



Pradėdama antruosius veiklos metus Lietuvos jaunųjų matematikų mokykla 1999-2001 mokslo metams priėmė 439 moksleivius. Moksleiviai sprendė stojamosios užduoties uždavinius, juos spausdiname šiame skyrelyje. Mokykla yra dvimetė. Jos programa sudaryta atsižvelgus į vidurinės mokyklos matematikos programas. Mokslą planuojama baigti 2001 metų kovo mėnesį uždavinių sprendimo konkursu Vilniaus universitete.

Jaunųjų matematikų mokyklos užduotys ir metodinė medžiaga skelbiamos Švietimo ir mokslo ministerijos informaciniame leidinyje bei Interneto svetainėje <http://www.mif.vu.lt/ljmm>.

Sėkmingai baigę mokyklą moksleiviai gaus Lietuvos jaunųjų matematikų mokyklos baigimo pažymėjimus.

## 1999–2001 mokslo metų programa

1. Funkcija. Apibrėžimo sritis. Grafikas. Funkcijos monotoniskumas, didžiausia ir mažiausia reikšmės uždaramame intervale, iškilosios funkcijos.
2. Apskritimo geometrija. Apibrėžtiniai ir įbrėžtiniai daugiakampiai. Taisykliniai daugiakampiai.
3. Skaičiaus modulis algebros uždaviniuose.
4. Figūrų panašumas.
5. Lygčių ir nelygybių bei jų sistemų ekvivalentumas.
6. Indukcija.
7. Trigonometrija, kartografija, muzika.
8. Urnų schemas. Loterijos. Statistinė fizika, biologija.

### Stojamoji užduotis

1. Du automobiliai vienu metu išvyksta iš vietovių  $A$  ir  $B$  vienas priešais kitą. Atvykę į galinius punktus, apsisuka ir važiuoja atgal. Pirmą kartą jie susitiko 30 km atstumu nuo vietovės  $A$ , o antrą kartą – 40 km atstumu nuo vietovės  $B$ . Abu automobiliai važiuoja pastoviais greičiais. Raskite atstumą tarp vietovių  $A$  ir  $B$ .
2. Name yra daugiau nei 100 vieno, dviejų, trijų ir keturių kambarių butų. Dviejų kambarių butų yra 4 kartus daugiau negu vieno kambario, o trijų – keletą kartų daugiau negu vieno kambario butų. Jeigu trijų kambarių butų skaičius būtų 5 kartus didesnis, tai jis būtų

143 didesnis už dviejų kambarių butų skaičių. Kiek šiame name yra vieno kambario butų?

3. Įrodykite, kad lygtis  $x^3 - 3x^2 + 2x + 1999 = 0$  neturi sveikųjų šaknų.

4. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} x^4 - y^4 = 15, \\ x^3y - xy^3 = 6. \end{cases}$$

5. Įrodykite, kad  $\sin 70^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 10^\circ = \frac{1}{8}$ .

6. Realiųjų nelygių nuliui skaičių aibėje apibrėžtas veiksmas, kuris žymimas  $\bullet$  ir turi šias savybes:  $x \bullet x = 1$ ;  $(xy) \bullet z = x(y \bullet z)$ . Apskaičiuokite  $12 \bullet 20$ .

7. Supraskite reiškinių:

$$\left[ \left( \frac{b}{b-a} \right)^{-2} - \frac{(a+b)^2 - 4ab}{a^2 - ab} \right] \cdot \frac{a}{a^2b - ab^2 - b^3}$$

8. Raskite lygties mažiausiąjį sprendinį:

$$\frac{15x^2 - 1}{28x} + \frac{7x}{15x^2 - 1} = 1.$$

9. Trikampio  $ABC$  pusiauakrastinė  $BD$  padalyta į 4 lygias dalis. Per viršūnę  $A$  ir trečiąjį dalijimo tašką (skaičiuojant nuo viršūnės  $B$ ) išvesta tiesė, kertanti trikampio kraštinę  $BC$  taške  $E$ . Raskite trikampių  $AEC$  ir  $ABC$  plotų santykį.

