

Aleksandras Baltrūnas

Zenono Elėjiečio aporijos



Garsiųjų Zenono Elėjiečio aporijų (keblumų) istorija yra išties pamokanti: jau daugiau kaip 25 amžiai jos yra tikra sensacija. Ir ne paprasta sensacija, kuri truputį padirgina miesčionio nervus, o paskui išsisklaido tarsi dūmas danguje. Kažin ar kas nors imtųsi pasakyti, kokią įtaką jos padarė matematikai. Gal todėl ir šiandien jos dar neišnyksta iš matematikos, logikos, filosofijos veikalų puslapių, kur mokslininkai laužo galvas ir ietis, stengdamiesi išsiaiškinti: įveiktos ar neįveiktos problemos, kurias pagimdė šios aporijos.

Tačiau kas yra šių aporijų autorius? Deja, apie jį mes žinome nepalyginamai mažiau negu apie jo aporijas. Yra žinoma, kad žymus Atėnų valstybės veikėjas Periklis Zenoną pasirinko savo mokytoju. Reikia manyti, kad pasirinkimas nebuvo atsitiktinis. Antikos istorikas Plutarchas (45–120) pažymi, kad Zenonas buvo pramintas „dviliežuvio“: „Jis nuostabiai mokėjęs įrodyti ir gudriais prieštaravimais užkirsti kelią pašnekovams. Apie tai Timonas Fliontietis sako:

– *Galybė didelė yra dviliežuvio Zenono*

Jis gali perkalbėti visus. * “

Tačiau Zenonas buvo ne tik protingas, bet ir kilnus. Jis kovojo prieš tironiją, buvo sučiuptas ir tirono įsakymu nukankintas. Kaip vėliau rašė Plutarchas, Zenonas savo pavyzdžiu „įrodė, kad žymiam vyrui gėda būti bailiam“.

Antikos filosofijos autoritetas Aristotelis Zenoną vadina dialektikos išradėju. Pavadino pelnytai, nes ir pats laužė galvą dėl jo aporijų, neigiančių judėjimą. Kokie tie „keblumai“, jei dėl jų per amžius nenutildavo ginčai?

Neatsiras nė vieno, skaičiusio Homero „Iliadą“, kuris neprisimintų, kaip greitakojis Achilas vijosi „spinduliuotšalmį“ Hektorą: „Priekyje skriejo galin-gas, o vijosi dar galingesnis“. ** Tiesa, šios lenktynės apie Troją baigėsi Hektoro

* Plutarchas. *Rinktinės biografijos*. V., 1962. P. 8.

** Homeras. *Iliada*. V., 1981. P.335.

pralaimėjimu: mirtinoje kovoje jis žuvo. Tačiau kovoje, o ne lenktynėse. Prieš dvikovą Achilas turėjo sustoti, taip ir nepavijęs savo priešininko. Išties Hektoras buvo vikrus ir greitakojis. O jei jis būtų buvęs nerangus? Sakykim, toks nerangus kaip vėžlys. Ar garsusis Trojos didvyris Achilas, Homero apdainuotas, galėtų rungtis su šiuo nerangumo etalonu – vėžliu? „Ne, – atsako išminčius Zenonas. – Achilas niekada nepavys vėžlio.“

Jo samprotavimų esmė yra labai paprasta. Tarkime, Achilas yra taške A , o vėžlys – taške B . Kol Achilas atbėgs į tašką B , vėžlio ten neužteks, nes tas, nors ir mažai, bet bus pasislinkęs ir atsidūręs taške C . Kol Achilas atbėgs į tašką C , vėžlys jau bus taške D , ir taip toliau. Išvada viena – Achilas niekuomet nepavys vėžlio.

Kita vertus, iš kasdienio patyrimo kiekvienas mokinukas žino, kad ir nebūdamas Achilu gali aplenkti ne tik vėžlį, bet, ko gero, ir patį mokytoją (ypač jei suskamba pamokos pabaigą skelbiantis skambutis). Tad kur yra Zenono Elėjiečio samprotavimų „Achilo kulnas“?

