

Po Alfa + omega skliautais

Giedrius svarstė. Kaip ir dauguma žmonių, jis sąmonės gelmėje tikėjo „mažųjų skaičių dėsnium“. Šįkart tas dėsnis šnibždėjo, kad, šitiek metų beveik nė karto nebandžius laimės loterijoje, dabar gali pasisekti.

– Tačiau kokius skaičius turėčiau užbraukti, – galvojo jis. – Pasirinkti juos iš svarbių mano gyvenimo datų? O gal iš žymių matematinių konstantų?

– Jeigu nusprendei pabandyti, – tarė daktaras Matas, pastebėjęs jo dvejones, – užbrauk kelis iš eilės einančius skaičius. Geriausia pradėti nuo vieneto. Tai pati naudingiausia strategija.

– Daugeliui taip neatrodo!

– Būtent dėl to ji ir geriausia! Kadangi niekas nedrįs pasikliauti tokia skaičių seka, laimėjimo atveju susižersi visą laimikį vienas.

– Žinoma, jis teisus, – mąstė Giedrius. – Visų kombinacijų galimybės vienodos. Bet vis dėlto...

Ir jis užbraukė: 14 (pirmieji π skaitmenys po kablelio), 27 (gimimo dienos skaičius), 46, 51 (Galilėjaus gimimo metai, perskaityti dėl viso pikto iš kito galo)...

– Galėčiau judviem pasiūlyti žaidimą su iš eilės einančiais natūraliaisiais skaičiais, – šyptelėjęs tarė profesorius Antanas. – Pamatysite, kad jis abiem naudingas. Tarkime, ant dviejų kortelių aš užrašau po vieną skaičių, kurie skiriasi tik vienetu, pavyzdžiui, 12 ir 13. Kuris nors atsitiktinai pasirenka vieną kortelę, kitas pasiima antrąją. Jeigu abu sutinka žaisti – atverčia korteles. Tas, kurio numeris didesnis, moka partneriui kortelėje nurodytą sumą. Bet kuris gali atsisakyti žaisti, tačiau tai nė vienam nenaudinga. Panagrinėkime. Tarkime, Giedrius mato savo kortelėje skaičių k . Jis svarsto: su vienodomis tikimybėmis Mato kortelėje yra skaičius $k-1$ arba $k+1$. Galima laimėti $k+1$, o pralaimėti – k . Taigi laimėjimo vidurkis

$$\frac{1}{2}(k+1) - \frac{1}{2}k = \frac{1}{2}$$

yra teigiamas ir lošti naudinga. Tačiau Matas, lygiai taip pat samprotaudamas, nusprendžia, kad ir jam lošimas naudingas!

Kavinės lankytojai nusijuokė: vieni todėl, kad žinojo, kur čia šuo pakastas, o kiti – kad nežinojo.

– Normalus žmogus niekada neprisipažins, kad tiki dviem priešingais dalykais vienu metu, – tarė docentė Odeta. – Tačiau kalbant apie atsitiktinius įvykius, toks prieštaravimas dažnai pasitaiko. Paklauskite bet kurį žmogų, ar

paprasciausia metalinė moneta turi atmintį, t. y. ar ji atsimens, kokia puse į viršų ji krito, kai kas nors ją kelis kartus metė. Jis pamans, kad šaipotės. Tačiau dešimt kartų iš eilės simetriškai monetai kritus herbu į viršų, ar daugelis lošėjų ir vienuoliktuoju metimu tikėsis herbo?

– O mane, – tarė doktoranatas Darius, – stebina tai, kad žmonės stebisi visai ne tais dalykais, kuriais verta. Padarykime tokį mintinį eksperimentą. Du žmonės susitaria namuose atsitiktinai atsiversti tą pačią, tarkime, 300 puslapių, knygą ir pranešti telefonu, kuriuos puslapius atvertė. Argi jie nenustebs, jeigu puslapis bus tas pats? Tačiau jei vienas iš jų atvers, tarkime, 127-ą puslapį, o kitas – 245-ąjį, argi stebėsis? O juk pastarojo įvykio tikimybė 150 kartų mažesnė už tikimybę, kad puslapiai bus tie patys!

– Ir aš prisiminiau istoriją apie knygų vartymą, – tarė profesorius Antanas. – Įspėju, kad kalbėsiu visai rimtai. Tais visai netolimais, tačiau labai nutolusiais metais (ar seniai, rodos, mokeisi mokykloje, tačiau, kai prisimeni logaritmines liniuotes...) *General Electric* kompanijos inžinierius F. Benfordas nešėsi į darbą storą logaritmų knygą. Jis nešė ją nugarėle žemyn ir žvilgtelėjęs į tarp viršelių suglaustus lapus pamatė, kad labiausiai ištepti pirmieji knygos puslapiai. Kuo toliau – tuo lapų briaunos švaresnės. „Kodėl žmonėms dažniau prisireikia pirmaisiais dešimtainiais skaitmenimis prasidedančių logaritmų?“ – galvojo jis. „Juk skaičių reikia visokių.“ Vėliau pasirodė, kad taip iš tikrųjų ir yra. Iš tikrovės gautų skaičių logaritmai tikrai dažniau prasideda pirmaisiais dešimtainiais skaitmenimis. Ši taisyklė vadinama Benfordo dėsnium. Atrodo, kad niekas kol kas negali to deramai paaiškinti.

