

Gintautas Bareikis

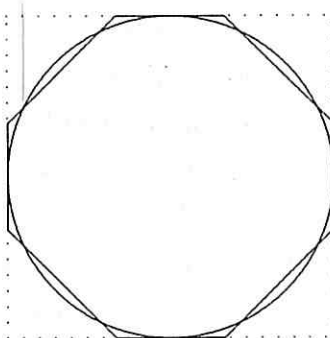
Trumpa skaičiaus π istorijos apžvalga



Skaicius π - tik eilinis begalinės realiųjų skaičių aibės atstovas, tačiau jo vieta matematikos istorijoje yra išskirtinė, sąlygota šio skaičiaus ypatinga svarba visai matematikos mokslo raidai.

Nuo Babilono iki viduramžių

Seniausia žinoma skaičiaus π reikšmė, aptikta rašytiniuose šaltiniuose, datuojamuose 2000–1800 metais pr. Kr., yra lygi 3,125. Tokią šio skaičiaus reikšmę žinojo Babilono matematikai. To meto Egipto papirusuose buvo aptiktas tokios pat eilės skaičiaus π įvertis – 3,16 ir, be to, buvo nurodytas metodas šiai reikšmei gauti. Tuo metu buvo svarbi ne skaičiaus π kilmės problema, bet skritulio ploto kuo tikslesnis apskaičiavimas. Egipto matematikai pasiūlė apskritimą įbrėžti į specialiu būdu parinktą aštuoniakampį (žr. 1 pav.), kurio plotas yra pakankamai artimas nagrinėjamo skritulio plotui.



1 pav.

Radus šio aštuoniakampio plotą ir žinant skritulio spindulį buvo gautas skaičiaus π įvertis. Beje, ir vėlesniuose rašytiniuose šaltiniuose buvo aptikta

$$\dots \alpha + \omega \dots$$

įvairių π įverčių, tačiau geresnių už jau minėtuosius nebuvo rasta. Padėtis siek tiek pasikeitė tik po keliolikos šimtmečių.

Trečiame amžiuje pr. Kr., vienas iš žymiausių to meto graikų mąstytojų Archimedas, norėdamas įvertinti skritulio plotą, naudojo panašų, tačiau kokybiškai pranašesnį metodą negu jo pirmtakai egiptiečiai. Jis apie apskritimą apibrėžė ir į jį įbrėžė 96-kampius. Suskaičiavęs šių daugiakampių perimetrus įvairaus skersmens apskritimams, nustatė, kad apskritimo lanko ilgio ir skersmens santykis, t. y. π yra tarp tokių skaičių:

$$3,140 < \pi < 3,142.$$

Tačiau tuo metu vyrausiai matematinei tradicijai Archimedo pasiūlytas skaičiaus π skaičiavimo būdas nebuvo priimtinas, kadangi buvo manoma, jog jis yra logiškai nepagrįstas, todėl ir jo naudojimas neteisėtas. Neabejotina, kad jau tuomet buvo žinoma, kad apskritimo lanko ilgio ir jo skersmens santykis yra pastovūs dydžiai. Tai patvirtina tiek Archimedo, tiek kitų Antikos matematikų darbai. Kitaip tariant, buvo pastebėta, kad apskritimo lanko ilgis tiesiškai priklauso nuo spindulio. Negana to, Euklidas 2-oje „Elementų“ knygoje įrodo, kad dviejų skritulių plotų santykis yra lygus skersmenų kvadratų santykiui. Bet tai reiškia, kad skritulio plotas yra lygus kvadrato, kurio kraštinė lygi skritulio spinduliui, plotui, padaugintam iš pastovaus dydžio, nepriklausančio nuo skritulio. Natūraliai kyla klausimas – kam lygus minimas dydis. Jį žinodami, užuot skaičiavę skritulio plotą, galime ieškoti kvadrato ploto. Graikai šį uždavinį suformulavo taip:

tik skriestuvu ir liniuote rasti kraštinę kvadrato, kurio plotas būtų lygus duotojo skritulio plotui.

