

Aleksandras Baltrūnas

Pitagoras

Istorija žino daug žymių matematikų. Tačiau ar bent vienas iš jų gali lygintis su Pitagoru – išminčiumi, kurio vardu pavadinta visiems gerai žinoma teorema? Su juo siejamas matematikos kaip mokslo atsiradimas. Kai kas gali paprieštarauti, kad matematika buvo žinoma ir kur kas anksčiau. Juk be matematinių žinių kažin ar būtų pastatytos garsiosios Egipto, Meksikos majų piramidės. Tai tiesa – matematika buvo žinoma seniai. Tačiau iki antikos laikų tos žinios buvo savotiškos – padrikas kažkokių receptų ar dogmų rinkinys. Matematiniai rezultatai būdavo pateikiami be įrodymų. O senovės Graikijoje matematika – jau ne atskiros žinių nuotrupos, bet ištisa loginė dedukcinė sistema. Ir kad ji tapo tokia, „kaltas“ yra kaip tik Pitagoras.

Apie paties Pitagoro gyvenimą autentiškų žinių beveik neišliko. O ir tos pačios piešia nekokį jo paveikslą. Jo amžininkas Heraklitas yra pasakęs, kad visa Pitagoro išmintis – tai ne vien tik jo plačios žinios, bet ir apgaulė. O poetas Timonas Filijuntietis rašė:

*Troško išminčiumi didžiu pasirodyti kadais Pitagoras,
Masino sielas žmonių tauškalais įmantriais įvairiausiais.*

Tiesa, vėlesni autoriai apie jį buvo kur kas palankesnės nuomonės. Graikų istorijos tėvas Herodotas Pitagorą vadina „didžiausiu helenų išminčiumi“. Kaip tik iš vėlesnių šaltinių ir galime susidaryti šią tokią vaizdą apie Pitagoro gyvenimą ir mokslinę veiklą.

Pitagoras gimė apie 570 m. pr. Kr. Same – vienoje iš Egėjo jūros salų. Nepakęsdamas salą valdžiusio Polikrato (save vadinusio „laimingiausiu iš laimingiausių“) tironijos, jaunystėje apleidžia gimtinę ir patraukia kelionėn po Artimuosius Rytus. Čia susipažįsta su senosios kultūros likučiais. Egipte Pitagoras nori pas tenyškščius žynius studijuoti jų mokslo. Žyniai jį priima, tik iškelia vieną sąlygą – jis pirma turįs išlaikyti įvairius išbandymus. Juos išlaikęs, Pitagoras keletą metų semiasi žynių išminties.

525 m. pr. Kr. Egiptą nukariauja persai. Daug egiptiečių, tarp jų ir Pitagoras, kaip belaisviai išgabunami į Rytus. Taip jis atsiduria persų valdomame Babilone, kur praleidžia net 12 metų. Kaip pasakojama, čia susipažįsta su chaldėju (šitaip buvo vadinami Babilono žyniai, kurie domėjosi astrologija ir astronomija) Zarata (vadinamuoju Zaratustra), iš kurio semiasi kai kurių minčių. Sugrįžęs į Graikiją, jau nebegali apsigyventi tėviškėje, nes kaip tik tuo metu persai nukariauja visas Mažojoje Azijoje esančias graikų salas. O Samo sala po Polikrato nužudymo persų visai nusiaubinama. Todėl Pitagoras išeikia Apeninų pusiasalyje esančioje graikų gyvenvietėje Krotone, kur ir suburia savo mokinius į savotišką mokyklą, vėliau pavadintą pitagoriečių brolija. Jos nariu galėdavo tapti ne kiekvienas. Kaip pats Pitagoras Egipte, kandidatai turėdavo nueiti ilgą ir nelengvą išbandymų kelią. Pavyzdžiui, vienas iš reikalavimų – tam tikrą laiką išbūti nepratarus nė žodžio. Iš pradžių pitagoriečių brolija buvo religinė dorovinė sekta. Pitagoras skelbė, kad žmonių sielos po jų mirties neišnyksta, o tik persikelia į kitus žmones ar gyvulius. Paties Pitagoro siela, jo nuomone, prieš jam gimstant buvo pragyvenusi jau 207 metus. Iš pradžių ji buvo įsikūnijusi dievo Hermio sūnuje Efialte. Todėl pitagoriečiai visas protingas būtybes skirstė į dievus, panašius į Pitagorą, ir žmones. Ar ne todėl jie ne tik nevartojo mėsos, bet labai pagarbiai elgėsi su gyvuliais? Čia jaučiama Rytų tikėjimų, tiksliau, vieno jų – džainizmo, seno kaip budizmo, tačiau nepalyginamai griežtesnio Indijos tikėjimo – įtaka. Štai kodėl filosofas Ksenofanas Kolofonietis išjuokė Pitagoro mokslą tokiomis eilėmis:

Sako, kad sykį praeidamas mušamą šunį pamatė,

Gailėsčio apimtas, jis tarė štai tokius žodžius:

„Liaukis ir jo nebemušk! Juk mano bičiulio tai siela!“

Balsą girdėdamas jo, draugą tikrai pažinau!