10. Ant stalo padėti 4 vienodo spindulio besiliečiantys rutuliai. Ant viršaus uždėtas penktasis tokio pat spindulio rutulys, liečiantis pirmuosius keturis. Raskite penktojo rutulio centro nuotolį nuo stalo plokštumos, jeigu rutulių spinduliai lygūs 5 cm.

### Pirmoji užduotis

1. Raskite funkcijos

$$f(x) = \sqrt{x^2 - x - 12} + \frac{1}{\sqrt{35 + 2x - x^2}}$$

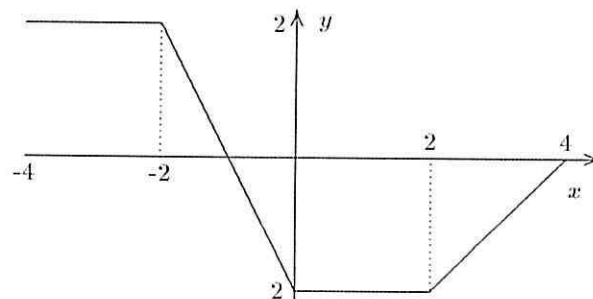
apibrėžimo sritį.

Su kuriomis parametro  $a$  reikšmėmis funkcija

$$f(x) = \sqrt{(a-3)x^2 + 2(a+3)x + a+1}$$

apibrėžta tik viename taške?

2. Nubraižykite funkcijos  $f(x) = \left| \frac{8-3|x|}{|x|-2} \right|$  grafiką. Nubraižykite funkcijos  $f(x) = 2|f(1-2|x|)|$  grafiką, jei funkcijos  $y = f(x)$ ,  $-4 \leq x \leq 4$  grafikas pavaizduotas brėžinyje.



•••  $\alpha + \omega$  •••

3. Su kuriomis parametro  $a$  reikšmėmis funkcija  $f(x) = (a - 1)x^2 - 2ax - 2$  mažėja intervale  $[1; 3]$ ?
4. Su kuriomis parametro  $a$  reikšmėmis kvadratinio trinomio  $f(x) = 4x^2 - 4ax + a^2 - 2a + 2$  mažiausia reikšmė intervale  $[0; 2]$  lygi 3?
5. Raskite lygties  $\min(2x^2 - x - 1, x + 5) = a$  šaknų skaičių priklausomai nuo parametro  $a$  reikšmės.
6. Į spindulio  $R$  rutulį įbrėžtas ritinys. Kokie turi būti ritinio matmenys, kad jo tūris būtų didžiausias?
7. Trikampio viduje raskite tašką, kurio atstumų iki trikampio kraštinių sandauga būtų didžiausia.
8. Viename inde yra 5 kg druskos tirpalo, o kitame – 20 kg kito druskos tirpalo. Garuojant vandeniui, druskos koncentracija pirmame inde padidėjo  $m$  kartų, o antrame inde –  $n$  kartų. Koks vandens kiekis išgaravo iš abiejų indų kartu, jeigu žinoma, kad  $m \cdot n = 9$ .
9. Įrodykite, kad lygtis

$$4x^2 + 4x + 17 = \frac{12}{x^2 - x + 1}$$

neturi sprendinio.

10. Įrodykite, kad su visais realiaisiais skaičiais teisinga nelygybė

$$8(x^4 + y^4) \geq (x + y)^4.$$

### Lietuvos jaunųjų matematikų mokyklos taryba

---

Jaunimas gali būti dvasiškai apnuodytas. Bevertė meno ir literatūros produkcija, kurią gamina reklamos ir pramogų pramonė, kelia grėsmę jaunimui ne todėl, kad ji užnuodija natūralius moralės ir skonio šaltinius, bet todėl, kad jos vartojimas nereikalauja aktyvumo. Yra vienas būdas apsiginti – žadinti proto aktyvumą – beveik nesvarbu kokioje srityje. Vaikas, kuris pats veikdamas atrado mokslą, meną ar moralę, yra apsaugotas nuo dvasios užkrato kaip nuo fizinio užkrėtimo pavojaus.

Hans Freudenthal,  
*Mathematics as an Educational Task*,  
Dordrecht: D. Reidel Publishing Co., 1973, p.58.