Tai garsusis skritulio kvadratūros uždavinys, nedavęs ramybės matematikams ne vieną tūkstantmetį. Užbėgdami į priekį pasakysime, kad šis uždavinys nėra išsprendžiamas laikantis uždavinio formuluotės reikalavimų, bet jau Archimedas pastebėjo, kad, jei atsisakytume reikalavimo šį uždavinį spręsti tik skriestuvu ir liniuote, tai atsakymas būtų teigiamas. Kitaip tariant, jis galėjo nurodyti kraštinę kvadrato, kurio plotas lygus žinomo skritulio plotui. Šį skritulio kvadratūros uždavinį minime todėl, kad jo išsprendžiamumas tiesiogiai susijęs su skaičiaus π prigimtimi.

Pastebėsime, kad įvairiuose Antikos laikų raštuose teigiama, kad garsus tų laikų geometras Apolonijus (260–170 pr. Kr.) žinojo keturis skaičiaus π ženklus, tačiau minima Apolonijaus knyga „Okitokionas“ mūsų laikų nesulaukė.

Skaičiaus π ženklų medžioklė viduramžiais

Žlugus antikinėi civilizacijai, užmarštin ėmė grimzti ir jų puoselėta intelektualinė tradicija. Romėnų kultūra veikiau interpretavo graikų mokslą, nei toliau jį vystė. Pagaliau ir Romos valstybė žlugo. Į Europą atėjo krikščioniškoji era, kuri kūrėsi neigdama antikinę tradiciją. Šiuo naujų vertybių formavimosi laikotarpiu neliko vietos laisvai mokslinei minčiai, tapatintai su pagonybe.

III amžiuje, kai Europoje seniai niekam nerūpėjo ne tik skaičius π , bet ir mokslas apskritai, kinų mąstytojas Liu Chuėjus, elgdamasis panašiai kaip ir Archimedas (jis naudojo 192-kampį), suskaičiavo,

$$\pi \approx \frac{157}{50}.$$

Žymus indų astronomas Arjabchata, gyvenęs V amžiuje, nustatė keturis tikslus skaičiaus π ženklus. Sunku patikėti, bet tame pat amžiuje kinų astronomas Czu Čun-Cži gavo tais laikais neįtikėtiną rezultatą – jis suskaičiavo šešis skaičiaus π ženklus. Palyginimui pasakysime, kad europiečiai šį rezultatą gavo tik po tūkstančio metų.

Pradedant aštuntuoju amžiumi, sparčiai ima vystytis arabų kultūra ir mokslas, savo laimėjimais pranokę tuometinės Europos ir Rytų kraštus. Ypač sparčiai plėtojosi taikomieji mokslai, kartu ir matematika. Tai patvirtina ir tas faktas, kad vienas žymiausių arabų astronomų Hujasedinas al Kasi 1424 metais suskaičiavo 17 tikslų π ženklų. Arabų kultūra ir moksliniai laimėjimai darė įtaką ir Europos kraštų dvasiniam gyvenimui. Europa ėmė busti. Ir kaip bebūtų keista, žadintojais tapo tie patys vienuoliai, kurie sergėjo krikščionybės dogmas. Todėl nenuostabu, kad iš pradžių į bet kokius mokslinius rezultatus buvo žiūrima nekritiškai, remiantis autoritetais. Pavyzdžiui, dar XIII amžiuje buvo manoma, kad π reikšmė yra $\frac{377}{120}$. Vienas pirmųjų šio laikotarpio Europos mąstytojų, įveikusių tradicijos barjerą, buvo italų matematikas Leonardas Fibonači. Jis atkreipė tuometinių matematikų dėmesį į tai, kad naudojama π reikšmė tėra artinys, o tikslus šio skaičiaus reikšmė nežinoma. Be to, jis pateikė keturis skaičiaus π ženklus, kuriuos, manoma, pats ir suskaičiavo.

