Po Alfa + omega skliautais

Daktaras Matas susimąstęs žvelgė į laikrodį. Rodyklės rodė 6 val. 55 min. vakaro.

– Įdomu, po kiek laiko minutinė rodyklė pavys valandinę? – pusbalsiu ištarė pats sau.

– Kažin kodėl tai man parūpo? – dar pagalvojo.

– Lygiai po 43 ir 2/11 minučių, – atsiliepė mokytoja Liucija. – Tai dabar žino apie 10 tūkstančių šių metų abiturientų.

– Taigi tai valstybinio matematikos egzamino uždavinys, – prisiminė daktaras Matas.

– Gerokai daugiau negu egzamino uždavinys, – tarė profesorius Antanas, kuriam kartais atrodydavo, kad negailestingi egzaminų rengėjai sugalvoja pernelyg sunkius uždavinius. – Tarkime, valandinė rodyklė yra vėžlys, o minutinė – Achilas. Ar kas nors iš tikrųjų supranta, kodėl Achilas paveja vėžlį?

– Arba kodėl vaikosi, – nusijuokė Giedrius.

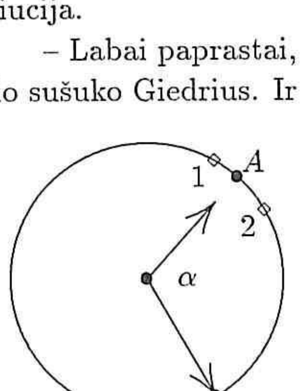
– Gali būti, kad tas lenktynes mes suprantame ne ką geriau negu Antikos graikai, – tarė docentė Odeta. – Tačiau nesuprasdami kodėl, mes labai gerai mokame nustatyti, po kiek laiko.

– Ir kurioje vietoje, – pridūrė doktorantas Darius. – Pradėkime nuo vidurdienio, kai abi laikrodžio rodyklės yra vienoje tiesėje. Iki vidurnakčio valandinė nukeliaus vieną apskritimą, o minutinė – dvylika. Taigi minutinė rodyklė lygiai 11 kartų pavys valandinę. Kadangi laikotarpis tarp gretimų pavijimų yra tas pats, tai jis lygus $T = 12/11$ val., o n-ojo pavijimo laikas $T_n = nT$, $n = 1, \ldots, 11$. Šiuos ypatingus taškus vertėtų pažymėti ant ciferblato!

– Man kilo mintis, kaip sukonstruoti kitokį laikrodį, – tarė Giedrius. – Nekeiskime valandinės rodyklės judėjimo greičio, tačiau minutinę pagreitinkime tiek, kad per 12 valandų ji ne 11, bet 12 kartų pasivytų valandinę. Tada po kiekvieno sveikojo skaičiaus valandų rodyklės bus susitikę.

– O kaip tada galėtume nustatyti minučių skaičių? – paklausė mokytoja Liucija.

– Labai paprastai, net ciferblato nereikia keisti! – pagautas atradėjo įkarščio sušuko Giedrius. Ir nubraižė ant servietėlės laikrodį.



– Jeigu kampą tarp valandinės ir minutinės rodyklių neigiamąja kryptimi išmatuosime minutėmis (pakanka suskaičiuoti, kiek minutinių padalų yra lanke AB), tai galėsime tvirtinti, kad šis laikrodis rodo 1 val. α minučių.

– Ir kuo gi šis laikrodis pranašesnis už tradicinį? – pasiteiravo Darius.

••• $\alpha + \omega$ •••

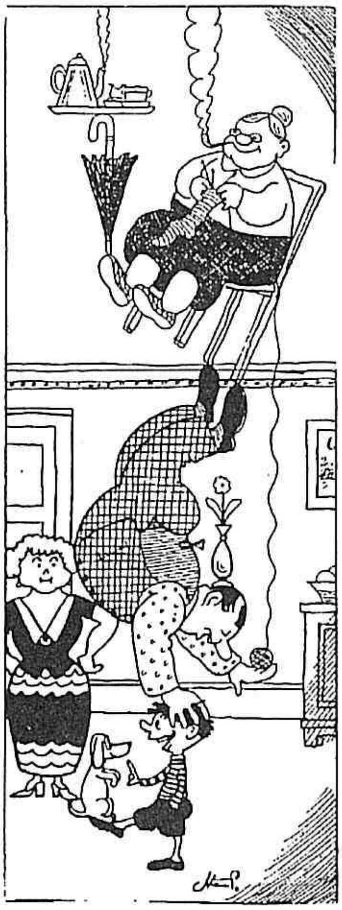
– Na, toks laikrodis gali būti naudingas net su visai švariu, be jokių padalų ciferblatu. Mes vis dėlto galėtume tiksliai žinoti, kada yra sveikasis valandų skaičius ir beveik tiksliai – kada praėjo 1,2 ar trys ketvirčiai.