– Aš galėčiau paaiškinti, – įsiterpė mokytoja Liucija, – kodėl daugelio matematikos knygų pirmieji puslapiai labiau ištepti negu paskutiniai.

Visi vėl linksmai nusijuokė.

– Vadinamojo sveiko proto santykis su tikimybių teorija, – tarė daktaras Matas, – panašus į santykį su filosofija. Kadangi filosofijoje naudojami tie patys žodžiai kaip ir kasdienėje kalboje (o aš manau, kad gerai suprastus dalykus galima paaiškinti paprastais žodžiais), tai manoma, kad gerai filosofuoti gali kiekvienas gerai mokantis kalbėti. *Tikimybė, tikėtina* – įprastinės kalbos žodžiai. Todėl kartais galvojama, kad vien juos panaudojus jau galima remtis tikimybių teorijos autoritetu.

– Gerai, kad paminėjote žodį *tikėtina*, – tarė mokytoja Liucija. Be svarstymų, kas mažiau, kas daugiau tikėtina, neapsieisime. Bet štai prie kokių išvadų galima priėti, logiškai analizuojant šią sąvoką. Tarkime, koks nors gamtos tyrinėtojas nori įrodyti, kad visos varnos juodos. Jo metodas kuo paprasčiausias – reikia surasti kiek galima daugiau juodų varnų. Kiekviena juoda

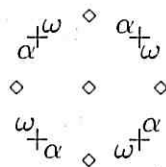
naujai sutikta varna daro jo teiginį labiau tikėtinu. Taigi darbas sunkus – bastymasis po laukus, varnų skaičiavimas... Tačiau yra būdas palengvinti jo triūsą. Logikos požiūriu teiginys **visos varnos yra juodos** yra ekvivalentus teiginiui **visi nejuodi objektai nėra varnos**. Taigi kiekvienas pavyzdys, darantis antrąjį teiginį labiau tikėtiną, patvirtina ir pirmąjį. Užuoat gaisęs laiką skaičiuodamas juodas varnas laukuose ir miškuose, mūsų tyrinėtojas gali apsilankyti, pavyzdžiui, paukštyne ir suskaičiuoti, kiek baltų žąsų patvirtina jo teiginį, kad visos varnos yra juodos.

Štai kokia diskusija vyko mūsų matematinėje kavinėje. Ji tęsėsi ir toliau, bet visko juk neapsakysi, o ir ranka pavargo. Jei skaitytoją sudomino tikimybių ir pseudotikimybių teorijos paradoksai, siūlome išstudijuoti kokį nors tikimybių teorijos vadovėlį ir paskaitinėti Gaboro Szekely knygą „Paradoksai tikimybių teorijoje ir statistikoje“.¹ Eilės tvarka čia svarbi!

Vytautas Gylys

¹ Knyga išleista ir anglų, ir rusų kalbomis.

1998



Nr. 2

Alfa plus omega

Summaries

Reviews

Ronald Brown

Mathematics and knots

The exhibition 'Mathematics and knots' is intended to present some methods to the general public. These methods and the design underlying the presentation are explained in the article.

Vilius Stakėnas

A half-century theory

The review is devoted to the 50th anniversary of Shannon's Communication Theory. Some topics of this theory, such as fixed-length codes, fixed-to-variable source coding, are explained on the elementary level.

Actualities

Antanas Laurinčikas

The International Congresses of Mathematicians

An essay on the history of congresses and impressions from the last congress in Berlin.

Romualdas Kašuba

In the mathematical olympiads

Review on the participation of lithuanian school-boys and school-girls at the mathematical tournaments of the year.

Vygantas Paulauskas

The International Conference on Probability Theory in Vilnius

An essay on the traditional 7th Conference on Probability Theory and Mathematical Statistics hold in Vilnius, 1998, July.

Mathematical ideas

Remigijus Lapinskas

As the world turns...

An exposition of the Poincaré recurrence theorem through the physical examples such as a system of planet with the satellites, behaviour of the gas molecules.

History of mathematics

Algirdas Ažubalis

Pranas Mašiotas and the didactics of mathematics

An essay on the life and work of Pranas Mašiotas, author of the textbooks, written in Lithuanian for the secondary schools in the first half of century.

Vygantas Paulauskas

J. W. Lindeberg and the central limit theorem

An essay about the finish mathematician J. W. Lindeberg. The importance of his work related to the central limit theorem is exposed in details.

Teaching of mathematics

Paulė Grebenečenkaitė

As the final examinations come nearer

The teacher shares hers experience in the preparation of the pupils to the final examination in mathematics with the readers.

The Lithuanian school of young mathematicians

Antanas Apynis

Some thoughts at the beginning of work

The Lithuanian school of young mathematicians is starting in 1999. The article is about the main goals and the programme of this school.