Rytuose Pitagoras užsikrėtė ten populiaria skaičių magija. Tai ir paskatino jį susidomėti matematika. Kiekvienas susiduria su daiktais, kuriuos galima išmatuoti. Ir čia nieko nuostabaus. Tačiau Pitagoras, domėdamasis akustika, pastebėjo, kad išmatuoti galima ir garsus. Atradęs skaitinius dėsningumus astronomijoje ir muzikoje, Pitagoras labiau susidomėjo šia pasaulio pažinimo sritimi. Kadangi tokių dėsningumų jis rasdavo vis daugiau ir daugiau, tai neliko nieko kito, kaip padaryti išvadą, kad „skaičius yra visų daiktų esmė, ir apskritai Visatos organizacija su jos nuostatais yra harmoninga skaičių ir jų santykių sistema“. Taip gimė Pitagoro matematikos mokykla.

Matematika, sujungta su mistine religija, – toks esminis pitagoriečių brolijos bruožas. Ar ne todėl olandų matematikas B. L. van der Vardenas, lygindamas įvairias mistines religijas su pitagoriečių brolijos mokymu, pastebi, kad pastarieji troško „apvalyti sielas remiantis matematika, kuri yra viena iš sudėtinių jų religijos dalių“. Nežinia, ar brolijos viduje vykdavo mokslinės diskusijos, bet visuomenė apie tai nieko nežinojo. Visi atradimai buvo priskiriami Pitagorui. Pitagoriečiai atrado daug matematinių faktų. Tačiau svarbiausias jų pasiekimas yra Pitagoro teoremos įrodymas. Pasakojama, kad Pitagoras, įrodęs šią teoremą, iš džiaugsmo dievams paaukojo net šimtą jaučių. Kaip tik ši legenda ir paskatino XIX a. vokiečių poetą Adalbertą von Chamisso parašyti tokias eiles:

*O išmintingasai senoli,
Iminę mįslę nuostabiai,
Tu nelikai skolingas dangui
Ir šimtą jaučių pražudei.*

(A. Baltrūno vertimas)

Taip, toks meilės matematikai įrodymo būdas mus pribloškia. Panašiai nustebintas buvo ir žymus anglų rašytojas, pasakų „Alisa stebuklų šalyje“ ir „Alisa Veidrodžio karalystėje“ autorius Liuisas Kerolas (jis taip pat Oksfordo universiteto matematikos profesorius Č. L. Dodžsonas), kuris prisipažino: „Toks pagarbos mokslui reiškimas man atrodo truputį perdėtas ir netinkamas. Galima įsivaizduoti, kad kažkas, padaręs žymų mokslo atradimą, pakviečia vieną arba du draugus švęsti šio įvykio prie vyno butelio ir bifštekso. Tačiau paaukoti šimtą jaučių! Tai būtų per daug. Ką mes darytume su tokiu mėsos kiekiu?“ Beje, šia legenda galima būtų ir netikėti, nes Pitagoras buvo uždraudęs skriausti gyvūnus. (Kaip matyti, Pitagoro asmenybė palikuonių akyse buvo apgaubta tokia mistine migla, kad jie jam priskyrė nesutaikomus poelgius.) Tačiau teorema išties buvo verta tokios aukos! Anglų filosofas T. Hobsas (1588–1679) matematika susidomėjo jau peržengęs keturiasdešimties metų slenkstį. Pirmoji teorema, kurią jam teko aiškintis, ir buvo Pitagoro. T. Hobsas buvo taip nustebintas šio rezultato, kad nesusilaikė ir sušuko: „Tai neįmanoma!“ Ir tik vėliau, išnagrinėjęs jos įrodymą, jis suprato, kad buvo suklydęs.