Įtikinti tokio laikrodžio nauda kavinės lankytojai ėmė skaičiuoti, kiek reikia pagreitinti minutinę rodyklę. Atsakymas žinoma akivaizdus: jei minutinė rodyklė juda n kartų greičiau už valandinę, tai ji ją pavys $n-1$ kartą.

– Na, o ką gi tvirtina šis teiginys, kai $n = 1$, t.y. kai valandinė ir minutinė rodyklės juda vienodu greičiu? – turbūt paklaustų kuris nors kritiškai nusiteikęs kavinės lankytojas. – Kaip galima teigti, kad nepavys nė karto, jei rodyklės niekada neišsiskiria?

– Tik pakeiskime žodį „pavys" žodžiu „pralenks", – atsakytume jam.

Pokalbį užrašė Vytautas Gylys



Kas tikrai nori, tas ir sugeba.

Nugirsta kavinėje.

••• $\alpha + \omega$ •••

Beveik tikros istorijos

Paskaita trims

Daugelis mūsų skaitytojų turbūt žino Hugo Šteinhauzą[1] kaip matematikos populiarinimo knygos „Matematinis kaleidoskopas" autorių. O štai ką apie jį prisimena Markas Kacas.[2]

Šteinhauzo paskaitų kursą mažai kas lankė. Vieną dieną atėjau tik aš ir dar vienas studentas. Šteinhauzas, vos žvilgtelėjęs į ištuštėjusią auditoriją, perskaitė paskaitą; pabaigoje aš paklausiau:

– Koks yra mažiausias dalyvių skaičius auditorijoje, kad paskaita įvyktų?

– *Tres facit collegium,*[3] – atsakė profesorius.

Tačiau kitą kartą į paskaitą atėjau tik aš vienas. Kai profesorius pradėjo kalbėti, aš jį pertraukiau:

– O kaipgi *tres facit collegium*?

– Dievas visada dalyvauja, – pareiškė profesorius ir perskaitė paskaitą iki galo.

Tarp kitko, Šteinhauzas buvo viešai pareiškęs, kad yra ateistas.

Pagal *Mark Kac, Enigmas of Chance, New York, 1985, p. 38.*

Uždavinys apie dviratininkus ir musę

Štai gerai žinomas uždavinys. Du dviratininkai pradeda važiuoti vienas priešais kitą, vienas iš šiaurės į pietus, kitas – iš pietų į šiaurę. Pradinis atstumas tarp dviratininkų – 20 km, kiekvienas važiuoja pastoviu 10 km/val greičiu. Jiems pradėjus važiuoti nuo pietinio dviratininko dviračio priekinio rato pakilo musė ir 15 km/val greičiu nuskrido šiaurės link. Pasiekusi šiaurinio dviratininko dviračio priekinį ratą ji apsisuko ir nuskrido į pietus ir taip toliau. Kokį atstumą musė nuskris, kol žus tarp dviejų susilietusių dviračių ratų?

Vienas iš sprendimo būdų yra toks: surasti, koks pirmosios kelio atkarpos ilgis, po to antrosios, trečiosios,... ir gauti atsakymą susumavus begalinę eilutę. Tačiau uždavinį galima išspręsti žymiai paprasčiau: kadangi dviratininkai susitiks po 1 valandos, tai musė nuskris $1 \times 15 = 15$ km.

Kai šį uždavinį kažkas suformulavo J. Neumannui,[4] jis pasakė atsakymą akimirksniu.

---

[1] Hugo Steinhaus (1887–1972) – lenkų matematikas, vienas iš lenkų matematikos mokyklos kūrėjų.

[2] Mark Kac, g. (g. 1914 m. Kremenece, netoli Lvovo) – amerikiečių matematikas.

[3] Trys sudaro kolegiją (lot.).

[4] John (Janos) Neumann (1903–1957) žymus amerikiečių matematikas, gimęs ir studijavęs Budapešte. Jis garsėjo nepaprastai greita reakcija ir sugebėjimu greitai skaičiuoti.

– Vadinasi jūs jau žinojote tą gudrybę, – nusivylė pašnekovas.

– Kokią gudrybę? – paklausė Neumannas. – Aš paprasčiausiai susumavau begalinę eilutę!

