Alfa + omega seminaras

Mūsų seminaro svečias – matematikos profesorius Peter Taylor iš Australijos. P. Taylor 1972 metais filosofijos daktaro laipsniu baigė Adelaidės universitetą ir po to ėjo įvairias akademines pareigas Kanberos universitete. Šiuo metu jis yra Australijos matematinio fondo (*Australian Mathematics Trust*) atsakingasis sekretorius taip pat Nacionalinių matematikos olimpiadų ir tarptautinio miestų matematikos turnyro federacijos (*World Federation of National Mathematics Competitions and International Mathematics Tournament of Towns*) viceprezidentas. P. Tayloro interesų sritys – skaičiuojamoji matematika, matematinis ugdymas ir uždavinių sprendimo klausimai. Straipsnis parašytas specialiai mūsų žurnalui.

Peter Taylor

Matematinis ugdymas Australijoje

Australijoje mes didžiuojamės pastarųjų dvidešimties metų laikotarpiu sukurta moksleivių matematinių varžybų sistema. Šeštajame dešimtmetyje pradėtos rengti kai kurių valstijų olimpiados – pirmosios matematinės varžybos mūsų šalyje. Lyginant su tokiomis šalimis kaip Vengrija, atrodo, kad labai vėlai pradėjome. Iki pat 1976 metų dar nebuvome padarę pastebimų žingsnių rengdami nacionalines varžybas, kurios vėliau pasirodė būtinos sudarant komandas Tarptautinei matematikos olimpiadai. Tačiau jau 1997 metais mes grįžome iš šios olimpiados būdami devinti iš 82 šalių ir pirmą kartą patekę į dešimtuką. Be to, mes dar laimėjome 2 aukso, 3 sidabro ir bronzos medalį. Žinoma, mes nesitikime, kad tai kartosis kasmet, bet tai yra mažų mažiausiai ženklas, kad mūsų programa sėkminga.

Nors Australija žemėlapyje yra įspūdingo didumo, didžioji jos dalis yra dykynė. Jos gyventojų – tik 18 milijonų. Daugiausia jų sutelkta penkiuose didžiuosiuose pakrančių miestuose – Melburne, Sidnėjuje, Brisbane, Perte ir

Adelaidėje. Visi jie turi per milijoną gyventojų, Sidnėjus – beveik 4 milijonus. Iki 1901 metų Australiją faktiškai sudarė 6 šalys. Kadangi praeityje visi buvome Anglijos kolonija, gyvenome tame pačiame žemyne ir kalbėjome ta pačia anglų kalbos tarme, gerokai besiskiriančia nuo Anglijos ir Amerikos tarmių, pajutome, kad reikėtų susijungti į vieną valstybę.

Kadangi negalėjome sutarti, kuris iš mūsų miestų turėtų tapti sostine, nusprendėme pastatyti naują miestą. Taip Kanbera, esanti tarp Sidnėjaus ir Melburno tapo sostine ir iki šiol yra didžiausias nepakrantės miestas, turintis per 300 000 gyventojų. Jis išsidėstęs nuostabioje plynaukštėje, šiek tiek žemiau aukščiausiojo mūsų kalnų masyvo.