Henrikas Jasiūnas

The Lithuanian school of young mathematicians is starting again

The Lithuanian school of young mathematicians was organized in 1969 and continued its activities in the period of 20 years. The work of the school in this period is reviewed in this article.

Alfonsas Matuliauskas

Some reminiscences from the past

The details (some of them are funny) are remembered from the first period of the school.

Gediminas Stepanauskas

Fibonacci numbers

An article related to one of the topics of Lithuanian school of young mathematicians.

The „Alpha + omega“ seminar

Vadim Radchenko

The methods of proofs of the combinatorial relations in the problems of olympiads

An article on the construction and use of one-to-one correspondence in the combinatorial problems.

Vadim Radchenko

The mathematical olympiads in Ukraine: achievements and problems

The organisation and problems of the mathematical tournaments in Ukraine are reviewed.

Problems

A selection of mathematical problems.

Solutions

Solutions of the problems, published in the previous issues of the journal.

Curiosa mathematica

Cryptocolumn

The traditional column of the journal is devoted to the development of steganography since the Greek Antiquity.

Under the vaults of „Alpha + omega“

The frequenters of the mathematical café are together again. Their funny discussion is about the paradoxical judgements of probability theory.

Konferencija
Matematika ir
matematikos dėstymas

Kauno technologijos universitetas
1999 m. balandžio 8,9 d.

Kviečiame mokslo ir studijų institucijų atstovus, gimnazijų ir viduriniųjų mokyklų mokytojus bei vyresniųjų klasių moksleivius, aukštųjų mokyklų dėstytojus, doktorantus, magistrantus bei studentus, o taip pat asmenis, savo veikloje taikančius matematikos metodus, kartu apsvarstyti matematikos, jos taikymų ir mokymo problemas.

Konferenciją organizuoja Kauno technologijos universiteto Fundamentaliųjų mokslų fakultetas.

Organizacinis komitetas:

Pirmininkas – prof. V. Pekarskas, Fundamentaliųjų mokslų fakulteto dekanas

Pavaduotoja – doc. D. Šileikienė

Nariai: doc. N. Listopadskis, doc. R. Markauskas

Atsakinga sekretorė – doc. V. Karpickaitė

Adresas ir telefonai informacijai

Konferencija „Matematika ir matematikos dėstymas“

Studentų g. 50 – 217

3031 Kaunas

tel.: (27) 756472, FMF dekanas

tel.: (27) 729951 n. D. Šileikienė

E-paštas: Vidmantas.Pekarskas@fmf.ktu.lt

KTU WWW informacijos sistema <http://VM.KTU.LT>

Konferencija vyks 1999 m. balandžio 8, 9 d. 10 val.

Didžiojoje fizikos auditorijoje 325F

Elektronikos rūmuose (Studentų 50)

Svarbios datos:

Iki 1999 m. kovo 1 d. – atsiųsti anketas su pranešimų anotacijomis.

Iki 1999 m. kovo 15 d. – pateikti medžiagą leidiniui.

Konferencijos medžiaga

Visų pranešimų medžiagą numatoma išleisti atskiru leidiniu iki konferencijos, todėl prašome atsiųsti pagal žemiau pateiktus nurodymus kokybiškai atspausdintą tekstą (ne daugiau kaip 8 psl.), nuo kurio bus kopijuojama.

Teksto redaktorius *Microsoft Word 6.0*; lietuviškos abėcėlės kodų lentelė *Baltic Rim*; tvarkyklė *Winlika*; šriftas *Times LT*. Puslapių nenumėruokite.

Rankraštį sumaketuokite A4 formato lapuose viena skiltimi vienos eilutės protarpiu su tokiomis paraštelėmis: viršuje – 1,8 cm, apačioje – 9,8 cm, kairėje – 1,7 cm, dešinėje – 8,0 cm. Pastraipas pradėkite su 0,7 cm įtrauka. Skirtingoms rankraščio dalims naudokite tokio dydžio ir stiliaus šriftą:

	Šrifto dydis, pt	Šrifto stilius
Pavadinimas	14	pusjuodis
autorius	12	pusjuodis
organizacija	10	kursyvinis
pagrindinis tekstas	10	normalus
lentelės	9	normalus
literatūros sąrašas	9	normalus
anotacija	8	normalus

Pavadinimas ir anotacija (užsienio kalba, apie 600 ženklų) rašomi po pagrindinio teksto normaliu šriftu 8 pt.

Dalyvio anketa

Vardas

Pavardė

Pedagoginis mokslo vardas ir mokslo laipsnis

Organizacija

Pareigos

Adresas

.....

Telefonas, faksas (darbo ir namų)

E-paštas

Pageidaučiau dalyvauti konferencijoje ir daryti pranešimą tema

.....

Pranešimo bendraautoriai

SL 334. 1999 01 25. 14,5 leidyb. apsk. l. Tiražas 400 egz. Užsakymas 7.
 Išleido Lietuvos matematikų draugija, Naugarduko 24, 2006 Vilnius.
 Spausdino AB „Informacinio verslo paslaugų įmonė“
 Gedimino pr., 31, 2746 Vilnius