Pitagoro teorema buvo žinoma jau ir anksčiau. Yra duomenų, kad senovės Egipto žyniai stačiajam kampui nustatyti naudojo virvutę su 12 mazgų (prisiminkime, kad trikampis, kurio kraštinės yra 3, 4 ir 5, – statusis). Tačiau

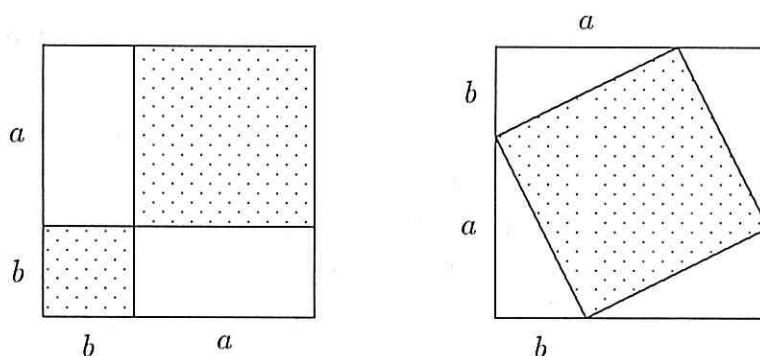
tuomet ji buvo nustatyta empiriškai. Ir tik Pitagoras šią teoremą įrodė griežtai logiškai. Šis įrodymas (kaip ir kitų matematinių tiesų įrodymai) nulėmė matematikos kaip mokslo atsiradimą. Ir kai Babilone matematinės tiesos buvo aiškios „kiekvienam kvailiui“ (žinoma, jei jis išmanė matematiką), tai senovės graikai tuo aiškumu suabejojo. Rezultatas – teoremų įrodymai, kartu gimimas mokslo, kurį, J. Berneto žodžiais tariant, galima apibūdinti kaip „graikų mąstymą apie pasaulį“. Juk tuo metu mokslas nebuvo taip suskirstytas kaip dabar. Tai buvo vieninga sistema, kurią vadino tiesiog „matematika“ – pažinimu, žinojimu. Tad matematika kažkada buvo pirmasis ir vienintelis mokslas. Net ir kur kas vėliau filosofas Sekstas Empirikas, parašęs prieš mokslininkus nukreiptą traktatą, pavadino jį „Prieš matematikus“.

Pitagoro teorema nulėmė ne vien gimimą teorinio mokslo, kurio dėka, A. Einšteino žodžiais tariant, antikos Graikija tapo Vakarų mokslo lopšiu, bet ir antikos matematikos vystymosi kryptį, būtent jos geometrizzavimą. Juk su ja loginiu būdu buvo atrastos nebendramatės atkarpos, pavyzdžiui, lygiašonio stačiojo trikampio įžambinė, kurios ilgis yra $\sqrt{2}$. Ligi tol antikos graikai manė, kad visi dydžiai yra bendramačiai, t. y. jiems visiems galima parinkti vieną matą. Jei turime skaičius, tai jie yra arba natūralieji, arba jų santykiai, t. y. racionalieji. Jei turime atkarpas, tai jų ilgiai yra išmatuojami tik šiais skaičiais. O šios teoremos dėka atrandama tokia atkarpa, kurios dydis išreiškiamas iracionaliuoju skaičiumi. Tad, jei turime lygiašonį statųjį trikampį, niekuomet neegzistuos atkarpa (kad ir kokia maža ji bebūtų), kuria galėtume matuoti šio trikampio statinį ir įžambinę abu kartu. Tuo laiku šis atradimas buvo savotiškas perversmas moksle. O mums tai gali būti geriausias pavyzdys, kaip matematika gali keisti žmonių pasaulėžiūrą. Juk bet kokie empiriniai matavimai yra galimi su tam tikra paklaida, todėl visuomet jie ir yra išreiškiami racionaliaisiais skaičiais. Kaip tik ši aplinkybė ir padėjo antikoje susidaryti nuomonei, kad visi dydžiai yra bendramačiai.

Pitagoras, įrodęs nebendramačių atkarpų egzistavimą, netapo iracionaliųjų skaičių atradėju. Net atvirkščiai – jis neigė jų galimumą. O kas jam beliko daryti? Juk priešingu atveju pasirodytų, kad yra netikęs visas jo filosofinis mokymas, pasirinkęs racionaliųjų skaičių Visatos pradū. Tačiau Pitagorui reikėjo rasti išeitį. Ir jis pradėjo skelbti, kad atkarpa yra bendresnis dydis už skaičių – kiekvieną skaičių galima išreikšti atkarpa (tuo tarpu atvirkščiai padaryti neįmanoma) – ir kad geometrija yra pats bendriausias matematikos mokslas, jos pagrindas. Šią nuomonę parėmė ir kiti antikos matematikai. Todėl

antiką galima laikyti savotišku geometrijos „aukso amžiumi“.