Australija ypač pasikeitė po II Pasaulinio karo. Nors šalis visada išlaikė ir išlaikys stiprų anglišką ir airišką (tarp pirmųjų atvykėlių iš Europos buvo daug nuteistų airių) pradą, nuo šiol Australija išties tapo daugelio kultūrų šalimi. Pirmiausia atsirito didelės imigrantų bangos iš Anglijos, Italijos ir Graikijos, daugelis atvyko iš Šiaurės bei Rytų Europos. Daugelis didesniųjų miestų, taip pat ir Kanbera, turi lietuvių klubus ir lietuvių bendruomenes, kurios palaiko ir plėtoja lietuvių kultūrą kaip ir kiti klubai, atstovaujantys įvairioms etninėms grupėms. Pastaraisiais metais Australija taip pat tapo migracijos iš daugelio Azijos kraštų centru, pradedant Viduriniaisiais Rytais (įskaitant Libaną ir Turkiją) ir baigiant Pietryčių Azijos valstybėmis, tokiomis kaip Vietnamas ir Kinija. Grįškime prie matematikos. 1976 metais mūsų grupė, mano kolegos, buvusio tuometinio atsakingojo Australijos matematikos fondo sekretoriaus vadovaujama, įkūrė tai, kas vėliau tapo Australijos matematiniu konkursu (AMK). Konkursas, kurio metu per 75 minutes reikia nurodyti, kurie iš atsakymų į 30 kruopščiai parinktas užduotis yra teisingi, tapo vienu sėkmingiausių pasaulyje. Tai pats didžiausias Australijoje visų rūšių renginys, kur dalyviai moka starto mokestį. Jo struktūra atsirado, pritaikius Kanados ir JAV konkursų modelį, tačiau savo ruožtu tapo pavyzdžiu panašiems konkursams Europoje (vadinamoji *Kengūra*) ir kitose šalyse.

Šiuo metu Australijos matematiniame konkurse (AMK) kasmet dalyvauja per 530 000 žmonių – kas trečias Australijos vidurinių mokyklų aukštesniųjų klasių moksleivis, taip pat dalyviai iš daugiau kaip 30 kitų šalių, daugiausia iš Azijos ir Ramiojo vandenyno regiono, tačiau keletas ir iš tolimosios Europos.

AMK sėkmė paskatino mus dalyvauti Tarptautinėse matematikų olimpiadose (TMO). Pirmą kartą dalyvavome 1981 metais Vašingtone. 1988 metais mes buvome TMO šeimininkai Kanberoje.

1991 metais mes nusprendėme imtis tam tikros tarpinio pobūdžio veiklos. Matematiniai jaunųjų australų turnyrai (*The Mathematics Challenge for Young Australians*) yra renginiai, kurių metu moksleiviai, paprastai dirbdami kartu su savo mokytojais, per 3 savaites bando išspręsti 6 tikrai sunkius uždavinius. Kasmet turnyre dalyvauja apie 14 000 moksleivių ir dar apie 6 000 kasmet dalyvauja tolimesnio ugdymo programoje. Šios ugdymo programos leidžia labiau, nei įmanoma mokykloje, įsigilinti į grynąją matematiką: logiką, algebrą, skaičių teoriją, diskrečiąją matematiką ir geometriją.

Mes vykdome ir keletą kitų programų. Kai kurie Australijos miestai dalyvauja Tarptautiniame matematiniame miestų turnyre, kurio administracija yra Maskvoje, tačiau jo užduotis moksleiviai gali atlikti savo mokyklose.

Mes taip pat esame didžiausi knygų apie uždavinių sprendimą ir nacionalines olimpiadas leidėjai. Taip pat remiame tarptautinę organizaciją, Pasaulinę nacionalinių matematikos olimpiadų federaciją, kuri padeda organizatoriams keistis informaciją apie savo veiklą.

Daugiau informacijos apie Australijos matematikos fondo veiklą galima rasti Interneto puslapyje, **www.amt.canberra.edu.au.**

Baigdamas pateiksiu keletą garsiausių AMK bei matematikos varžybų uždavinių. Kai kuriais atvejais esame gavę daug visiškai skirtingų to paties uždavinio sprendimų. Dėl to uždavinys tampa dar įdomesnis. Gal kas nors iš skaitytojų įstengs išspręsti uždavinius dar kitaip.

AMK (1983)

◇ ◇ ◇

Kanberos geografinė padėtis – $35°19'S$ pietų platumos. Žiūrint iš Kanberos, žemiausioji Pietų Kryžiaus žvaigždyno žvaigždė yra pakilusi $62°20'$ virš pietinio horizonto. Galime tarti, kad šviesos spinduliai nuo tos žvaigždės į bet kurią Žemės vietą sklinda lygiagrečiai. Tada šiauriausioji platuma, iš kurios matomas visas Pietų Kryžius, yra

(A) $0°$ (B) $27°01'S$ (C) $27°01'N$ (D) $7°39'N$ (E) $7°39'S$

AMK (1983)

◇ ◇ ◇

Ant skalbinių virvės padžioviau keturias poras kojinių. Kiekvieną porą sudaro visiškai vienodos kojinės, tačiau visų porų spalvos skirtingos. Keliais būdais galima sukabinti visas kojines, jei tos pačios poros kojinės negali kabėti greta?

