

skyrius 1

Įvadas

Makroekonometrija - ekonometrinių instrumentų/priemonių bei modeliavimo požiūriu visuma, skirta makroekonominiams procesams analizuoti. Kartais *makroekonometrijos* sąvoka suprantama siauresne prasme, t.y. apima tik ekonometrinių instrumentariumą, skirtą makroekonominiams procesams analizuoti. Toks supratimas dominuoja tarp įvairių ekonometrijos vadovėlių. Jei norima pabrėžti, jog svarbūs yra ne tik ekonometriniai metodai, bet ir įvairūs metodologiniai požiūriai, kaip ir kiek reikėtų remtis ekonomikos teorija modeliuojant bei kaip jas derinti tarpusavyje, kada ir kaip reikėtų taikyti ekonometrinių instrumentariumą, kokius teorinių ekonominių rodiklių empirinius analogus bei kokius duomenis naudoti ir t.t. dažniausiai naudojama *makroekonometrinio modeliavimo* sąvoka.

Makroekonometrinis modeliavimas apima ne tik ekonometrinius metodus, bet ir įvairius metodologinius požiūrius į tai, kaip ir kiek reikėtų remtis ekonomikos teorija modeliuojant bei kaip jas derinti tarpusavyje, kada ir kaip reikėtų taikyti ekonometrinių instrumentariumą, kokius teorinių ekonominių rodiklių empirinius analogus bei kokius duomenis naudoti, kaip parinkti kintamuosius ir pan.

1.1 Žinių poreikis modeliuojant

Kuo daugiau akcentuojamas makroekonometrinis modeliavimas, o ne ekonometriniai metodai, tuo daugiau erdvės atsiranda modeliuotojo patyrimui, o ne jo turimoms teorinėms žinioms. Svarbu pastebėti, kad geras ekonometrinių metodų įsisavinimas yra *būtina*, bet *nepakankama* sąlyga taikomosios ekonometrijos specialistui. Tai, su kuo yra susijęs ekonometrinis modeliavimas, iliustruoja toliau pateikta schema.

Schema ir susijusį ekonometrinio modeliavimo aprašymą žr. 2005 m. konspekte.

Schemoje pateiktos sąsajos visiškai tinka ir makroekonometriniam modeliavimui. Specifika ta, kad dirbama su agreguotais (visuminiais) ekonomikos rodikliais, taikoma *makroekonomikos* teorija ir ne visi teoriniai ekonometriniai modeliai yra aktualūs.

Norėdamas praktiškai sudaryti bei taikyti makroekonometrinius modelius, ekonometrijos specialistas turėtų pakankamai gerai išmanyti:

- makroekonomikos teoriją;
- empirinę statistiką (duomenis);
- metodologines modeliavimo alternatyvas;
- taikytinų ekonometrinių modelių alternatyvas;
- modelių vertinimo metodus bei įverčių savybes;
- statistinių išvadų teoriją;
- kitus matematinės statistikos pagrindus.

Kas yra "pakankamai gerai" (kiek kurios srities žinių reikia) priklauso nuo to, į ką ekonometrijos specialistas orientuojasi. Kuo daugiau orientuojamasi į taikymus, tuo didesnės svarbos turi sąrašo viršuje pateikti punktai. Jei kryptama link teorinės ekonometrijos (teorinių modelių, parametrų vertinimo metodų, testų ir pan. kūrimo), svaresni tampa sąrašo apačioje pateikti punktai. Šiame vadovėlyje užimta vidurio pozicija, didžiausią dėmesį skiriant taikytinų modelių alternatyvoms nagrinėti. Kaip ir kokius modelius bei metodus taikyti labai priklauso nuo modeliavimo tikslo.

Daug kas atkeliauja su praktiniu modeliavimu, tačiau asmeninę patirtį padėtų struktūruoti pažintis su pagrindiniais metodologiniais požiūriais į makroekonometrinį modeliavimą. Tačiau prieš aptariant metodologinius požiūrius, verta pažvelgti į sąlyginę ekonometrinio išskirti dar keletą dalykų, svarbius makroekonometriniam modeliavimui.

Kad ir kuriam tikslui būtų skirtas kuriamas modelis, pirmiausia jis turėtų būti adekvatus modeliuojamai ekonomikai. Bet ką tai reiškia?

1.2 Modeliavimo tikslai ir susiję modeliavimo etapai

Makroekonometrinis modeliavimas (taikoma ekonomikos teorija ir modeliavimo metodologija, konkretūs metodai ar net duomenys ir pan.) pirmiausia priklauso nuo modeliavimo tikslo. Pastarasis dažniausiai yra vienas iš šių:

- hipotezių apie kintamųjų tarpusavio sąsajas ar kintamųjų vaidmenį ištyrimas;
- poveikio modeliavimas (reakcijos į impulsus analizė);
- ekonominių šokų (pirminių ekonominių impulsų) nustatymas;
- prognozavimas.