Pirmąkart susidūrus su šia aporija, visuomet dingteli mintis – kur čia yra klaida? Ir klaidos ieškoma taip. Tariamą, kad iš pradžių Achilą ir vėžlį skiria 100 metrų, o pavargęs Achilas tik 10 kartų greitesnis už savo priešininką. Kol Achilas nubėgs 100 metrų, vėžlys bus pasislinkęs 10 metrų į priekį. Achilui nubėgus šiuos 10 metrų, vėžlys bus už 1 metro nuo jo. Achilui, žinoma vienas juokas įveikti šį 1 metrą. Tačiau nerangusis vėžlys bus pasislinkęs per 0,1 metro nuo persekiotojo. Ir taip tęsis be galo ilgai. Bet tai ne bėda: šiuolaikinė matematika moka sumuoti begalines eilutes. Ir štai mes turime tokią sumą:

$$100 + 10 + 1 + 0,1 + 0,01 + \dots$$

Ją suras kiekvienas mokinukas, jei, žinoma, jis gerai mokėsi algebros. Juk tai yra begalinės geometrinės progresijos narių suma ir ji lygi $111\frac{1}{9}$ metro. Tokį atstumą turėjo nubėgti Achilas, kad pavytų vėžlį. Štai kodėl dažniausiai padaroma išvada, kad Zenonas klydo todėl, jog nežinojo geometrinės progresijos. Tačiau ar norint surasti šį atstumą, būtina žinoti geometrinę progresiją?

Visai ne! Juk šį rezultatą galima gauti sudarius paprasčiausią algebrinę lygtį. Tarkime, kad per šias lenktynes vėžlio nueitas kelias lygus x metrų. Tuomet Achilas tyrėjo įveikti $100 + x$ metrų. Šiuos atstumus tiek vėžlys, tiek ir Achilas įveikė per tą patį laiką. Bet Achilas yra dešimteriopai greitesnis. Tad

$$\frac{100 + x}{x} = 10.$$

$$\bullet \bullet \bullet \alpha + \omega \bullet \bullet \bullet$$

Iš čia išplaukia, kad $100 + x = 111\frac{1}{9}$ metrų.

Sunku patikėti, kad Zenonas Elėjietis, rusų filosofo G. Volkovo pavadintas „pirmuoju matematiku filosofijoje“, kuris „įnešė į šiek tiek išskydusią ir miglotą teorinių samprotavimų sritį juvelyrinį tikslumą, nušlifotą griežtumą ir, sakyčiau, matematinį visų minties žingsnių išmatuojamumą, * “ nebūtų radęs šio sprendimo. Maža to, jei Zenoną Elėjietį jaudintų, ar yra ta vieta, kur Achilas paveja vėžlį, kažin ar jis būtų pasiūlęs aporiją „Dichotomija“ („dalijimas pusiau“). Pasirodo, Achilas neatbėgs net iki pradinės vėžlio vietos, nes, prieš pasiekdamas kelio galą, turi nueiti iki jo vidurio. Tačiau, kol jis nueis iki kelio pusės, turi pasiekti tos pusės pusę ir taip iki begalybės, t. y. norint patekti iš vieno taško į kitą, reikia pereiti be galo daug taškų, tai yra neįmanoma. O tiems, kurių neįtikintų ir šie samprotavimai, Zenonas pateikia trečiąją aporiją „Strėlė“. Lekianti strėlė nejuda, nes kiekvienu laiko momentu ji užima tam tikrą pastovią padėtį. Tad kas tuomet yra judėjimas? Nejaugi tai tik ramybės būsenų suma? Ketvirtoji Zenono aporija „Stadijas“ ** išreiškia savotišką antikinį reliatyvumo principą. Sakykime, du kūnai juda vienodu greičiu vienas priešais kitą. Kiekvieno jų greitis kito atžvilgiu bus dvigubai didesnis negu kokio nors pašalinio stebėtojo atžvilgiu.

Ar iš tikrųjų Zenonas užsibrėžė tikslą paneigti judėjimą? Visai ne. Yra pasakojama, kad kai vienas iš mokinių, prisiklausęs Zenono argumentų, sutiko su jais, Zenonas ėmė jį mušti lazda, kol tas nepabėgo, kartu pademonstruodamas, kad judėjimas tikrai egzistuoja. Iš pirmo žvilgsnio atrodytų, kad šios aporijos susijusios su fizika, nes judėjimas yra šio mokslo problema. Tačiau Zenonas nesiekia pateikti šių aporijų fizikinės interpretacijos, visa tai suveddamas į loginę analizę. Tad „įrodymas veiksmu“, nepaisant jo efektyvumo, čia nelabai ką gali pagelbėti. Yra išlikusi legenda, kad vienam atvykėliui, kuris, nesugebėdamas sugriauti Zenono argumentų, ėmė vaikščioti, bent taip stengdamasis parodyti, kad judėjimas egzistuoja, Zenonas atsakęs, jog jis norėjęs įrodyti visai ką kitą, – būtent išreikšti judėjimą sąvokomis.