(A) 792 (B) 630 (C) 2520 (D) 864 (E) 720

AMK (1992)

◇ ◇ ◇

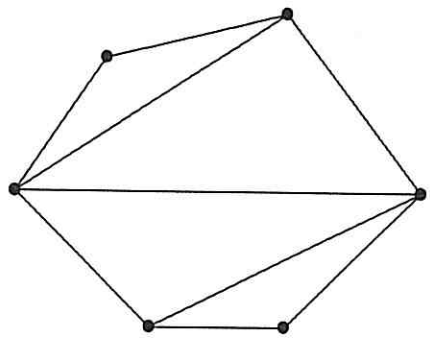
Grupuotė yra mažiausiai trijų žmonių aibė, kurios kiekvienas narys yra pažįstamas su visais kitais šios aibės nariais. Koks didžiausias pažįstamų žmonių porų skaičius gali būti $2n$ $(n > 1)$ žmonių grupėje, jei joje nėra grupuočių?

(A) $3n-2$ (B) $n(2n-1)$ (C) n^2 (D) $\frac{n^3+11n-6}{6}$ (E) $\frac{n(n+1)}{2}$

AMK (1993)

◇ ◇ ◇

Mes norime pažymėti šešis plokštumos taškus ir nesikertančiomis atkarpomis sujungti kiek galima daugiau porų. Brėžinyje matome, kad galima tai padaryti nubrėžiant 9 atkarpas, tačiau galima įsitikinti, kad, keletą taškų paslinkus, galima nubrėžti daugiau atkarpų.



Koks didžiausias galimas tokių atkarpų skaičius, jeigu taškus galite išdėstyti kaip tik norite?

(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

AMK (1994)

◇ ◇ ◇

Mažiausio kvadrato, kuriame telpa trys nesikertantys vienetinio spindulio apskritimai, kraštinė lygi

(A) $\frac{4+\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$ (B) 4 (C) $2+\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{2}+\sqrt{6}$ (E) $3+\sqrt{2}$

AMK (1996)

◇ ◇ ◇

Aštuonių komandų futbolo turnyre kiekviena komanda po vieną kartą sužaidžia su kitomis, už pergalę pelnydama 2, už lygiąsias 1 ir už pralaimėjimą – 0 taškų. Kiek mažiausiai taškų turi surinkti komanda, kad tikrai patektų į pirmąjį ketvertuką (t. y. surinktų daugiau taškų už bent keturias kitas komandas, neatsižvelgiant į kitų rungtynių rezultatus)?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

Uždavinys apie kupranugarį Kornelijų (1996 metų matematinės varžybos)

