

Paulė Grebenečenkaitė

Matematikos baigiamiesiems egzaminams artėjant

Tik mokytojai praktikai gerai žino tiek mokinių galimybes, tiek sunkumus, su kuriais jie, besimokydami matematikos, susiduria. Kiekvienas patyręs mokytojas turi sukaupęs ir savo metodinių receptų, ir uždavinių. Deja, dalijamasi jais menkai. Būtų pravartu parengti ir išleisti uždavinių rinkinius, kuriuose atsispindėtų įvairių matematikos mokytojų darbo stilius ir patirtis. Mūsų šalis nedidelė, tad net ir mokytojai iš atokiausių Lietuvos kampelių turėtų dalyvauti kuriant egzaminų užduotis.

Šiame straipsnyje pateikiu dalį savo užduočių, kurių naudoju kartodama su mokiniais įvairias matematikos temas. Jomis siekiama ne tik patikrinti matematines žinias bei gebėjimus atlirkti matematines operacijas, bet ir ugdyti mokinių reakciją bei mąstymą. Geriausiai tam tinka užduotys, kuriuose apie įprastinius matematinius objektus klausama šiek tiek netikėtų dalykų.

Kvadratinė funkcija

Šie uždaviniai skirti mokinių reakcijai tikrinti. Jie nesunkūs tiems mokiniams, kurie gerai išmoko interpretuoti kvadratinės funkcijos sąryšius geometriškai.

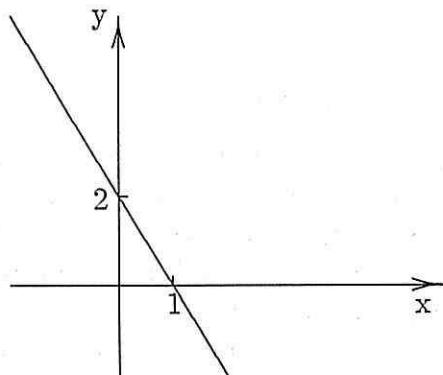
- Kokioms sąlygomis esant funkcija $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) yra teigiamą su bet kuria x reikšme?
- Kokioms sąlygomis esant funkcija $y = ax^2 + bx + c$ įgyja maksimumą, lygū 0?
- Nustatykite funkcijos $f(x) = ax^2 + bx + c$ koeficiente a ženklą, jeigu su visais $x_2 > x_1 > -\frac{b}{2a}$ teisinga nelygybė $f(x_2) \geq f(x_1)$.
- Kokioms sąlygomis esant funkcijos $y = ax^2 + bx + c$ grafikas kerta Ox aši taškuose, kurių abscisės moduliu yra lygios, bet priešingų ženklų?
- Kokioms sąlygomis esant parabolę $y = ax^2$ ($a \neq 0$) ir tiesę $y = -bx - c$ neturi bendrų taškų?

Funkcijos išvestinė

Šios užduotys skirtos patikrinti, ar mokiniai gerai suvokia išvestinės geometrinę ir mechaninę prasmę bei moka ją pritaikyti praktiniams uždaviniams.

- Raskite parabolės $y = -2x^2 + 5$ taškus, per kuriuos nubréžtos jos liestinės su Ox ašimi sudarytų lygiakraštį trikampį.

- Paveiksle pavaizduotas tiesinės funkcijos grafikas;
 - parašykite tiesės lygtį;
 - nubrėžkite tos funkcijos išvestinės grafiką toje pačioje koordinacių sistema;
 - apskaičiuokite figūros, apribotos funkcijos, jos išvestinės grafikais ir ordinacių ašimi, plotą.



- Reikia aptverti stačiakampio formos žemės sklypą, kurio plotas 294 m^2 ir padalyti jį į du lygius stačiakampio formos sklypus. Raskite tokius sklypo matmenis, kad tvoros ilgis būtų mažiausias.
- Taškas juda tiese pagal dėsnį $s(t) = 3t^2 + 4 \cos(0,5\pi t)$. Raskite taško greitį momentu $t = 2s$ (sekundės), jeigu kelias s matuojamas centimetrais.
- Ar turi funkcijų $y = 5x^2 - 2x + 3$ ir $y = x^2 + 2x + 2$ grafikai bendrą liestinę, nubrėžtą per jų bendrą tašką?
- Kvadratinio skardos lapo su 42 cm kraštine kampuose išpjauti vienodi kvadratai ir iš likusios dalies suklijuota atvira dėžutė. Raskite išpjautų kvadratų kraštines, kad dėžutės tūris būtų didžiausias.