Bet judama juk erdvėje ir laike. Tad judėjimo problema neatsiejama nuo erdvės bei laiko problemų. Zenono aporijos parodo, kad mūsų erdvės tolydumas yra nesuderinamas su Pitagoro teigimu, jog skaičius (žinoma, racionalusis) yra

* Volkovas G. *Prie mokslo lopšio*. V., 1978. P. 193.

** Stadijas (gr. *stadion*) – antikos graikų ilgio matas, lygus 177,35 m. Jo pavadinimas davė vardą dabartiniam stadionui, nes antikos olimpinėse varžybose pagrindine rungtimi buvo 1 stadijo bėgimas.

visa ko esmė. Iki Pitagoro buvo manoma, kad racionalieji skaičiai aprėpia visus skaičius. Išties, kokį benurodytume racionalųjį, didesnį už vienetą skaičių a , visuomet bus kitas, didesnis už vienetą, racionalusis skaičius b , kad $1 < b < a$. Ir niekuomet nerasime po šio racionaliojo skaičiaus (mūsų atveju, vieneto) einančio „pirmojo“ racionaliojo skaičiaus. Vartodami dabartinę matematikos terminologiją, galime pasakyti, kad racionaliujų skaičių aibė yra tanki, t.y., visus juos sužymėjus ant tiesės taškais, šie taškai susilies į vieną liniją. Tačiau Pitagoro atrastos nebendramatės atkarpos (ir kartu iracionalieji skaičiai) sugriovė šią pažiūrą. Pasirodo, kad racionaliujų skaičių aibė yra diskreti. Tokia pat turėjo būti ir Pitagoro įsivaizduota erdvė. Tiesa, erdvė išties yra diskreti. Tačiau tai tik viena jos savybė. Juk tiesė sudėta iš taškų, bet šis faktas dar nenusako jos esmės. Tiesė pasižymi nauja kokybe, kuri ją daro tiese, – būtent tolydumu. Tiesė yra ne tik diskreti, bet ir tolydinė. Yra glaudus tolydumo ir diskretiškumo ryšys, vienas negali egzistuoti be kito. Zenono aporijos ir nurodo, prie kokių prieštaravimų prieinama, atsižvelgiant tik į vieną kurią nors judėjimo pusę. Neatsitiktinai rusų filosofas A. Bogomolovas rašo, kad „elėjizmo (t.y. filosofinės pakraipos, atsiradusios Zenono Elėjiečio idėjų įtakoje – A. B.) atsiradimą ir plėtrą paruošė pitagoriečiai“. * O prancūzų matematikos istorikas P. Taneris buvo kur kas kategoriškesnis – jo nuomone, Zenono aporijos buvo nukreiptos kaip tik prieš pitagoriečius. Mat šios judėjimą neigiančios aporijos nebuvo vienintelės. Yra žinoma, kad jų būta net 45. Iki mūsų atėjo tik 9 ir tai daugiausia antikos filosofo Aristotelio dėka. Likusios, vadinamosios aibės aporijos, yra ne tokios patrauklios kaip aporijos, neigiančios judėjimą. Tačiau nuo to jų svarba nė kiek nesumenkėja. Gal atvirkščiai, nes jos dar labiau negu pirmosios paliečia matematikos pagrindus. Pagal vieną iš jų, jei turime aibę, tai ji yra sudaryta iš dalių, kurios savo ruožtu susideda iš dar smulkesnių dalių. Kada taip dalijant pasieksime galą? Tikrai tada, kai prieisime iki tokios dalies, kuri nesidalija. Bet jei ji nesidalija, tai ji neišreiškia dydžio. Tad tokia aibė yra visuma nulių, kitaip tariant, pati yra nulis. Kita vertus, jei daiktų daug, tai tarp dviejų iš jų galima įterpti dar vieną, tarp šių dar vieną ir taip be galo. O tada jie turi užimti begalinę erdvę. Gauname prieštarą.

Ši aporija parodo, su kokiais sunkumais tenka susidurti, norint paaiškinti teiginį, kad „tiesė susideda iš taškų“. O juk pitagoriečiai skelbė, kad taškas yra erdvės vienetas. Kitaip tariant, geometrinis objektas yra aibė taškų, kaip

* Богомолов А.С. Диалектический логос. Становление античной диалектики. М., 1982. С. 77.

skaičius yra vienetų aibė. Bet juk taškas – tai niekas, tai nulis, tad ir jų suma negali sudaryti jokio geometrinio kūno.