Dėmesio! Nei vienas tikslas nebus pasiektas, jei panaudotas ekonometrinis modelis bus neadekvatus. Todėl visada:

- a) skirkite laiko parinkti modelį bei modeliavimo metodologiją, kurie tiktų siekiamam tikslui spręsti;
 - b) pakankamai dėmesio skirkite modelio savybių analizei bei įsitikinkite, kad sudarytas empirinis modelis yra adekvatus teorinei struktūrai (tiek ekonomikos, tiek statistinei);
 - c) taikykite geromis savybėmis pasižymintį modelio įvertinimo metodą.
-

1.2.1 Hipotezių apie kintamųjų tarpusavio sąsajas tikrinimas

Ekonomikos teorija nusako, jog tarp ekonominių kintamųjų egzistuoja vienoks ar kitoks ryšys. Todėl natūralus taikomojo ekonometrijos specialisto uždavinys yra patikrinti, ar tai statistiškai reikšmingai neprieštarauja empiriniams stebėjimams. Jei ekonomikos teorija nusako konkretų parametrinį sąryšio tarp kintamųjų pavidalą (pvz. tiesinį, logtiesinį, polinominį ir pan.), tada uždavinys yra tiesiog patikrinti, ar parametų reikšmės atitinka ekonomikos teorijos nusakytąsias. Jei ekonomikos teorija neapibrėžia konkretaus parametrinio sąryšio pavidalo, tada taikytini neparаметrinės regresinės analizės metodai siekiant nustatyti, ar yra statistiškai reikšmingas kokio nors pavidalo ryšys. Tačiau neparame triniai metodai makroekonometrijoje naudojami labai retai, kadangi jie reikalauja didelio stebėjimų skaičiaus, o makroekonominių stebėjimo dažnis yra retas: paprastai fiksuojami metiniai, ketvirtiniai ar mėnesiniai makroekonominiai rodikliai.

Pavyzdys. Tarkime, kad ekonomikos teorija numato, jog atsitiktiniai kintamieji $Y_t \in R$ ir $X_t \in R$ yra susiję regresiniu sąryšiu $E(Y_t = y_t | X_t = x_t) = f(\theta, x_t)$ (čia y_t ir x_t yra atsitiktinių dydžių Y_t ir X_t realizacijos laiko momentu t) su žinomo pavidalo funkcija $f : R \rightarrow R$, ir ekonomikos teorija teigia, kad parametro θ reikšmė yra θ_0 . Tada norint patikrinti nulinę hipotezę $H_0 : \theta = \theta_0$ prieš dvipusę alternatyvą $H_1 : \theta \neq \theta_0$ "belieka":

- a) turint stebėjimus $\{y_t, x_t\}_{t=1}^T$ koku nors (geromis savybėmis pasižyminčiu) parametrų vertinimo metodu įvertinti regresijos funkciją $E(Y_t = y_t | X_t = x_t) = f(\theta, x_t)$ atitinkantį regresinį modelį $y_t = f(\theta, x_t) + \varepsilon_t$, čia ε_t yra paklaida, tenkinanti $E(\varepsilon_t | X_t = x_t) = 0$;
- b) patikrinti, ar prielaida apie sąryšio pavidalą $f(\theta, x_t)$ yra adekvati empiriniams duomenims;
- c) nustatyti, kokiomis statistinėmis savybėmis pasižymi liekanos ε_t bei remiantis šiuo ir įverčių savybėmis nustatyti, kokios yra θ įverčio $\hat{\theta}$ statistinės savybės (pasiskirstymo charakteristikos);
- d) patikrinti, ar už(si)duoto reikšmingumo lygmenyje, pavyzdžiui α_0 , atmetama nulinė hipotezė $H_0 : \theta = \theta_0$ alternatyvos $H_1 : \theta \neq \theta_0$ naudai.

skyrius 2

Kintamieji, empiriniai duomenys ir teoriniai procesai

2.1 Kintamųjų tipai ir savybės

Kintamieji yra sudėtinė makroekonominių modelių dalis, tačiau jų funkcijos modelyje gali labai skirtis, jie gali pasižymėti skirtingomis statistinėmis savybėmis. Pagal tai toliau yra apžvelgiamos dvi kintamųjų tipų grupės. Pirmoji grupė apima *endogeninius*, *egzogeninius* bei su jais susijusius kintamuosius. Ji yra suformuota pagal kintamųjų funkcijas modelyje. Antroji kintamųjų tipų grupė apima *stacionarius* bei *nestacionarius* kintamuosius ir priklauso nuo kintamųjų statistinių charakteristikų.

Kad būtų paprasčiau aptarti kintamųjų tipus, toliau iliustracijai naudosome tokį modelį ekonometrinį modelį (dviejų regresinių lygčių sistema):

$$\begin{cases} Y_t^{(1)} = \alpha X_t^{(1)} + \beta Y_t^{(2)} + \gamma Y_{t-1}^{(1)} + \varepsilon_t^{(1)}, \\ Y_t^{(2)} = \delta X_{t-4}^{(2)} + \varepsilon_t^{(2)} \end{cases} . \quad (2.1)$$

Šioje sistemoje stebimais modelio kintamaisiais yra $Y_t^{(1)}, Y_t^{(2)}, X_t^{(1)}, X_{t-4}^{(2)}$ (nevienodas viršuje esantis indeksas pažymi, kad kintamasis yra kitas, o apačioje esantis indeksas t žymi laiko momentą ar periodą, kuriuo fiksuojama konkretaus kintamojo reikšmė). Modelio (nestebimais) parametrais yra $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, kurie gali įgyti realias reikšmes. Laikysime, kad modelio paklaidos $\varepsilon_t^{(1)}$ ir $\varepsilon_t^{(2)}$ yra tarpusavyje nepriklausomos bei tenkina $E(\varepsilon_t^{(1)} | X_t^{(1)}, Y_{t-1}^{(1)}, Y_t^{(2)}) = 0$ ir $E(\varepsilon_t^{(2)} | X_{t-1}^{(2)}) = 0$.

