

## Vieno uždavinio istorija

Algirdas Zabulionis

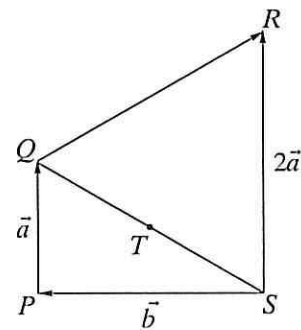
algiz@nec.lt

*[vieno 2000 metų matematikos valstybinio brandos egzamino uždavinio sąlygą buvo įsivėlusį korektūros klaidą. Spauda rašė, kad ji daugeliui sukliudė gerai išlaikyti egzaminą. Tačiau klaidingojo uždavinio sprendimų analizė rodo ką kita.*

2000 metų matematikos valstybinio brandos egzamino užduotis dar ilgai bus prisimenama kaip užduotis su lemtinga abiturientams klaida. Dėl jos dėmesys brandos egzaminams buvo ypatingas — klaidingo uždavinio pasekmės diskutuojamos pirmuosiuose laikraščių puslapiuose, televizijos žinių laidose. Turbūt pirmą kartą „Respublikos“ laikraštis išspausdino matematinio uždavinio sąlygą, o „Kauno diena“ rašė:

Šeštadienį per valstybinį matematikos egzaminą abiturientai buvo priversti suklikti: užduoties, pažymėtos vienuoliktu numeriu, neįstengė įveikti ir patys gabiausieji, nes ji buvo klaidinga.<sup>1</sup>

Aišku, klaidų egzamino užduotyse būti negali. Bet taip kartais jau atsitinka, kad visą dėmesį sutelkus užduoties slaptumui išsaugoti, ją iki egzamino mato tik keli specialistai, kurie tampa „akli“ ir nepastebi savo akivaizdžių klaidų. Nacionalinis egzaminų centras, pasimokęs iš liūdnos patirties, klaidų tikimybę ateityje mėgins sumažinti, bet iš anksto garantuoti, kad jų daugiau niekada nebus, būtų tikrai per drąsu... Tačiau šiame straipsnelyje nenagrinėsime, kaip ieškoti klaidų dar iki egzaminų pradžios, bet pažiūrėkime, kaip elgėsi 2000 metų abiturientai, brandos egzamino užduotyje aptikę klaidingą sąlygą. Pirmiausia prisiminkime tą lemtingą 11-ąjį uždavinį.



Remdamiesi paveikslo duomenimis:

- 1) išreikškite vektorių  $\overrightarrow{QR}$  vektoriais  $\vec{a}$  ir  $\vec{b}$ ;
- 2) išreikškite vektorių  $\overrightarrow{TR}$  vektoriais  $\vec{a}$  ir  $\vec{b}$ , kur taškas  $T$  yra atkarpos  $QS$  vidurio taškas.

Šio uždavinio 2 dalies sąlygos tekste palikta korektūros klaida — vietoje  $QS$  buvo nurodyta  $QR$ , ir taškas  $T$  tapo atkarpos  $QR$  vidurio tašku, nors brėžinyje jis buvo pažymėtas atkarpoje  $QS$ . Vertinimo komisijos sprendimas buvo aiškus — visiems abiturientams, išsprendusiems, tik bandžiusiems spręsti ar visiškai nieko neparašiusiems, skirti po 3 taškus (tiek taškų pagal vertinimo instrukciją turėjo būti skirta už teisingai išspręstą uždavinį). Taigi moksleiviai liko nenuskriausti, nors laiko prie šio uždavinio jie sugaišo gal ir skirtingai — vieni jo nebandė spręsti, kiti išsprendė keliais būdais. Tačiau tuo metu tai buvo korektiškiausias visais

<sup>1</sup> *Kauno diena*, 2000 05 24, Nr. 120.

atžvilgiais vertinimo komisijos sprendimas — klaidingo uždavinio taškai neturi daryti įtakos abiturientų egzamino rezultatams. Dabar, po egzamino praėjus keliems mėnesiams, galime ramiai panagrinti, kaip elgėsi abiturientai, gavę klaidingą uždavinio sąlygą. Į šį klausimą bandysime atsakyti analizuodami 500 atsitiktinai parinktų egzamino darbų.