Po šio nedrąsaus Fibonači bandymo kiekybiškai naujas rezultatas buvo paskelbtas XVI amžiuje vokiečio Valentino Oto ir olando Adriano Antonio darbuose. Šie autoriai nepriklausomai vienas nuo kito paskelbė žiną septynis tikslus π ženklus. Kaip bebūtų keista, autoriai nepateikė įrodymo, todėl jų rezultatai nebuvo vertinami rimtai. Pastebėsime, kad XVI amžiuje iš esmės pasikeitė

situacija Europos mokslinėje visuomenėje. Įsigalėjo nuostata, kad tik įrodyti darbai gali būti vertinami. Būtent taip pasielgė garsus XVI amžiaus prancūzų matematikas Fransua Vietas. Jis 1579 metais (įdomus sutapimas) naudodamas Archimedo metodą 393216-kampiui gavo, kad

$$3,1415926935 < \pi < 3,1415926537.$$

Paskelbus pastarąjį rezultatą, prasidėjo tikros lenktynės dėl kuo didesnio skaičiaus π tikslų ženklų radimo. F. Vieto amžininkas flamandų matematikas Adrianas van Romenas suskaičiavo 15 tikslų π ženklų. Į apskritimą teko įbrėžti 2^{30} -kampį. Šiam darbui buvo sugaišta ne vieni metai. Skaičiavimo entuziastų nebaugino nei didelis daugiakampio kraštinių skaičius, nei sugaištas laikas. Praėjus vos trimis metams po minėtojo rezultato paskelbimo, kitas olandų matematikas Liudolfas van Kiolenas, naudodamas vis dar tą patį Archimedo metodą, suskaičiavo 20 tikslų skaičiaus π ženklų. Jam teko į apskritimą įbrėžti daugiakampį, turintį 32 milijardus ir 512 milijonų kraštinių. Beje, po jo mirties rankraščiuose buvo rasta dar 15 tikslų ženklų. Minėtajam autoriui šis darbas tapo viso gyvenimo prasme. Gauti rezultatai buvo tiek brangūs autoriui, kad jis pareikalavo gautąjį įvertį iškalti paminklinėje lentoje. Tapo akivaizdu, kad Archimedo metodas išsisėmė. Norint rasti daugiau tikslų ženklų, reikėjo per daug pastangų, jau nekalbant apie rezultatų patikrinimą. Visi suprato, kad tolimesniems skaičiavimams tęsti, reikia ieškoti kitų, efektyvesnių metodų. Antra vertus, tiek tikslų ženklų kiek jau buvo žinoma, visiškai pakako praktiniams poreikiams. Tačiau dažnai matematikus mažai domina nagrinėjamo dalyko praktinis aspektas. Uždaviniai sprendžiami nepriklausomai nuo to, ar bus pritaikyti, ar ne. Taip atsitiko ir su skaičiumi π – problema buvo atvira, todėl vis atsirasdavo matematikų, kurie vėl ir vėl imdavosi šio uždavinio.

Kita vertus, jei skaičius π turi baigtinį ženklų skaičių, tai visiškai suprantamas noras visus šiuos ženklus rasti, priešingu atveju šis darbas tampa tik proto mankšta. Tačiau norint į tai atsakyti, iškilo būtinybė išnagrinėti skaičiaus π kilmę, kuri buvo neatsiejama nuo realiųjų skaičių pagrindimo. Bet XVII amžiuje ši problema dar nebuvo tinkamai suformuluota. Tačiau apie viską iš eilės.