Zenonas visai nesistengė paneigti judėjimo. Jo tikslas buvo kur kas kuklesnis – pademonstruoti, kad tuometinės idėjos bei sąvokos negalėjo padėti perprasti judėjimo esmės. Zenonas buvo tik šaltakraujis netikusios mokslo padėties informatorius. Ir reikia pasakyti, kad pitagoriečiai neliko abejingi jo kritikai. Štai ką liudija antikos filosofas Sekstas Empirikas: „Kai kurie (iš pitagoriečių – A. B.) kalba, kad kūnas sudaromas iš vieno taško. Juk šis taškas judėdamas duoda liniją, o linija judėdama – plokštumą, o ši pastaroji, judėdama gilyn, pagimdo trimatį kūną. Tačiau tokia pitagoriečių pozicija skiriasi nuo jų pirmtakų pozicijos. Juk šie išvesdavo skaičius iš dviejų pradų – monados ir nepibrėžtosios diados, vėliau iš skaičių – taškus, linijas, plokščias ir erdvines figūras. O tie iš vieno taško išveda viską. Juk iš jo (jų nuomone) atsiranda linija, iš linijos – plokštuma, o iš pastarosios – kūnas“. * Taip apibėžiant matematinius objektus, jau negalima kalbėti apie „minimalią tiesę“, susidedančią iš dviejų taškų. Gal todėl P. Taneris teigia, kad kaip tik Zenono aporijos ir sukėlė pirmąją matematikos pagrindų krizę – šį „tikrą logikos skandalą“.

Zenono aporijos antikos matematikus privertė labiau susidomėti begalybės sąvoka. Juk, filosofo A. Koirė žodžiais tariant, „Zenono iškelta problema palietė ne tik judėjimą: ji liečia laiką, erdvę ir judėjimą tiek, kiek šios sąvokos aprėpia begalybės bei tolydumo sampratą. Ši problema visuomet iškyla tose srityse, kur tik pasireiškia paskutinės dvi sąvokos“. ** Šios aporijos paneigia dvi prielaidas, iš pradžių dominavusias antikos matematikų mąstyme, – būtent, kad begalinio skaičiaus atkarpų, kurių kiekvienos ilgis nelygus nuliui, suma yra begalinė ir kad suma dydžių, turinčių nulinį matą, visuomet lygi nuliui. Zenono argumentai nurodo, kad baigtinį intervalą galima suskaidyti į begalinį skaičių mažų atkarpų, kurių kiekviena yra nenulinio ilgio. Bet kodėl tada klydo antikos matematikai, gyvenę iki Zenono?

Norėdami atsakyti į šį klausimą, vėl turime grįžti prie matematinės begalybės sąvokos. Matematinė begalybė yra kiekybinė begalybė. Tačiau ar begalybei galima nustatyti kokį nors matą? Tad kiekybinė begalybė yra savaime prieštaringa sąvoka: viena vertus, ji atspindi kokią nors kiekybę, tačiau, kita vertus, reiškia atsisakymą bet kokių kiekybinių rėžių. Gal todėl vokiečių filoso-

* Секст эмпирик. Сочинения: в 2-х томах. М., 1975. Т.1. С.364–365.

** Койре А. Очерки истории философской мысли. М., 1985. С.27.

fas G. Hėgelis pabrėžė: „... begalinė daugybė ... turi būti kažkuo *daugiau*, t.y. apibrėžta kiekybe, ir *begaliniu*, t.y. neturi būti apibrėžta kiekybe“.* Šią prieštarą buvo stengiamasi panaikinti, „išskaidant“ begalybę į dvi priešingas sąvokas – potencialiąją ir aktualiąją begalybes. Potencialioji begalybė suprantama ne kaip kokia nors apibrėžtos pastovios kiekybės savybė, o kaip jos kitimo proceso charakteristika. Kitaip tariant, potencialioji begalybė yra judėjimo begalybė, tai procesas, kurio riboje ir pasiekama begalybė. Pavyzdys gali būti seka $1, 2, 3, \dots, n, \dots$, kurios kiekvienas narys gaunamas iš prieš jį einančio, pridėjus vienetą. Einant šia seka tolyn, jos nariai neaprežtai didėja, bet visuomet lieka baigtiniai. Kadangi begalybės sąvoka istoriškai išsirutuliojo iš neaprežtumo, beribiškumo supratimo, tai nenuostabu, kad iš pradžių buvo primama tik ši begalybės reikšmė. O jei taip, tai begalinė suma nulinį matą turinčių dydžių turi būti lygi begalybei. Ir štai Zenonas savo aporijomis sugriovė šią pažiūrą. Kodėl taip atsitiko? Atsakymas paprastas – šiomis aporijomis jis nurodė kitą begalybės rūšį – aktualiąją begalybę.