Pagal *Paul Halmos, The Legend of John von Neumann, Amer. Math. Monhtly, 80 (1973), p. 386.*

Išsisklaidžiusi antipatija

Ernstas Zermelo ir Kurtas Gödelis[5] dalyvavo toje pačioje konferencijoje, bet nepažinojo vienas kito. Dar daugiau, Zermelo buvo kažkuo nusivylęs ar įžeistas ir jokiu būdu nenorėjo susitikti su Gödeliu.

Kalnų viešbutyje buvo rengiami pietūs. Juose ketino dalyvauti keli Zermelo draugai, norėję pakviesti ir Gödelį. Tačiau Zermelo, kurs klaidingai buvo palaikęs kitą žmogų Gödeliu, pareiškė, kad jis negalėtų kalbėtis su žmogumi, kurio toks kvailas veidas. Kai nesusipratimas buvo paaiškintas, Zermelo pasakė, kad jeigu Gödelis bus pakviestas, gali neužtekti maisto.

– O be to, – dar pridūrė Zermelo, – lipti į kalnus man per sunku.

Gödelis nieko nežinojo apie šią antipatiją, todėl jį kažkas pristatė Zermelo. Ir čia įvyko stebuklas. Jiedu bematant įsigilino į matematinius svarstymus, ir Zermelo, pats to nejausdamas pradėjo kopti į kalnus.

Pagal *Olga Taussky-Todd, An autobiographical essay, in: Mathematical People, Boston, 1985, p. 318.*

[5] Ernst Zermelo (1871–1953) – vokiečių matematikas, vienas iš aibių teorijos kūrėjų. Kurt Gödel (1906–1978) – austrų logikas ir matematikas, 1940 m. emigravo į JAV.

1999 Nr. 1

Summaries

Reviews

Juozas Mačys
Let's make the acquaintance with the functional equations

An essay on the functional equations is devoted mainly to the teachers and pupils of the secondary schools. A lot of examples of functional equations with the solutions are given. The Caushy functional equation and its use is explained in details.

Giedrius Alkauskas
The functional equations in the mathematical competitions

The functional equations, most of them elementary, requiring however ingenuity for the solution are considered. The basic tricks and ideas are illustrated on the examples.

Actualities

Romualdas Kašuba
Thoughts on the 48-th Lithuanian mathematical olympiad

Some issues of the mathematical competition and ideas for the further development are considered.

Vilius Stakėnas
The book about the problems

A review on the translation of the book R. Lassaigne and M. Rougemont „Logique et complexité" into Lithuanian.

History of mathematics

Algirdas Ažubalis
The 125th anniversary of Marcelinas Šikšnys

An essay on the life and work of Marcelinas Šikšnys, teacher of mathematics and author of the textbooks, written in Lithuanian for the secondary schools.

Juozas Banionis
The international contacts of
lithuanian mathematicians between the World Wars

An essay about the first attempts of lithuanian mathematicians to develop contacts on the international mathematical scene.

$\bullet\bullet\bullet\ \alpha+\omega\ \bullet\bullet\bullet$

Jürgen Flachsmeyer
Squaring and rectification of the circle

Some constructions known from the Rhind papyrus, works of Dürer and Kochanski related to the squaring and rectification of the circle are considered.

Teaching of mathematics

O.A.S. Karamzadeh
Generalization in mathematics

Three problems of geometry (the first one is the Heron's problem) are considered with the aim to show how the basic idea can be applied in apparently different contexts.

The Lithuanian school of young mathematicians

Antanas Apynis, Eugenijus Stankus
The first year of the Lithuanian school of young mathematicians

The results of the first year of activity are reviewed.

The „Alpha + omega" seminar

Peter Taylor
Solutions of the Sock Problem

Two solutions of the problem posed by the author in a previous issue of the journal are presented.

Problems

A selection of mathematical problems.

Curiosa mathematica

Cryptocolumn

The traditional column of the journal is devoted to the Merkle-Hellman (or KNAP-SACK) kryptosystem.

Romualdas Kašuba
On giving money

Solution of an elementary problem is explained avoiding the usual machinery of algebraic equations.

Under the vaults of „Alpha + omega"

The frequenters of the mathematical café have a discussion on the problem about the motion of the minute and hour hands of a clock.

Almost true stories

Some funny stories about the famous mathematicians

• • • $\alpha + \omega$ • • •

SL 334. 1999 01 25. 14,5 leidyb. apsk. l. Tiražas 400 egz. Užsakymas 7.
Išleido Lietuvos matematikų draugija, Naugarduko 24, 2006 Vilnius.
Spausdino AB „Informacinio verslo paslaugų įmonė“
Gedimino pr., 31, 2746 Vilnius