Naujieji laikai: π kilmės problema

Tikrą skaičiaus π ženklų skaičiavimo revoliuciją padarė daugumai gerai žinomas olandų fizikas ir matematikas Kristianas Hiuigensas. Jis nustatė formules, kuriomis naudojantis galima labai suprastinti skaičiavimus nustatant

tikslius π ženklus. Prisiminkime, kad F. Vietas, norėdamas gauti šešis tikslius ženklus, nagrinėjo 400000-kampį, tuo tarpu naudojant Hiugenso metodą, tereikėjo šešiakampio dešimčiai tikslių skaičiaus π ženklų. Žinoma, tai buvo gryno oro gurkšnis besivaikantiems naujų skaičiaus π ženklų. Pasirodžius šiam Hiugenso darbui, lenktyniavimas tapo pozityvesnis – buvo ieškoma metodų, palengvinančių π ženklų skaičiavimą.

1701 metais po R. Dekarto mirties viename jo rankraštyje buvo rastas būdas, kurį vėliau patobulino ir išspausdino ne mažiau garsus matematikas L. Oileris. Tai taip vadinamasis *izoperimetrijų metodas*. Naudojant Archimedo būdą skritulio plotui aproksimuoti, paprastai būdavo naudojami taisyklingi daugiakampiai, kuriuos įbrėždavo į skritulį bei apibrėždavo apie jį. Lyginant jų plotus arba perimetrus būdavo gaunami π įverčiai. L. Oileris pasiūlė elgtis kiek kitaip. Sakykime, kad duoti taisyklingi daugiakampiai, kurių kraštinių skaičius yra n ir $2n$, be to, reikalaujama, kad jų perimetrai būtų lygūs. Skaičiaus π įvertį jis gavo nagrinėdamas santykį tarp įbrėžtų ir apibrėžtų apskritimų spindulių, kai n neaprežtai auga. Be to jis pateikė elegantišką, dar Vietos naudotos formulės įrodymą:

$$\frac{2}{\pi} = \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{16} \dots$$

Nesunku matyti, kad naudodami gerai žinomą formulę

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}},$$

paskutinę lygybę galime perrašyti taip

$$\frac{2}{\pi} = \sqrt{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}}} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}}}} \dots$$

Šios, atrodytų daug ką pasakančios apie skaičiaus prigimtį formulės, kėlė ir nemažą susirūpinimą. O priežastis paprasta. XVII–XVIII amžiuose nebuvo žinoma, kaip dauginti ir sumuoti begalinius dydžius. Tad iškilo ribinio sąryšio apibrėžimo būtinybė, juoba kad laikui bėgant vis daugiau buvo pateikiama šio skaičiaus išraiškų naudojant begalinį operacijų skaičių. XVII amžiuje Džonas Valisas pasiūlė tokią skaičiaus π išraišką:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2^2 4^2 6^2 \dots}{3^2 5^2 7^2 \dots}.$$

$$\bullet \bullet \bullet \alpha + \omega \bullet \bullet \bullet$$

Ši formulė autoriui pasirodė labai netikėta, todėl norėdamas apsidrausti nuo galimų klaidų paprašė savo draugą Viljamsą Braunkeri detaliau panagrinėti šį jo rezultatą. Pastarasis atsiliepė į kreipimąsi ir gavo nemažiau įdomią lygybę:

$$\frac{4}{\pi} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{3^2}{2 + \frac{5^2}{2 + \frac{7^2}{2 + \dots}}}}.$$

Išties nuostabi formulė, tiesiog laiptai į begalybę. Be jau minėtų rekurentinių, begalinių sandaugų ir grandininių trupmenų, kuriomis buvo reiškiamas skaičius π , svarbus vaidmuo teko ir funkcinėms eilutėms. 1670 metais Džeimsas Gregori apskritimo centrinio kampo arktangentą išreiškė lanko ilgiu:

$$\arctg(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots$$

Skaitytojui, išklausiui matematinės analizės kursą, ši formulė žinoma – tai funkcijos $y = \arctg(x)$ Teiloro eilutė taško $x = 0$ aplinkoje. Pastebėkime, kad tuo atveju, kai $x = 1$ (lanko ilgis lygus vienam radianui), gauname lygybę skaičiaus π reikšmei skaičiuoti:

