17% moksleivių. Taisant egzamino darbus pastebėta, kad nepakoregavus uždavinio vertinimo instrukcijos šio uždavinio rezultatai būtų buvę gerokai prastesni. Šiuo pavyzdžiu iliustruojama jau antrus metus besikartojanti situacija, kai pakeista vertinimo instrukcija gali sudaryti prielaidas mokant matematikos mokykloje suformuoti vaikams neteisingą bendrąjį lygties sprendimo algoritmą. Taigi *kokia turėtų būti egzamino vertinimo instrukcijos koregavimo procedūra?*

Tikimybių teorija daugeliui moksleivių vis dar sunki tema. Tikimybiniai ir kombinatoriniai uždaviniai Lietuvos mokykloje dar galutinai neprigijo. Tikimybinį 14 uždavinį įdomu aptarti ir kitu aspektu. Vargu, ar pagrįstas kai kurių mokytojų nepasitenkinimas, kad šio uždavinio 3 dalis buvo probleminė. Egzamino programoje nėra parašyta, kad probleminiai, arba įrodymo, uždaviniai turėtų būti tik geometriniai.

Vienas iš sudėtingiausių, iškilusių egzamino rengėjams klausimų buvo parinkti probleminių uždavinių valstybiniam brandos egzaminui. Ligi šiol galutinai neaišku, ar būtinai tie uždaviniai turi būti neprobleminiai mokytojams. Jei būtų parinkti tradiciniai olimpiadiniai uždaviniai, tai daugumai mokytojų jie nekeltų sunkumų. Tačiau tokiu atveju jie nebūtų probleminiai tiems moksleiviams, kurie sistemingiau rengiasi matematinėms varžyboms.

Baigdami norėtume pastebėti, kad rengiant egzamino užduotis iškyla dar daug problemų, kurioms spręsti reikia plačios diskusijos strateginiais matematikos mokymo kaitos klausimais.