Dėmesio! Paklaidos taip pat yra tam tikri (nestebimi) kintamieji. Tačiau modelio kintamaisiais toliau vadinsime tik faktiškai *stebimus dydžius*.

Tolesniuose skyriaus skirsniuose yra apibrėžiami įvairūs kintamųjų tipai ir savybės. Perskaite skirsnius turėtumėte suprasti, kodėl 2.1 sistemoje galioja toks kintamųjų priskyrimas:

- endogeniniai (priklausomi): $Y^{(1)}, Y^{(2)}$;
- egzogeniniai (nepriklausomi): $X^{(1)}, X^{(2)}$;
- aiškinantieji (veiksniai): a) 1-oje lygtyje - $X_t^{(1)}, Y_t^{(2)}, Y_{t-1}^{(1)}$; b) 2-oje lygtyje - $X_{t-4}^{(2)}$;
- vienalaikiai: $Y_t^{(1)}, Y_t^{(2)}, X_t^{(1)}$;
- ankstiniai: $Y_{t-1}^{(1)}, X_{t-4}^{(2)}$;
- determinuotų reikšmių: $X_t^{(1)}, Y_{t-1}^{(1)}, X_{t-4}^{(2)}$;

2.1.1 Sisteminės kintamųjų savybės

Priklausomai nuo to, ar nagrinėjame modelyje kintamieji yra modeliuojamieji ar ne, kintamieji skirstomi į *endogeninius* bei egzogeninius. Atkreiptinas dėmesys į tai, kad laiko indeksas šiam apibrėžimui nėra aktualus ir atitinkama kintamajam priskirta savybė galioja bet kuriam laiko momentui.

Apibrėžimas. *Endogeniais* yra modeliuojamieji kintamieji.

2.1 sistemoje endogeniniais yra kintamieji $Y^{(1)}, Y^{(2)}$. Pastebėtina, kad modeliuojami kintamieji dar dažnai vadinami *priklausomais* kintamaisiais, o regresiniuose modeliuose dar ir *regresantais*.

Apibrėžimas. *Egzogeniniais* laikomi tie kintamieji, kurių reikšmės yra determinuojamos už modelio ribų.

Egzogeninių kintamųjų reikšmės nėra nusakomos nagrinėjamu modeliu ir laikomos išoriškai (egzogeniškai) duotomis. 2.1 sistemoje tokiais kintamaisiais yra $X^{(1)}$ ir $X^{(2)}$. Pastebėtina, kad egzogeniniai kintamieji dar vadinami *nepriklausomais* kintamaisiais.

Svarbu suvokti, kad kintamojo endogeniškumas/egzogeniškumas yra apibrėžiama visos sistemos atžvilgiu. Taigi tai yra sisteminė kintamojo savybė

modelyje. Jei modelis yra ne lygčių sistema, o vienintelė lygtis, tada tėra vienas endogeninis kintamasis, o egzogeninių kintamųjų gali būti ne vienas.

Užduotis. Įvardinkite kintamuosius ir jų vadmenį šiame modelyje: $Y_t = \alpha + \varepsilon_t$, $\alpha \in R$, $\varepsilon_t \sim v.n.p.(0, \sigma^2)$? Kiek egzogeninių kintamųjų būtų, jei $\alpha = 0$?

2.1.2 Aiškinančiųjų kintamųjų tipai atskiroje lygtyje

Nagrinėjant atskirą konkrečią lygtį kintamųjų endogeniškumas-egzogeniškumas sistemos atžvilgiu išlieka. Tačiau papildomai dar verta aptarti kelias kitas kintamųjų grupes: *aiškinančiuosius kintamuosius*, *veiksnius*, *ankstinius* bei *determinuotų reikšmių kintamuosius*.

Apibrėžimas. *Aiškinantieji kintamieji* - tai visi priklausomą atskiros lygties kintamąjį nusakantys kintamieji.

2.1 sistemos pirmos lygties atveju yra trys aiškinantieji kintamieji $(X_t^{(1)}, Y_t^{(2)}, Y_{t-1}^{(1)})$, nusakantys priklausomo kintamojo $Y_t^{(1)}$ elgesį. Regresiniuose modeliuose aiškinantieji kintamieji dar vadinami *regresoriais*. Atkreipkite dėmesį į tai, kad kitaip nei nusakant endogeniškumą - egzogeniškumą, čia jau yra svarbus laiko indeksas: $Y_t^{(1)}$ yra aiškinamasis, o $Y_{t-1}^{(1)}$ - aiškinantysis kintamasis.