Pirmoji uždavinio dalis — išreikšti vektorių  $QR$  — nėra sunki: panašūs uždaviniai ne kartą spęsti matematikos pamokų metu. Tačiau per egzaminą ją teisingai išsprendė mažiau nei pusė abiturientų (tik 49%). Nors sąlygos klaida neturėjo įtakos pirmajai uždavinio daliai, tačiau ji taip pat nebuvo vertinama. Todėl daugiau kaip pusė abiturientų netikėtai gavo po 1 tašką.

Antrosios dalies tekstas nesutapo su brėžiniu: tekste taškas  $T$  nurodytas vienoje atkarpoje, brėžinyje — kitoje. Jei tikėti tekstu ir nagrinėti tašką  $T$  kaip atkarpos  $QR$  vidurio tašką, tai užduotis tampa triviali — pirmosios uždavinio dalies atsakymą (apskaičiuotą vektorių  $QR$ ) reikia padalyti pusiau. Jei uždavinį spęsimė pagal brėžinį (taip nuspręsti gali padėti ir pirmasis sąlygos sakinyš „Remdamiesi paveikslu duomenimis...“), tai turėsime spęsti užduoties autorių parinktą variantą.

Analizuodami abiturientų darbus, matome, kad moksleiviams brėžinio informacija buvo svarbesnė nei tekstas — dauguma iš jų labiau tikėjo ja ir bandė spręsti sunkesnę uždavinį nei tie, kurie labiau pasitikėjo sąlygos tekstu. Visus abiturientus pagal jų elgesį sprendžiant klaidingąjį uždavinį galima suskirstyti į kelias grupes. Norėdami labiau suprasti vienos ar kitos grupės veiksmus, apskaičiuokime tos grupės moksleivių matematikos valstybinio brandos egzamino balų vidurkį. Tai parodys, kokie moksleiviai yra toje grupėje. Tokia informacija — būdingi sprendimai, kuri dalis (procentais) moksleivių taip elgėsi, ir tos moksleivių grupės valstybinio matematikos brandos egzamino balų vidurkis pateikti 1 lentelėje.

Išvada gali būti tokia: geriau mokantiems matematiką moksleiviams klaida sąlygoje didelės įtakos neturėjo — jie sąlygą išsitausė ir uždavinį išsprendė teisingai.

Jau minėtame „Kauno dienos“ straipsnyje buvo ir kitas sakinyš:

Net ir egzaminų komisijose buvę pedagogai ne iš karto sugebėjo paaiškinti abiturientams, kad jie veltui nevargtų, nes uždavinio vis tiek neišspręs.

1 lentelė

Sprendimas	Dalis (%)	Balų vidurkis
Uždavinio nesprenžia (tuščia)	21,0	27,9
Rašo: „Uždavinio sąlyga klaidinga ir todėl uždavinio nesprenžiu“	3,0	44,1
Neprasmingų sprendimų užuomazgos (negalima nustatyti, kas tai)	3,0	21,7
Sąlygoje klaida pastebėta (pažymėta), bet uždavinio nesprenžia be komentarų	2,0	18,1
Sprendžia uždavinį pagal brėžinį, be sąlygos komentarų, išsprendžia teisingai (būtų įvertinta 2 taškais)	17,2	65,8
Sprendžia uždavinį pagal brėžinį, be sąlygos komentarų, tačiau padaro klaidų	20,8	40,1
Sprendžia uždavinį pagal brėžinį, pastebi ir ištaiso klaidą sąlygoje: „ $T$ — $QS$ vidurio taškas“, išsprendžia teisingai (būtų įvertinta 2 taškais)	13,2	72,6
Sprendžia uždavinį pagal brėžinį, pastebi ir ištaiso klaidą sąlygoje: „ $T$ — $QS$ vidurio taškas“, tačiau padaro klaidų	9,8	45,2
Sprendžia uždavinį pagal tekstą ( $T$ — atkarpos $QR$ vidurio taškas), jokių sąlygos komentarų, išsprendžia teisingai (būtų įvertinta 2 taškais)	3,8	65,3
Sprendžia uždavinį pagal tekstą ( $T$ — atkarpos $QR$ vidurio taškas), jokių sąlygos komentarų, tačiau sprendime padaro klaidų	3,0	30,1
Pastebi sąlygos klaidą, nurodo du jos taisymo būdus, uždavinį teisingai išsprendžia abiem atvejais: ir pagal brėžinį, ir pagal tekstą (būtų įvertinta 2 taškais)	2,0	93,4