Aktualioji begalybė reiškia ypatingą kiekybinį apibrėžtumą, kuriuo pasižymi apibrėžti pastovūs dydžiai ar objektų aibės. Aktualioji begalybė yra begalybė savyje; ji pasireiškia aibėje su begaliniu skaičiumi elementų. Pavyzdžiui, kokios nors baigtinės (tarkime, intervalo $(0, 1)$) atkarpos taškų skaičius ir sudaro aktualiąją begalybę. Aktualioji begalybė iš pradžių liko nepastebėta todėl, kad ją dažniausiai slėpdavo daiktų, reiškinių ar procesų kokybinis savitumas. Pats skaičių intervalas $(0, 1)$ yra baigtinis. Tačiau jei sumanytume jį apibūdinti, tai tam geriausiai tiktų pasakymas: „Intervalą $(0, 1)$ sudaro begalinis teigiamų realiųjų skaičių, mažesnių už vienetą, kiekis.“ Ir čia žodis „begalinis“ yra pats svarbiausias. Mat bet koks baigtinis šių skaičių kiekis niekuomet nenusakys šio intervalo. Begalinis teigiamų realiųjų mažesnių už vienetą kiekis ir bus ta intervale $(0, 1)$ slypinti aktualioji begalybė. Todėl aktualiąją begalybę nusako paties objekto (šiuo atveju, intervalo $(0, 1)$) ir jį sudarančių dalių (teigiamų mažesnių už vienetą skaičių) kokybinis skirtumas. Tad galima suprasti G. Hėgelį, priėjusį prie išvados, kad į begalinę kiekybę negali būti žiūrima kaip į kažkokią kiekybinę sąvoką. Jo manymu, begalinė kiekybė yra „dydžio apibrėžtumas kokybinėje formoje; jo begalybė slypi tame, kad jis duotas kaip kažkoks kokybinis apibrėžtumas.“*

* Гегель Г. Наука логики. М., 1970. Т.1. С.306.

* Гегель Г. Наука логики. М., 1970. Т. 1. С. 326.

Štai kodėl begalybės sąvoką negalima redukuoti vien tik į potencialios begalybės sąvoką. A. Koire rašo: „Virtualiosios (t.y. potencialiosios – A. B.) begalybės, begalinio augimo ir neaprėžto keitimosi sąvokos, į kurias stengdavosi suvesti aktualiąją begalybę arba kuriomis dargi norėdavo ją pakeisti, atvirkščiai, pačios yra ja grindžiamos. Logiškai virtualioji begalybė yra galima tik aktualiosios begalybės bazėje.“ ** Tad potencialioji begalybė yra tik vienas iš aktualiosios begalybės momentų. Taip pat ir teiginys, kad begalinė nenuolinių dydžių suma bus begalinė, yra teisingas tik diverguojančių *** eilučių atveju.

Įvedus aktualiosios begalybės sąvoką, Zenono aporijos tampa trivialios. Antai anglų filosofas B. Raselas (1872–1970) Zenono aporiją „Achilas ir vėžlys“ palygina su Tristamo Šendžio paradoksu. Anglų rašytojas Lourensas Sternas sukūrė romaną „Džentelmeno Tristamo Šendžio gyvenimas ir mintys“. Tai labai neįprastas kūrinys: pasakojama pirmuoju asmeniu ir, be to, herojui prireikė net dviejų šimtų penkiasdešimt puslapių aprašyti savo pasirodymą pasaulyje. Ir tik šeštoje romano knygoje mažasis džentelmenas įgyja teisę pirmąkart būti apmautas kelnėmis. Tarkime, sako B. Raselas, kad Tristamas Šendis kiekvienai savo gyvenimo dienai aprašyti sugaišta metus. Ar suspės jis parašyti savo memuarus? Kiekvienas atsakys – ne, nes žmogus yra mirtingas. O jei Tristamas Šendis būtų nemirtingas, t.y. gyventų be galo ilgai? Tada ir jo parašyta biografija būtų begalinė. Kitaip tariant, kiekvienai Tristamo Šendžio gyvenimo dienai atsirastų vietos šiuose memuaruose. Vadinasi, Tristamas Šendis–herojus pavys Tristamą Šendį–autorių. Žinoma, tai prieštarauja „sveiko proto aksiomai“, kad visuma yra daugiau už dalį. Tačiau dar antikos graikai yra pastebėję, kad begalybei nepritaikomos tokios sąvokos kaip, pavyzdžiui, „kiek“, „nelygu“, „lygu“. O G. Galilėjus yra pažymėjęs: „Klysta tas, kuris nori begalybę apdalinti tais atributais, kurie būdingi baigtiniams daiktams, tuo tarpu šios dvi sritys pagal savo prigimtį neturi nieko bendra.“ **** Štai kodėl su begalybe negalima laisvai elgtis.