Į akis turėtų kristi ir tai, kad dalis kintamųjų reikšmių yra fiksuojama momentu/laikotarpiu t , o kitas dalis - $(t - k)$, $k > 0$. Priklausomai nuo to galima išskirti *vienalaikius* bei vėluojantį poveikį turinčius kintamuosius - *ankstinius*. Pastarasis pavadinimas susijęs su tuo, kad tai tų pačių kintamųjų ankstesnės reikšmės.

Apibrėžimas. *Vienalaikiai kintamieji* - visi kintamieji, kurių reikšmės lygtyje fiksuojamos vienodu momentu (periodu) kaip ir priklausomojo kintamojo reikšmės.

Apibrėžimas. *Ankstinys* - ankstesnės reikšmės įgyjantis kintamasis.

Taigi 2.1 sistemos pirmos lygties atveju $Y_t^{(1)}$ ir $X_t^{(1)}$ bei $Y_t^{(2)}$ yra vienalaikiai kintamieji, o $Y_{t-1}^{(1)}$ - ankstinys. Iš principo analogiškai galima būtų apibrėžti

8SKYRIUS 2. KINTAMIEJI, EMPRINIAI DUOMENYS IR TEORINIAI PROCESAI

ir *vėlinius*: kintamuosius, turinčius ankstinantį poveikį, t.y. indeksuotus $(t+k)$, $k > 0$, tačiau tokie nariai ekonometriniuose modeliuose naudojami rečiau.

Tam, kad vėliau galėtume nagrinėti sistemos identifikuojamumo klausimą, svarbu išskirti dar vieną kintamųjų grupę - *determinuotų reikšmių aiškinančiuosius kintamuosius* ar tiesiog *determinuotų reikšmių kintamuosius*.

Apibrėžimas. *Determinuotų reikšmių (aiškinantieji) kintamieji*, tai visi aiškinantieji kintamieji, išskyrus vienalaikius endogeninius kintamuosius.

2.1 sistemos pirmoje lygtyje determinuotų reikšmių (aiškinančiaisiais) kintamaisiais yra $X_t^{(1)}$ ir $Y_{t-1}^{(1)}$.

Apie egzogeniškumo-endogeniškumo empirinį testavimą pasižiūrėti rašytiniuose konspektuose.

Apie silpną, stiprų ir super-egzogeniškumą dinaminuose modeliuose pasižiūrėti 2005 m. konspektuose.

2.1.3 Stochastiniai ir nestochastiniai aiškinantieji kintamieji

Deterministiniai trendai, fiktyvūs/dirbtiniai kintamieji (kurie taip pat gali būti stochastiniai, jei sudaryti pagal stochastinį požymį, pvz., struktūriniam lūžiui aprašyti).

2.2 Empiriniai duomenys kaip teorinių procesų realizacijos

Kaip jau matėme, greta ekonomikos teorijos ir matematinių-statistinių modelių ekonometrinis modeliavimas yra tiesiogiai susijęs su duomenimis. Šis skyrius skirtas aptarti, kaip ekonometrijoje yra traktuojami duomenys, - kas yra duomenys?

2.2.1 Empiriniai duomenys

Pirma pastebėtina, kad duomenų šaltinių gali būti įvairių. Dažniausiai sąvoka *duomenys* yra susijusi su *empiriniais* duomenimis, t.y. duomenimis

2.2. EMPIRINIAI DUOMENYS KAIP TEORINIŲ PROCESŲ REALIZACIJOS⁹

surinktais apie faktiškai ekonomikoje vykstančius procesus. Tačiau duomenis gali generuoti ir patys tyrėjai, - tokie duomenys vadintini *eksperimentiniais duomenimis/eksperimento duomenimis*. Toliau sąvoka *duomenys* bus naudojama kaip sąvokos *empiriniai duomenys* atitikmuo.

Prieš pereinant prie duomenų sąsajų su teoriniais procesais apibūdini mo tikslinga pastebėti, kad empiriškai stebimuose duomenyse neretai pasitaiko įvairūs netikslumai ir klaidos susijusios su duomenų fiksavimu, kopijavimu, apdorojimu ir pan. Todėl praktiškai modeliuojant visada reikėtų pirmiausia atlikti bent "grubią" duomenų priimtino/kokybiškumo analizę, pavyzdžiui, ar nėra neleistino ženklo duomenų reikšmių, ar nėra labai išsiskiriančių stebėjimų, kurių priežastis negali būti paaiškinta ir pan. Klaidingų duomenų naudoti vertinimui negalima ir juos reikia arba pašalinti, arba naudoti kokius nors jų pakaitalus (įverčius). Jei yra įtartinų stebėjimų, kurių išskirtinumo negalima paaiškinti, visada tikslinga atlikti išskirtinių stebėjimų poveikio modeliavimo rezultatams analizę, t.y. kai modelio vertinimui šie duomenys naudojami ir kai ne. Tokią analizę reikia ne tik atlikti, bet problemos egzistavimą bei rezultatų jautrumą įtariamoms duomenų klaidoms pateikti/apibūdinti vartotojams, kurie naudoja modeliavimo rezultatus.