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \dots$$

Bet paskutinė formulė turi vieną ydą: norint suskaičiuoti 3 skaičiaus π ženklus reikia atlikti apie 300 veiksmų. Kitaip tariant, paskutinė eilutė lėtai konverguoja. Kiek vėliau Niutonas įrodė, kad

$$\frac{\pi}{3} = 1 + \frac{1}{2^3 3} + \frac{3}{2^7 5} + \frac{5}{2^{10} 7} \dots$$

Naudodamiesi ja nesunkiai galime gauti bent dešimtį tikslų π ženklų.

Visos minėtos formulės labai suprastino skaičiaus π tikslų ženklų skaičiavimą. Žinoma, tuo nedelsiant buvo pasinaudota. Matematikas mėgėjas A. Šarpas į istoriją pakliuvo tada, kai taikydamas Gregori formulę kampui, įbrėžtam į lanką, kurio ilgis $\sqrt{\frac{1}{3}}$, gavo 72 tikslus π ženklus. Paskelbus šį rezultatą, naujo rekordo ilgai laukti neteko. Astronomas Džonas Mečinas suskaičiavo šimtą, netrukus T. F. Lanji – 128 tikslus π ženklus. Pastarieji rezultatai buvo gauti per palyginus trumpą laiką. Jei anksčiau skaičiavimai bei tikrinimas buvo ištis alinantis darbas, tai dabar padėtis pasikeitė iš esmės. Pavyzdžiui, L. Oileris, tikrindamas T. F. Lanji rezultatą, šį darbą atliko per 80 valandų. Beje, jis

nustatė, jog 113-asis skaitmuo yra ne toks, kokį buvo nurodęs T. F. Lanji, todėl šis rezultatas dažnai priskiriamas ir L. Oileriui.

Ilgainiui gauti rezultatai stiprino įsitikinimą, kad π nėra racionalus skaičius. Tačiau taip pat visiems buvo aišku, kad, norint įrodyti π iracionalumą, to nepakanka. Visiškai įmanoma, kad egzistuoja labai dideli sveikieji skaičiai, kurių santykis lygus skaičiui π . Kitaip tariant, periodas prasideda nuo labai tolimo dešimtainio skaitmens.

XVII amžiuje R. Dekartas algebrinius metodus pradėjo taikyti geometrijoje. Tokiu būdu gimė nauja matematikos šaka – analizinė geometrija. Naujieji metodai pasirodė labai efektyvūs. Buvo nustatyta, kad visus brėžimo uždavinius galima formuluoti ir įrodyti naudojant algebrinius metodus. Negana to, bet koks brėžimo uždavinys, kurį norima išspręsti skriestuvu ir liniuote, perfrazavus algeбриškai reiškia baigtinės pirmos ir antros eilės lygčių su racionaliais koeficientais sistemos arba baigtinio skaičiaus tik antros eilės lygčių, kai pirmoji turi racionalius koeficientus, sprendimą. Pavyzdžiui, kvadrato dvigubtinimo uždavinys. Jei x yra ieškomojo kvadrato kraštinė, a – duotojo, tai tuomet turi būti teisinga lygybė

$$x^2 = 2a^2.$$

Taigi šis uždavinys išsprendžiamas skriestuvu ir liniuote. Tačiau to paties negalime pasakyti apie kubo dvigubtinimo uždavinį, nes algeбриškai jis nusakomas tokia lygtimi:

$$x^3 = 2a^3.$$

O kokia skritulio kvadratūros uždavinio algebrinė forma? Jeigu x pažymėsime kraštinę kvadrato, kurio plotas turėtų būti lygus skritulio plotui kraštinę, tai šio uždavinio algebrinė forma yra

$$x^2 = \pi r^2.$$

Matome, kad skritulio kvadratūros uždavinio išsprendžiamumas tiesiogiai priklauso nuo to, ar π racionalus ar ne.