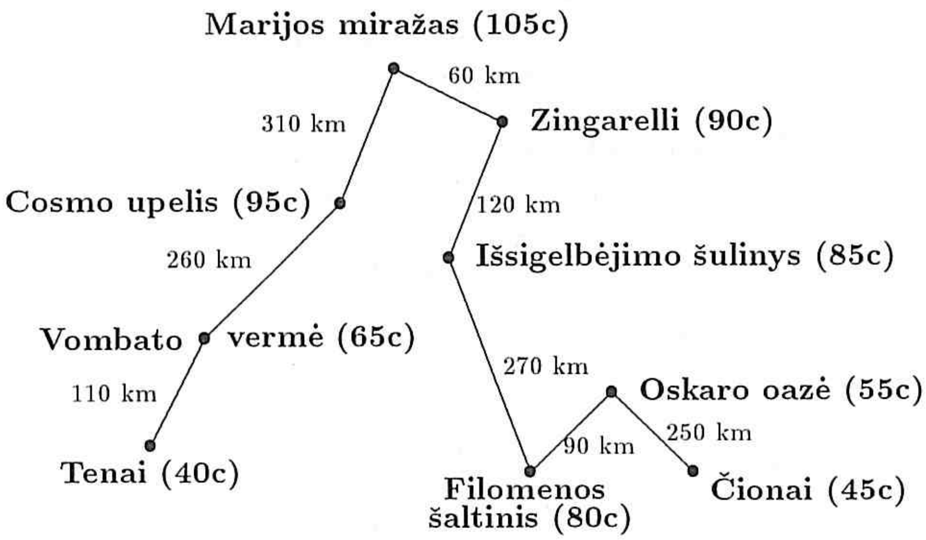
◇ ◇ ◇

Džiana joja ant savo kupranugario Kornelijaus per Gibsono dykumą iš Čionai į Tenai, retkarčiais sustodama pagirdyti Kornelijų. Kornelijus sutalpina 50 litrų vandens ir 100 kilometrų kelionės sunaudoja 10 litrų. Oazėse tarp Čionai ir Tenai įsikūrę vandens pardavėjai prašo už litrą vandens skirtingai, kainos centais už litrą vandens nurodytos schemoje. Džiana sustoja oazėse kiek galima rečiau, nes po kiekvieno sustojimo sunku priversti Kornelijų toliau keliauti. Kelionės pradžioje Džiana leidžia Kornelijui išgerti 50 litrų vandens, kiekvieną kartą sustojus (įskaitant kelionės pabaigą vietovėje Tenai) ji leidžia Kornelijui atsigerti iki soties.

(a) *Koks mažiausias būtinas sustojimų skaičius? Paaiškinkite atsakymą.*

(b) *Tarkime, Džiana nori pereiti dykumą mažiausiai kartų sustodama. Kuriose oazėse ji turi sustoti, kad vandeniui išleistų mažiausiai pinigų. Kiek tai kainuos?*

(c) *Tarkime, kad Džiana gali sustoti daugiau negu minimalų skaičių kartų (įskaitant sustojimus vietovėse Čionai ir Tenai), kiekvieną kartą pagirdydama Konelijų iki soties. Koks maršrutas per dykumą būtų pats pigiausias?*



Genius Strazdas

1729 arba parama Ramanujanui

G. H. Hardžio posakis, kad „kiekvienas natūralusis skaičius buvo S. Ramanujano asmeninis draugas" seniai tapo matematikų smulkiosios tautosakos dalelyte. Kaip ir tai patvirtinanti istorija apie skaičių 1729. G. H. Hardis, atvykęs į ligoninę aplankyti S. Ramanujano pastarajam pasakė, kad taksi, kuriuo jis važiavo, numeris buvo niekuo neypatingas skaičius 1729.

– O ne, – paprieštaravo S. Ramanujanas. – Tai labai įdomus skaičius. Tai mažiausias natūralusis skaičius, kurį galima užrašyti dviejų skaičių kubų suma dviem skirtingais būdais: $1^3 + 12^3 = 1729 = 9^3 + 10^3$.

Kuo dar gali būti įdomus šis skaičius „Skaičiai ir skaitmenys" temos požiūriu?

Trys aritmetinių veiksmų eilutės

$$1729 = (172 \times 9) + (172 + 9),$$
$$1729 = (47 \times 37) - (47 - 37),$$
$$1729 = 74347 : 43.$$

Keisti veiksmai su trupmenomis

Iš trupmenų $\frac{19}{1}, \frac{19}{1}, \frac{19}{1}$ jas „suglaudę", gausime

$$\frac{191919}{111} = 1729.$$

Analogiškas veiksmas su trupmenomis $\frac{133}{7}, \frac{133}{7}$ duoda tą patį rezultatą:

$$\frac{133133}{77} = 1729.$$

O dabar glauskime trupmenas $\frac{1728}{99}, \frac{8271}{99}$:

$$\frac{17288271}{9999} = 1729.$$

Panašių lygybių yra ir daugiau. Netgi be galo daug. Galite nesunkiai įrodyti, kad

$$\frac{1728\overbrace{99\ldots9}^{n}8271}{99\underbrace{99\ldots9}_{n}99} = 1729.$$

••• $\alpha + \omega$ •••