Jei vertinant modelį nenorima visiškai prarasti "įtartinų" stebėjimų ar jų pakeisti kitais duomenų įverčiais, tuomet tikslinga bent jau sumažinti jų svorį galutiniams rezultatams taikant svertinius įverčių radimo būdus, kuriuose mažiau patikimų duomenų įnašas skaičiuojant įverčius yra sumažinamas. Jei visi stebėjimai ar jų dauguma turi paklaidas ir negalima "gerųjų" duomenų atskirti nuo klaidų, tenka taikyti specialius įverčių nustatymo metodus, skirtus modelių vertinimui, kai turimi duomenys su paklaidomis (pavyzdžiui, *instrumentinių kintamųjų metodas*, jei žinoma / galima daryti prielaidą, kad naudojami *instrumentai* [apibr.] nekorliuoja su "klaidomis", o koreliuoja su "tikraisiais" duomenimis be klaidų).

2.2.2 Stochastinis procesas ir jo realizacija

Toliau laikysime, kad duomenyse jų stebėjimo ir fiksavimo klaidų ir netikslumų nėra. Tokie duomenys ekonometrikoje yra suvokiami kaip tam tikro atsitiktinio proceso realizacijos. Procesas, generuojantis šias realizacijas dažnai vadinamas *duomenis generuojančiu procesu*, ar trumpai - DGP. Nors DGP sąvoka dažniau naudojama atliekant imitacinę analizę, kurios metu konkrečiu DGP generuojami eksperimento duomenys, tačiau ir modeliavimui naudojant empirinius duomenis realiai remiamasi kokiu nors DGP, nes modelis ir jo vertinimo metodai nėra absoliučiai universalūs, - jie tinka /

turi "geras savybes" tik tam tikriems DGP. Tad nuo šiol laikysime, kad duomenys, su kuriais dirbame, yra tam tikro stochastinio proceso realizacija.

Dauguma makroekonominių duomenų yra stebimi kaip *laikinės sekos* (dar vadinamos *laiko eilutėmis*). Jų ypatumas tas, kad atsitiktinis procesas yra išdėstytas laike.

Apibrėžimas. Pagal laiko indeksą t išdėstyta atsitiktinio kintamojo X_t seka $\{X_{t_1}, X_{t_2}, \dots\}$, yra vadinama laiko eilute.

Bendru atveju tokia laiko eilutė gali būti begalinė.

Apie laiko eilučių charakterizavimą bei sąsajas su empiriniais duomenimis daugiau žr. 2005 m. konspekte.

skyrius 3

Struktūriniai ekonometriniai modeliai

Šiame skyriuje nagrinėsime klausimus susijusius su ekonometriniais modeliais, kurie formuojami remiantis ekonomikos teorijos nusakomais struktūriniais sąryšiais (ekonominių lygčių sistemomis). Apsiribojant tiesiniais modeliais, ekonometrijos literatūroje tokios struktūrinės sistemos dažnai vadinamos *vienalaikėmis tiesinėmis lygčių sistemomis*. Tačiau nei trumpas *struktūrinių modelių*, nei ilgesnis *vienalaikių tiesinių lygčių sistemų* pavadinimai ne visiškai atskleidžia, kokios sistemos/modeliai yra nagrinėjami. Todėl toliau struktūrinių modelių klausimas bus aptartas platesnės *vektorinių tiesinių dinaminųjų sąlyginių* modelių klasės kontekste.

3.1 Bendra vektorinio tiesinio dinaminio sąlyginio modelio išraiška

Sakykime, kad jau yra žinomas bendras ℓ -matis kintamųjų rinkinys (vektorius) $Z_t = (z_t^{(1)}, z_t^{(2)}, \dots, z_t^{(\ell)})'$, kuris bus aktualus modeliuojant. Papildomai tarkime, kad ekonomikos teorijos ar bendrų samprotavimų pagrindu visą kintamųjų vektorių Z_t suskaidėme į n -matį endogeninių kintamųjų vektorių $Y_t = (y_t^{(1)}, y_t^{(2)}, \dots, y_t^{(n)})'$ bei m -matį egzogeninių kintamųjų vektorių $X_t = (x_t^{(1)}, x_t^{(2)}, \dots, x_t^{(m)})'$. Tada galime užrašyti bendrą *vektorinio tiesinio dinaminio sąlyginio modelio* išraišką:

$$\begin{aligned} A_0 Y_t &= B_0 X_t + C_1 Z_{t-1} + \dots + C_r Z_{t-r} + \varepsilon_t, \\ E(\varepsilon_t | X_t, Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-r}) &= 0, \quad E(\varepsilon_t \varepsilon_t') = \Sigma_0. \end{aligned} \tag{3.1}$$

Čia:

- A_0 yra $n \times n$ dimensijos vienalaikių sąryšių tarp endogeninių kintamųjų parametrų matrica, kurios diagonalėje yra vienetai (kiekviena lygtis normalizuota atitinkamos lyties modeliuojamo kintamojo atžvilgiu);
- B_0 yra $n \times m$ dimensijos egzogeninių kintamųjų vienalaikio poveikio endogeniniams kintamiesiems parametrų matrica;
- C_j , $j = 1, 2, \dots, r$ yra $n \times \ell$ dimensijos ankstinių poveikio endogeniniams kintamiesiems parametrų matrica;
- $\varepsilon_t = (\varepsilon_t^{(1)}, \varepsilon_t^{(2)}, \dots, \varepsilon_t^{(n)})'$ yra n lygčių, susijusių su atitinkamais endogeniniais kintamaisiais, paklaidų vektorius;
- Σ_0 yra $n \times n$ dimensijos vienalaikių paklaidų kovariacijų matrica. Pastebėtina, kad $\Sigma_j = E(\varepsilon_t \varepsilon_{t-j}')$, $j = 1, 2, \dots$ būtų atitinkamos nevienalaikių paklaidų kovariacijų matricos, kurios struktūrinio modelio apibrėžimui bus mažiau aktualios.

Sudėjus visus iš anksto apibrėžtų reikšmių kintamuosius/stebinius[?] į vieną didesnės $n \times k$, $k = m + r\ell$, dimensijos vektorių $\mathbf{X}_t = (X_t, Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-r})'$ ir susijusias parametrų matricas į didelę matricą $B = (B_0 : C_1 : C_2 : \dots : C_r)$, 3.1 modelį galima užrašyti kompaktiškiau:

$$A_0 Y_t = B \mathbf{X}_t + \varepsilon_t, \quad E(\varepsilon_t | \mathbf{X}_t) = 0. \quad (3.2)$$

Tačiau kartais 3.1 lygtį patogiau nagrinėti ankstinių vektorių Z_{t-j} , $j = 1, 2, \dots$, akivaizdžiai išskaidant į endogeninių kintamųjų ankstinių vektorių Y_{t-j} , $j = 1, 2, \dots$, ir egzogeninių kintamųjų ankstinių vektorių X_{t-j} , $j = 1, 2, \dots$. Tada 3.1 įgautų tokią išraišką:

$$A_0 Y_t = A_1 Y_{t-1} + A_2 Y_{t-2} + \dots + A_p Y_{t-p} + B_0 X_t + B_1 X_{t-1} + \dots + B_q X_{t-q} + \varepsilon_t, \quad (3.3)$$

kurioje $n \times n$ dimensijos A_j , $j = 1, 2, \dots, p$, $p \leq r$, ir $n \times m$ dimensijos B_j , $j = 1, 2, \dots, q$, $q \leq r$, matricos atskleidžia atitinkamai endogeninių ir egzogeninių ankstinių poveikį endogeniniams kintamiesiems. Pastebėtina, kad $C_j = (A_j : B_j)$, $j = 1, 2, \dots, r$, o dalis A_j ar B_j matricų, sudarančių C_j bus nulinės, jei atitinkamai $p < r$ ar $q < r$.

Pavyzdys. 2.1 pateiktoje lygčių sistemoje:

$$Y_t = (y_t^{(1)}, y_t^{(2)})', \quad X_t = (x_t^{(1)}, x_t^{(2)})', \quad Z_t = (y_t^{(1)}, y_t^{(2)}, x_t^{(1)}, x_t^{(2)})', \quad \varepsilon_t = (\varepsilon_t^{(1)}, \varepsilon_t^{(2)})',$$

$$p = 1, \quad q = r = 4, \quad A_0 = \begin{bmatrix} 1 & -\beta \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = B_2 = B_3 = 0_{2 \times 2},$$

$$B_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \delta \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_2 = C_3 = 0_{2 \times 4}, \quad C_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta \end{bmatrix}.$$

Užduotis. Užrašykite matricas A_1 ir B bei vektorių $\mathbf{X}_t$ apibūdintoje sistemoje.

Aptartas modelis yra vektorinis tiesinis dinaminis sąlyginis modelis:

- 1) *vektorinis* - modeliuojamas endogeninių kintamųjų vektorius ($n > 1$);
- 2) *tiesinis* - ryšiai tarp kintamųjų yra tiesiniai. Pastebėtina, kad pirminiai sąryšiai tarp ekonominių kintamųjų gali būti įvairūs, svarbu, kad po tam tikrų transformacijų, pavyzdžiui, logaritmovimo, ryšiai tarp modeliuojamų kintamųjų vektoriaus Z_t būtų tiesiniai. Pavyzdžiui, multiplikatyvų sąryšį $\tilde{y}_t = \tilde{x}_t^\beta e^{u_t}$ lengvai "ištiesinsime" taikydami logaritmovimą į $y_t = \beta x_t + u_t$, kur $y_t = \ln(\tilde{y}_t)$, o $x_t = \ln(\tilde{x}_t)$;
- 3) *dinaminis* - modelyje yra įtraukti ankstiniai Z_{t-j} , $j = 1, 2, \dots$. Jei visos matricos $C_j = (A_j \quad \vdots \quad B_j)$, $j = 1, 2, \dots$ būtų nulinės, tai modelis būtų *statinis*;
- 4) *sąlyginis* - nagrinėjamo modelio endogeninių kintamųjų įgyjamas reikšmės sąlygoja egzogeniniai kintamieji X_t . Pastebėtina, kad modelis išlieka sąlyginiu ir tada, kai $B_0 = 0_{n \times k}$, jei yra bent viena nenulinė egzogeninių kintamųjų ankstinių poveikį atskleidžianti matrica B_j , $j = 1, 2, \dots$.