XVII amžiaus pabaigoje ir XVIII amžiaus pradžioje subrendo idėjos, sudariusios prielaidas sėkmingam skaičiaus π kilmės uždavinio išsprendimui. L. Oileris bet kokiam kampui α įrodė lygybę

$$e^{i\alpha} + e^{-i\alpha} = 2 \cos \alpha,$$

$$\dots \alpha + \omega \dots$$

o kiek vėliau ir garsiąją, pavadintą jo vardu lygybę

$$e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha.$$

Pastaroji atskleidžia nuostabų ryšį tarp dviejų, labai svarbių konstantų – e ir π : $e^{i\pi} = -1$. Ši lygybė suvaidino svarbų vaidmenį nustatant skaičiaus π kilmę. Bet apie viską smulkiau. 1770 metais J. H. Lambertas, naudodamasis T. F. Lanži įrodyta savybe (jei $\operatorname{tg} x$ racionalus skaičius, tai x iracionalus), nustatė, kad π iracionalus. Samprotavimas labai paprastas – kadangi $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1$, tai $\frac{\pi}{4}$ yra iracionalus. Taigi π iracionalus.

Tad į vieną klausimą atsakymas buvo gautas, t.y. skaičius π iracionalus, vadinasi jo dešimtainėje trupmenoje ženklų periodiškumo tikėtis neverta. 1844 metais J. Liuvilis įrodė, kad egzistuoja iracionalūs skaičiai, kurie nėra algebriniai, t.y. nėra lygties su racionaliais koeficientais šaknys. Tačiau ir toliau liko neaišku, ar π algebrinis, ar ne.

1873 metais Š. Ermitas pateikė dar vieną skaičiaus π iracionalumo įrodymą. Žinoma, įdomus ne pats rezultatas, o įrodymo metodas. Naudodamas šį metodą, jis įrodė, kad skaičius e yra transcendentinis. F. Lindemanas, susipažinęs su Ermito metodu, pastebėjo, kad tai galima sėkmingai panaudoti įrodant skaičiaus π transcendentalumą. Iš pradžių F. Lindemanas parodė, kad jei a yra sveikas, o $x_1, \dots, x_n$ algebriniai skaičiai, tai lygybė

$$a + e^{x_1} + \dots + e^{x_n} = 0$$

yra negalima. Naudodamasis šiuo rezultatu bei Oilerio lygybe

$$e^0 + e^{i\pi} = 0,$$

jis padarė išvadą, kad π negali būti algebrinis. Vadinasi, šis skaičius transcendentinis. Pastebėjime, kad tuo metu, kai F. Lindemanas paskelbė savo rezultatą, buvo žinomi 527 šio skaičiaus dešimtainiai ženklai.

Taigi F. Lindemanas padėjo tašką skaičiaus π pažinimo istorijoje. Be to, buvo neigiamai atsakyta į klausimą, ar galima skriestuvu ir liniuote atlikti skritulio kvadratūrą. Atrodytų, jog po šio atradimo gyvenimiškos rutinos sukūrys turėjo įtraukti į savo gelmę domėjimąsi šiuo skaičiumi, bet, kaip bebūtų keista, taip neįvyko. Atrodo, kad π turi magišką galią, kuri iki šiol traukia žmones. Nepamirškime, kad skaičius π susijęs su apskritimu, kuris yra dieviškumo simbolis ...