Tarp visų pitagoriečių atrastų matematinių tiesų Pitagoro teorema yra svarbiausia. Ja žavėjosi ir vėlesni mąstytojai. O romėnai net pastatė forume bronzinį Pitagoro biustą, kai orakulas jiems liepė pagerbti išmintingiausią graiką. Slenkant amžiams, buvo randami vis nauji ir nauji šios teoremos įrodymai. 1907 m. amerikiečių matematikas L. S. Liumis (*Loomis*) išleido knygą „Pitagoro teorema“, kur pateikė net 300 jos įrodymų. Tarp tokios daugybės įrodymų prapuolė net ir paties Pitagoro. Štai įrodymas, kuris paprastai priskiriamas Pitagorui. Akivaizdu, kad dviejų lygių kvadratų neužtaškuotų sričių plotai yra lygūs. Tada turi būti lygūs ir užtaškuoti plotai.



Ilgainiui pitagoriečių brolija, ypač paties Pitagoro politiniai siekiai pabodo vietiniams gyventojams, ir šie išvijo juos iš Italijos. Pasak vienos legendos, nusenęs Pitagoras žuvo gatvių kautynėse, kai pitagoriečiai stengėsi užgrobti vieną Mažosios Azijos miestą. Kita legenda teigia, kad nepavykus įgyvendinti Pitagoro planų, jis nuėjo į šventyklą ir ten numarino save badu. Pasakojama, kad Pitagorui po mirties buvo pastatytas antkapis, kuriame iškaltas jo teoremos įrodymo brėžinys. Deja, ligi šių laikų jo kapo taip ir nepavyko rasti.

Dabar yra iškelta daug hipotezių, kodėl mokslas, kaip dedukcinė sistema, kurioje viskas grindžiama įrodymu, užgimė būtent antikos Graikijoje. Vieną jų pateikė didelis graikų valstybės ir kultūros patriotas Aristotelis (384–322 m. pr. Kr.). Pasak jo, graikai už savo mokslo suklestėjimą turi būti dėkingi tuometinei demokratinei santvarkai, sudariusiai žmonėms (tik ne vergams, nes jie juk tik „kalbantys įrankiai“) palankias sąlygas kūrybiniam darbui. Beje, šį požiūrį remia ir šiuolaikiniai tyrinėtojai, pavyzdžiui, žymus mokslo istorikas D. Stroikas bei B. Gnedenka ir I. Pogrebiskis. Išties, jei palygintumėm Rytų valstybes, kuriose viešpatavo tironija, ir demokratinę antikos Graikiją, tai pamatytume didelį skirtumą. Pirmose valstybėse žmogus buvo arba beteisis, dulkėse šliaužiojęs

kirminas, arba savotiškas pusdievis, kuriam viskas galima. Argi tokioje visuomenėje žmogus gali save laikyti kūrėju, mokslininku? Geriausiu atveju, jis gali būti savotiškas tarpininkas tarp dievų ir žmonių, dievų išrinktasis, kuriam šie retkarčiais kaip dovaną duoda kokią nors idėją ar mintį. Todėl čia mokslas – šventas dalykas. Juo domėtis teisę turėjo tik žyniai, kurių pareiga ir buvo bendrauti su dievais. O jei visi mokslo atradimai yra tik dievo dovana, tai argi galima tokiu atveju reikalauti įrodymų, pagrindimų. Senovės Babilono ar Egipto žmonėms toks reikalavimas būtų tolygus šventvagystei, dievų paniekinimui, abejonei jų žodžiais. Visai kitaip buvo antikos Graikijoje. Čia susikūrusi demokratinė santvarka suteikė laisviesiems piliečiams teisę svarstyti, samprotauti, abejoti, kartu ir laikytis skirtingų nuomonių. O tai paskatino įrodinėti, viešai diskutuoti. Tokia susiklosčiusi tradicija viską įrodyti netruko persikelti ir į matematiką. Taip atsirado mokslinė diskusija, kurią lydėjo įrodymai ir, kaip anksčiau pastebėjome, matematikos, kaip dedukcinio mokslo, gimimas. Ar ne todėl N. Burbaki yra pasakęs: „Graikų laikais sakyti *matematika* reiškė sakyti *įrodymas*“. Tiesa, ir antikos Graikijoje pirmieji matematikos žingsniai dar buvo sąlygojami nusistovėjusių Rytų valstybių mokslo normų. Pitagoras savo veikla pasireiškė kaip žynys, savotiškas dievų išrinktasis (prisiminkime pitagoriečių pateiktą protingų būtybių klasifikaciją). Ar ne todėl anglų filosofas ir logikas B. Raselas yra pasakęs, kad Pitagoras turėjo bruožų Einšteino ir mis Edės (įkūrėjos amerikiečių religinės sektos, skelbusios, kad blogybės ir ligos gali būti įveiktos, supratęs jų nerealumą). Tačiau vėliau matematikai jau atsisakė tokių mokslui svetimų ir nepriimtinių įpročių.