Turėdami šį modelį galime pereiti prie struktūrinio ir redukuoto modelio pavidalų apibrėžimo.

3.2 Struktūrinė bei redukuotoji modelio išraiškos

Toliau uždašų taupumo dėlei dažniausiai naudosime ankstesniame skyriuje apibrėžto modelio glaustą išraišką, pateiktą 3.2 lygtyje. Tačiau suprantama, kad gautos išvados galios bet kuriuo būdu užrašytam modeliui.

Apibrėžimas. 3.2 modelio išraiška, kurioje endogeninių kintamųjų vienalaikių sąryšių matrica A_0 nėra, o vienalaikių paklaidų kovariacijų matrica Σ_0 yra diagonali, yra *struktūrinė*.

Apibrėžimas. 3.2 modelio išraiška, kurioje endogeninių kintamųjų vienalaikių sąryšių matrica A_0 bei kovariacijų matrica Σ_0 nėra diagonalios, yra *silpnos struktūros išraiška*.

Nediagonalinė vienalaikių endogeninių kintamųjų tarpusavio sąryšių matrica A_0 parodo, jog tarp endogeninių kintamųjų yra vienalaikių sąryšių. Nebūtinai visi A_0 elementai, tačiau bent dalis jų turi būti nenuliniai. Ekonomikos teorijos požiūriu toks reikalavimas yra ganėtinai natūralus, kadangi daugelis ryšių ekonomikoje vyksta vienu metu. Tačiau vienalaikiškumo savybė taip pat labai priklauso ir nuo laikinio agregavimo laipsnio, t.y. ar nagrinėjame metinius, ketvirtinius, mėnesinius ir pan. duomenis. Jei įvykius fiksuotume sekundžių tikslumu, daugelį procesų būtų galima išdėstyti nuosekliai laike kaip vysktančius vieną po kito; nagrinėjant tik metinio periodiškumo duomenis beveik viskas tampa priklausoma nuo visko.

Greta nediagonalinės A_0 matricos papildomas reikalavimas vienalaikių paklaidų kovariacijų matricai Σ_0 atsiranda dėl dviejų priežasčių. Pirma, jei kovariacijų matrica diagonalinė, tuomet per paklaidas pasireiškiantis impulsas kiekvienoje lygtyje gali būti vienareikšmiškai priskirtas tik tam endogeniniam kintamajam, kurio lygties paklaida nagrinėjama. Jei paklaidos būtų koreliuotos (Σ_0 nediagonalinė), tuomet negalėtume vienareikšmiškai pasakyti, kuriam endogeniniam kintamajam iš nagrinėjamų ir koku dydžiu yra priskirtinas per atitinkama koreliuojančias paklaidas pasireiškęs impulsas.

Dėmesio! Prasmingą reakcijos į impulsus analizę, kuri atsako į klausimą, kas būtų, jei endogeninį kintamąjį paveiktume tam tikru papildomu impulsu, galima atlikti tik struktūrinėje formoje. Priešingu atveju vienprasmiai atsakyti, kuris iš kintamųjų turi būti paveiktas dėl tam tikro impulso endogeniniam kintamajam negalima.

Antra priežastis, kodėl struktūriniame pavidale reikalaujama diagonalios Σ_0 yra sietina su vienareikšmiu struktūrinės išraiškos apibrėžimu: jei reikalautume tik A_0 nediagonalumo, tai tokiu išraiškų egzistuotių be galo daug, - jos būtų gautos dauginant 3.1 lygtį iš bet kokios $n \times n$ matricos, kuri *nediagonalizuoja* endogeninių kintamųjų vienalaikių sąryšių matricos.

Nuo šiol laikykime, kad modelis, užrašytas per 3.1-3.3 išraiškas tenkina šiuo reikalavimus, tai yra jis pateiktas struktūrinėje formoje. Jei 3.2 lygtį (struktūrinę formą) dauginume iš tokios matricos, kuri endogeninių kintamųjų vienalaikių sąryšių matricą *diagonalizuoja* (pavyzdžiui, iš A_0 atvirkštinės matricos A_0^{-1}), tai gautume *redukuotąją modelio išraišką/formą* (*redukuotąją pavidalą*).

$$Y_t = H X_t + v_t, \quad E(v_t | X_t) = 0, \quad (3.4)$$

kurios $n \times k$ parametrų matrica H ir paklaidų vektorius v_t yra susieti su struktūrinės formos parametrais ir paklaidomis sąryšiais $H = A_0^{-1}B$ ir $v_t = A_0^{-1}\varepsilon_t$. Kadangi struktūrinio modelio endogeninių kintamųjų vienalaikių sąryšių matrica A_0 yra nediagonali, akivaizdu, kad redukuoto modelio vienalaikių paklaidų kovariacijų matrica $V_0 = E(v_t v_t') = A_0^{-1}\Sigma_0(A_0^{-1})'$ yra nediagonali (čia pasinaudota sąryšiu tarp struktūrinio ir redukuoto modelio pavidalų paklaidų $v_t = A_0^{-1}\varepsilon_t$).

