Vilius Stakėnas

Knyga apie problemas

Richard Lassaigne, Michael de Rougemont, *Logika ir algoritmų sudėtingumas*. Vilnius: Žara, 1999. Iš prancūzų kalbos vertė Stanislovas Norgėla.

Jeigu kas sumanytų pakartoti Broniaus Kviklio žygdarbį ir parašyti naujus „Mūsų Lietuvos" tomus, vertėtų pradėti nuo kelionės po visus miestus, miestelius ir žymesnes vietoves. O kelionės prasideda nuo žemėlapių. Išsitiesęs ant stalo šalies žemėlapį, mūsų keliautojas imtų tyrinėti kelių raizginį ir planuoti savo maršrutus. Įvairūs klausimai galėtų jam kilti. Pavyzdžiui:

- *Ar įmanoma žemėlapyje nurodytais keliais nukeliauti iš Andrioniškio į Bijutiškį?*
- *Ar galima aplankyti visus Rokiškio rajono miestus ir miestelius ir niekur neužsukti dukart?*
- *Jeigu įmanomi keli tokie maršrutai, tai kuris pats pigiausias?*

Tyrinėjimai parodytų, kad vieni uždaviniai sprendžiami greičiau, kitiems reikia daugiau laiko. Kaip tokie klausimai atrodo matematikų akimis? Tikintis atsakymo, pravartu prisiminti kandoką J. V. Getės pastabą, kad matematikai viską išverčia į savo kalbą, o išvertę – gauna visai ką kita.

Knygos pavadinimas nurodo dvi sritis, kurias autoriai stengiasi „suausti" į darnią visumą. Labai trumpai ir todėl neaprėpiant daugybės aspektų ir subtilybių galima pasakyti, kad knygoje matematiniu požiūriu nagrinėjami tokie klausimai: kas yra problema ir jos sprendimas, kaip problema užrašoma logikos formulėmis, kaip vertinti problemos sudėtingumą ir pagal jo lygį klasifikuoti problemas. Nors knygoje yra tikrai daug pavyzdžių, ne konkrečių algoritmų aprašymas ir vertinimas yra pagrindinis motyvas. Daugiausia dėmesio skiriama uždavinių klasifikavimui į klases pagal jų sudėtingumą. Pats sudėtingumas taip pat vertinamas dviem aspektais: atsižvelgiant į sprendimui reikalingą laiką arba naudojamos atminties kiekį.

Trys paminėtos problemos suformuluotos matematine kalba skamba taip:

- *Duotas neorientuotas grafas ir dvi jo viršūnės s, t. Ar egzistuoja kelias, jungiantis s ir t ? (Pasiekiamumo grafe problema.)*
- *Duotas neorientuotas grafas. Ar egzistuoja ciklas, kuriuo visas viršūnes galima apeiti, apsilankant kiekvienoje tik po vieną kartą? (Hamiltono ciklo problema.)*
- *Duotas neorientuotas grafas, kurio briaunoms priskirti svoriai (arba kainos). Koks yra minimalios kainos Hamiltono ciklas? (Komercijos keliautojo problema.)*

Šios problemos knygoje žymimos santrumpomis UGAP, HAM ir TSP. Apskritai knygoje knibžda santrumpų. Kai kurios sudarytos iš lietuviškų, bet dauguma iš angliškų žodžių. Dauguma jų – akivaizdžios arba paaiškintos, tačiau už jų kilmę paaiškinantį sąvadą knygos gale skaitytojas būtų buvęs dėkingas.

••• $\alpha + \omega$ •••

Tačiau grįžkime prie problemų. Akivaizdu, kad problemos sudėtingumas priklauso tiek nuo pradinių duomenų, tiek nuo paties klausimo. Geriausia pradinių duomenų apimtį vertinti vienetų-nulių eilutės, kurią gauname pagal pasirinktą kodavimo taisyklę užrašę duomenis, ilgiu. Tarkime, tiriame kokią nors problemą π, kurios pradinius duomenis žymėsime x, o $|x|$ – jų ilgį. Tada problemos sudėtingumą galima nusakyti funkcija (vadinkime ją laiko funkcija):

$$T(n) = \max\{t(x) : |x| = n\};$$

čia $t(x)$ yra elementariųjų operacijų skaičius, reikalingas problemai su pradiniais duomenimis x išspręsti. Tačiau kas yra tos elementariosios operacijos ir kaip jos viena po kitos pasirenkamos? Kitaip sakant, kokiais skaičiavimo modeliais (Turingo mašinomis) tos problemos sprendžiamos? Knygoje nagrinėjami įvairūs modeliai: determinuotieji, nedeterminuotieji, tikimybiniai... Klasikinė matematika geriausiai žino du problemų sprendimų būdus:

- *pagal tam tikras taisykles atliekami veiksmai ir garantuotai gaunamas atsakymas (pavyzdžiui, dauginant skaičius);*
- *tam tikra idėja įspėjama (susapnuojama, nugirstama, nežinia kokiais būdais įgyjama), ir, atlikus tam tikrus veiksmus, randamas atsakymas.*

Sudėtingumo teorijoje šiuos sprendimo būdus atitinka determinuotos ir nedeterminuotos Turingo mašinos. Pavyzdžiui, determinuota Turingo mašina pasiekiamumo grafe problema išsprendžiama per polinominį laiką, t.y. egzistuoja polinomas $p(n)$, kad visiems n teisinga nelygybė $T(n) \leqslant p(n)$. O Hamiltono ciklo problema per polinominį laiką išsprendžiama nedeterminuota Turingo mašina. Ar egzistuoja jos polinominio laiko sprendimas ir determinuota Turingo mašina – nežinia. Galbūt skaitytojas nustebs, jei pasakysime, kad šį klausimą galima pavadinti vienu iš svarbiausių kito šimtmečio matematikos uždavinių. Jei netikite – pastudijuokite šią knygą.

Neturėjome tikslo analizuoti, kas ir kaip dėstoma šioje knygoje. Veikiau – kuo paprasčiau paaiškinti, ko galima ir ko ne iš jos tikėtis. Žinoma, išvydus simbolių, santrumpų ir formulių rezginį galima išsigąsti. Tačiau įveikęs pirmuosius sunkumus ir susikūręs sąvokoms savąjį raktą, skaitytojas turbūt susižavės paskutiniais amžiaus dešimtmečiais sukurta matematika, kuri kartais vadinama diskrečiąja matematika, kartais informatika, nors iš tikrųjų tai yra *mathématique sans frontières.*

Norėtume paminėti dar du dalykus. Knygą visai neblogai išleido leidykla „Žara“, kurios leistų matematikos knygų anksčiau neteko matyti. Taigi ir matematinių knygų leidyboje atsiranda konkurencija. Leidybą finansavo finansinė-pramoninė grupė STATUS. Tai kol kas nedažna verslo pasaulio parama grynajam mokslui. Ši knyga yra ne apie ekonomikos, bet apie matematikos problemas, tačiau įstengęs perprasti pastarąsias universiteto absolventas turėtų būti viltingai laukiamas visur.