Skaičius π dvidešimtajame amžiuje

Pirmoje XX amžiaus pusėje bet koks domėjimasis skaičiumi π buvo priblėsęs. Ir tik 1946 metais vėl buvo pagerintas tikslų skaičiaus π ženklų rekordas. H. R. P. Fergusonas suskaičiavo 620 dešimtainius ženklus, o 1947 metais kartu su bendraautoriumi – 808 ženklus. Trapi ramybės būsena buvo pažeista ir lenktynės prasidėjo. Pradedant 1950 metais sparčiai ėmė vystytis kompiuterinė technika. Vienas iš kompiuterio galimybių tikrinimo objektų buvo tas pats skaičius π . Tačiau iki pat 1970 metų skaičiaus π reikšmės buvo skaičiuojamos tik pagal klasikinės formules, panaudojant kompiuterių technines galimybes. Apie 1910 metus indų matematikas S. Ramanadžanas įrodė, kad teisinga tokia formulė:

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(4k)!(1103 + 26390k)}{(k!)^4(396)^{4k}}.$$

Reikėtų pastebėti, kad į ją atkreiptas dėmesys buvo visai neseniai. Įdomu tai, kad kiekvienas šios eilutės dėmuo patikslina skaičių π aštuoniais dešimtainiais ženklais. 1985 metais Gosperas naudodamasis šia formule suskaičiavo 17 milijonų π ženklų.

1976 metais E. Salaminas ir R. Brentas nepriklausomai vienas nuo kito sukūrė labai efektyvų algoritmą π ženklams rasti. Sakykime, kad $a_0 = 1$, $b_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$, ir $s_0 = \frac{1}{2}$. Tada visiems $k = 1, 2, 3, \dots$ apibrėžkime

$$a_k = \frac{a_{k-1} + b_{k-1}}{2}, \quad b_k = \sqrt{a_{k-1}b_{k-1}},$$

$$c_k = a_k^2 - b_k^2, \quad s_k = s_{k-1} - 2^k c_k, \quad p_k = \frac{2a_k^2}{s_k}.$$

Tada seka p_k konverguoja į skaičių π . Negana to, kiekvienas kitas sekos narys aproksimuoja skaičių π dvigubai didesniu tikslų skaitmenų skaičiumi negu prieš tai buvęs. Teisybės dėlei reikėtų pasakyti, kad posakį „dvigubai didesniu“ reikėtų suprasti ne visiškai paraidžiui. Šios sekos ketvirtasis narys duoda 20 tikslų skaitmenų, o penktasis – 42, aštuntasis – 347, o devintasis – 697. Pasirodo, kad dvidešimt penktoji iteracija nurodo apie 45 milijonus tikslų π ženklų. Vėliau buvo sukurta ir daugiau algoritmų, kurių sukonstruotos sekos, aproksimuojančios π , elgiasi taip, kad du gretimi sekų nariai skiriasi, trimis, keturiais arba netgi devyniais kartais didesniu tikslų ženklų skaičiumi, bet įdomu tai, kad efektyvumo prasme jos nėra geresnės už tik ką minėtą algoritmą. Paminėsimė,

kad paskutiniai autoriui žinomi rezultatai gauti iš anksčiau minėtų rekurentinių formulių ir peržengė 6 milijardus ženklų.

Be jau minėto mokslinio pobūdžio lenktyniavimo, paminėsime kitokį – kas daugiau įsimins šio skaičiaus ženklų. Pirmą kartą (1977 metais) Gineso rekordų knygoje buvo registruotas S. Ploufo rezultatas. Jis sugebėjo įsiminti 4096 π ženklus. Kaip paprastai būna tokiais atvejais, prasidėjusios varžybos įtraukia vis daugiau entuziastų. Pastebėsime, kad šios rungtynės tęsiasi iki šių dienų. Beje, paskutinis mums žinomas įsimintų ženklų rekordas – 42000.

Pabaigai

Matematikoje susiduriama su daugybe mažiau ar daugiau reikšmingų skaičių, tačiau nė vienas iš jų nebuvo prikaustęs prie savęs tiek žmonijos dėmesio kiek skaičius π . Nuo seniausių laikų apskritimas buvo laikomas dieviškumo simboliu, ypatinga geometrine figūra. Iš tiesų neilinės figūros skaitinė charakteristika irgi nepaprasta.