Valstybinio brandos egzamino vykdymo komisijose nebuvo matematikos mokytojų, tad ne nuostabu, kad kitų mokomųjų dalykų mokytojai negalėjo abiturientams paaiškinti matematikos uždavinio subtilybių. Tačiau ar pedagogai, budintys egzamino metu, gali komentuoti uždavinio sąlygą? Egzamino vykdymo instrukcija yra labai aiški — NE. Tokia nuostata yra todėl, kad pradinių klasių ar užsienio kalbų mokytoja, nesupratusi vieno ar kito matematinio uždavinio, savo geranorišku komentaru „nepadėtų“ abiturientams prarasti taip svarbių taškų. Abiturientas pats turi spręsti uždavinį ir pastebėti, kad jis klaidingas. Jei taip yra iš tikrųjų, klaidingas uždavinys nebus vertinamas.

Klaida pagrindinės sesijos egzamino užduotyje turėjo įtakos ir pakartotinės sesijos užduočiai. Ši sesija skirta tiems, kurie pagrindinės sesijos metu egzamino laikyti negalėjo, ir todėl jos užduotis turi būti ekvivalenti pagrindinės sesijos užduočiai. Tačiau joje visi abiturientai už klaidingą užduotį buvo gavę po 3 taškus. Tad kokia turi būti pakartotinės sesijos užduoties vertinimo skalė? Ar užduotis turi būti vertinama kaip ir pagrindinės sesijos — iki 54 taškų? Bet tada ji bus sunkesnė, nes tuos tris taškus gali gauti ne visi. Gal iš anksto visiems, laikantiems egzaminą pakartotinės sesijos metu skirti po 3 taškus. Bet už ką?

Tada nuskriausti gali pasijusti pagrindinės sesijos dalyviai — nors jie visi taip pat gavo po 3 taškus, bet dauguma iš jų bent bandė spręsti klaidingą uždavinį ir sugaišo nemažai laiko...

Nacionalinio egzaminų centro sprendimas buvo netikėtas — pakartotinės sesijos matematikos valstybinio brandos egzamino užduotyje 11-u numeriu buvo vėl tas pats pagrindinės sesijos uždavinys, tik jau be klaidos sąlygoje. Uždavinys, apie kurį tiek daug kalbėta, kuris skelbtas laikraščiuose, vėl atsidūrė brandos egzamino užduotyje. Tie moksleiviai, kurie rengėsi egzaminui, turėjo (bent taip turi manyti dauguma pedagogų) išsinagrinėti pagrindinės sesijos užduotį, taip pat ir klaidingą uždavinį. Deja, abiturientų dėmesys turbūt daugiau buvo sutelktas pačiam klaidos faktui, bet ne matematiniam uždaviniui. Pirmą uždavinio dalį teisingai išsprendė mažiau nei pusė (tik 49%) moksleivių, o antrą teisingai išsprendė ir du taškus gavo tik 31% moksleivių (dar 8% moksleivių darbai buvo įvertinti vienu tašku). Prisiminkime lentelėje pateiktą informaciją — klaidingą uždavinio sąlygą išsitašė ir uždavinį teisingai išsprendė didesnė dalis abiturientų. Tad gal klaidingi uždaviniai lengvesni? Tikrai stebinant šios matematinio uždavinio istorijos pabaiga.