Deja, antikos matematikai to nežinojo. Juk tuomet, laikantis principo: kas tinka baigtiniam dydžiui, tinka ir begalybei, buvo laisvai elgiamasi su begaliniais procesais. Paimkime kad ir sofisto Antitono (V a.p.m.e) pasiūlytą skritulio kvadratūros būdą. Skritulio kvadratūros uždavinys – vienas iš trijų

** Коїре А. Очерки истории философской мысли. М., 1985. С. 41.

*** Begalinė suma $a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$ (arba kaip ją dar vadina, eilutė) yra diverguojanti, jei $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + \dots + a_n) = +\infty$.

**** Галилей Г. Избранные труды в двух томах. М., 1964. Т. 2. С. 145.

„neišsprendžiamųjų“ antikos problemų – reikalavo su liniuote ir skriestuvu nustatyti duotajam skrituliui lygiaplotį kvadratą. Kaip nesunku pastebėti, šią problemą sukėlė iracionalusis skaičius $\pi \approx 3,14$. Nesisekiant tiksliai apskaičiuoti jo reikšmės, ilgainiui susidarė nuomonė, kad tik geometriniu būdu pavyks įveikti šią kliūtį. Deja, kaip 1882 m. įrodė vokiečių matematikas F. Lindemanas, šis uždavinys neturi sprendimo. Tuo tarpu Antitonas pasiūlė tokį būdą skritulio kvadratūrai rasti. Į skritulį įbrėžkime taisyklingą aštuoniakampį. Jį visuomet galima transformuoti į jam lygiaplotį kvadratą. Dabar padvigubinkime aštuoniakampio kraštines; gautam taisyklingam šešiolikakampiui irgi galima rasti lygiaplotį kvadratą. Tęskime šią procedūrą, kiekvieną kartą padvigubindami įbrėžiamo taisyklingo daugiakampio kraštines. Tuomet gausime visą seriją kvadratų, kurių paskutinis jau bus lygiaplotis nagrinėjamam skrituliui.

Beje, šitaip dabar vidurinėse mokyklose įrodinėjama skritulio ploto formulė. Tačiau ką reiškia šiame įrodyme esantis žodis „paskutinis“. Jis gali žymėti kokį nors didelį, bet baigtinį skaičių. Tačiau tuomet turėsime ne skritulį, o tik daugiakampį, tiesa, su labai dideliu skaičiumi kraštinių. Jis gali reikšti ir begalybę, jei skritulį laikysime taisyklingu daugiakampiu su begaliniu skaičiumi kraštinių. Bet tada skritulio kvadratūros, kaip taikliai pastebėjo Aristotelis, vis tiek negalėsime apskaičiuoti. Vienintelis Antitono nuopelnas, kad jis pirmasis matematikoje įvedė ribos sąvoką. Tačiau argi galėjo būti kitaip? Tik Anksagoras buvo priešęs, nors ir labai nedrąsiai, prie minties apie potencialios ir aktualiosios begalybės sąvokų galimybę. Štai kodėl to meto moksle ir iškilo būtinumas atsirasti Zenono aporijoms. Jos, galima sakyti, buvo neatšiejama mokslo, pasiekusio tam tikrą stadiją, dalis. Ar ne todėl beveik kartu su Zenonu Elėjiečiu panašius paradoksus senovės Kinijoje suformulavo Gun-sun Lunis, Hujėj Ši bei jų pasekėjai. Kaip pabrėžė A. Bogomolovas: „Zenon atskleistas prieštaravimas tarp diskretiškumo ir tolydumo kaip begalybės aspektas pasitarnavo pagrindu matematikos pagrindimo, mechanikos ir filosofijos progresui“.*

* Богомолов А.С. Диалектический логос. Становление античной диалектики. М., 1982. С. 121.