Trigonometrinės funkcijos

- Ar turi prasmę šie reiskiniai:

$$a) \arcsin \frac{x^2}{1+x^2}; \quad b) \arccos \frac{1+x^2}{x^2}?$$

- Kuriam ketvirčiui priklauso x , jei
a) $|\sin(-x)| = -\sin x$; b) $|\cos(-x)| = -\cos x$?

- Raskite funkcijos

$$y = \frac{\sqrt{(2-x)(x-4)}}{\sin x}$$

- apibrėžimo sritį.
- Nustatykite skirtumo $\sin \sqrt{5} - \sin \sqrt{3}$ ženklą.
 - Išspręskite lygtį $\sin x^2 = 0$.

- Raskite funkcijos $y = 2 - 3 \cos^2 x$ reikšmių sritį.

Geometrija

Kartodama geometriją, pateikiu užduotis, reikalaujančias pritaikyti matematiką praktinėms situacijoms.

- Ritinio formos indo ašinis pjūvis yra kvadratas. Į indą su vandeniu panardintas rutulys, liečiantis indo dugną, ritinio paviršių ir viršutinį vandens, užpildančio indą iki viršaus, lygi. Po to, kai rutulį išėmė, vandens lygis nukrito iki 10 cm. Raskite rutulio tūrį.
- Kiek skardos prireiks pagaminti kubo formos indui, į kurį tilptų 27 litrai, jei siūlėms reikia 5% jo paviršiaus ploto.
- Kokiu matmenų kubą galima panardinti į ritinio formos indą, kurio pagrindo skersmuo 9 dm, taip, kad vandens lygis pakiltų 10 cm?
- Ritinio pagrindo spindulys lygus 2, o aukštinė 4. Ar tilps į šį ritinį rutulys, kurio tūris du kartus mažesnis už ritinio tūrį?
- Į stačiakampio gretasienio formos vonią, kurios pagrindo matmenys $10 \text{ dm} \times 12 \text{ dm}$, panardintas rutulys, kurio skersmuo 30 cm. Kiek pakilo vandens lygis vonioje?
- Kubo formos statinės aukštis lygus 15 cm. Kiek litrų vandens reikia išpilti iš jos, kad vandens lygis joje sumažėtų 12 cm?

Kombinatorika ir tikimybių teorija

Nagrinėdama kombinatoriką ir tikimybių teoriją, sprendžiu uždavinius, panašius į šiuos.

- Keliais būdais galima išrinkti 3 asmenų mokyklos tėvų komitetą, renkant jo narius iš 4 šeimų tėvų (žmonos ir vyro), jeigu:
 - jokių apribojimų nėra?
 - komitete negali būti dviejų vienos šeimos narių?
 - komitete turi būti dvi moterys ir vienas vyras?
- Stojantysis sprendė 20 uždavinių. Komisija, paėmusi jo darbą, nutarė patikrinti pusę atsitiktinai pasirinktų uždavinių. Stojantysis išsprendė klaidingai du uždavinius. Raskite tikimybes, kad:
 - visi tikrinti uždaviniai išspręsti teisingai;
 - vienas uždavinys buvo išspręstas neteisingai;
 - iš patikrintų uždavinių neteisingai išspręstas ne daugiau kaip vienas.
 Suformuluokite šiam įvykiui priešingą įvykį ir apskaičiuokite jo tikimybę.

Mano manymu, kiekvienai temai nesunku sugalvoti struktūruotų ir probleminių uždavinių. Sunkiau išmokyti mokinius juos spręsti, nes jie nebuvuo mokyti „apsukrumo“ matematikos. Po truputį reikėtų pratinti visuomenę suprasti, kad ne visi mokiniai gali pasirinkti A lygio egzaminą ir išlaikyti ji puikiai. Visuomenės nuomonė taip greit nepasikeis, todėl, mano galva, baigiamieji egzaminai neturėtų pasunkėti iš karto.