Apibrėžimas. 3.2 modelio išraiška, kurioje endogeninių kintamųjų vienalaikių sąryšių matrica yra, o vienalaikių paklaidų kovariacijų matrica nėra diagonali, yra *redukuotoji*.

Jei atsitiktų taip, kad ir A_0 , ir Σ_0 yra diagonalios, tai nėra tikslo nagrinėjamas lygtis tirti kaip lygčių sistemą - kiekvienas endogeninis kintamasis gali būti modeliuojamas atskiroje lygtyje neatsižvelgiant į kitas lygtis: su kitais kintamaisiais jis nėra susijęs nei tiesiogiai per vienalaikius sąryšius (nusakomas matrica A_0), nei netiesiogiai - per vienalaikių paklaidų kovariacijas (nusakomas matrica Σ_0).

3.3 Struktūrinio modelio identifikuojamumas

Pirmas klausimas, kurį reikia išsiaiškinti nagrinėjant struktūrinį modelį, - ar galima jį vienareikšmiškai susieti su duomenimis? Šį klausimą galima performuluoti į tokį: ar galima vienareikšmiškai iš redukuoto modelio 3.4 parametrų (matricos H) atstatyti struktūrinio modelio parametrus (matricas A_0 ir B) pasinaudojant sąryšiu $H = A_0^{-1}B$? Problema yra ta, kad nežinomų parametrų struktūrinės išraiškos matricose A_0 ir B yra $n(n-1) + nk$ (atkreipkite dėmesį į tai, kad matricos A_0 diagonalėje stovintys elementai dėl normalizavimo yra 1 ir todėl žinomi), o lygčių sąryšyje $H = A^{-1}B$, - tik n^2 .

Apibrėžimas. Jei iš redukuoto modelio 3.4 parametrų matricos H galima vienareikšmiškai atstatyti struktūrinio modelio 3.2 parametrus A_0 ir B , tai sistema vadinama *identifikuota*. Jei to negalima padaryti - sistema yra *neidentifikuota*.

Akivaizdu, kad bendru atveju iš n^2 lygčių atkurti (išspręsti) $n(n-1) + nk$ nežinomųjų nepavyks. Tačiau, jei nagrinėjamas struktūrinis modelis iš anksto tenkins pakankamai tam tikrų apribojimų, pavyzdžiui, dalies parametrų

reikšmės matricose A ir B bus žinomos, tuomet sistemą galima identifikuoti. Toliau bus pateiktos atitinkamos sistemos identifikuojamumo sąlygos, tačiau prieš tai verta pastebėti, kad esant pakankamai dideliui skaičiui išankstinių apribojimų, uždedamų matricoms A ir B , sąryšis $A^{-1}B$ gali būti tiek ribojantis, kad uždeda papildomus apribojimus redukuoto pavidalo matricai H . Šiuo atveju kalbama apie *ribojančius apribojimus/peridentifikavimo apribojimus*.

Apibrėžimas. Apribojimai, kurie viršija struktūrinio modelio identifikuojamumui būtiną minimalų apribojimų skaičių, yra vadinami *ribojančiais apribojimais / peridentifikavimo apribojimais*. Sistema, kurioje yra ribojančių apribojimų, yra vadinama *peridentifikuota*.

Apibrėžimas. Jei sistema yra identifikuota ir nėra peridentifikuota, ji vadinama *tiksliai identifikuota*.

Kokios sąlygos turi būti tenkinamos, kad sistema būtų identifikuota? Norėdami tą išsiaiškinti pastebėkime, kad padauginę pradinį struktūrinį modelį iš neišsigimusios matricos F , išlaikančios matricos $F\Sigma_0F'$ diagonalumą bet nediagonalizuojančios vienalaidžių sąryšių matricos A_0 , gauname naują struktūrinį modelį

$$\tilde{A}_0 Y_t = \tilde{B} X_t + \tilde{\varepsilon}_t, \quad \tilde{A}_0 = FA_0, \quad \tilde{B} = FB, \quad \tilde{\varepsilon}_t = F\varepsilon_t, \quad (3.5)$$

turintį tokią pačią redukuotąją išraišką kaip ir pradinis struktūrinis modelis:

$$Y_t = \tilde{A}_0^{-1} \tilde{B} X_t + v_t = (FA_0)^{-1} FB X_t + v_t = A_0^{-1} F^{-1} FB X_t + v_t = H X_t + v_t. \quad (3.6)$$

Tarkime, kad struktūrinio modelio parametrai A_0 ir B atitinka nagrinėjamą redukuotąjį pavidalą. Jei ekonomikos teorija reikalauja, kad struktūriniame modelyje matricos tenkintų tam tikrus apribojimus (pavyzdžiui, dalis matricų elementų yra nuliai, jų sandaugos lygios žinomoms konstantoms ir pan.), jau ne bet kokia F bus suderinta su ekonomikos teorijos nusakoma struktūra. Jei A_0 ir B tenkina ekonomikos teorijos apribojimus, leidžiamos bus tik tos F , kurios išlaikys apribojimus ir $\tilde{A}_0$ bei $\tilde{B}$ matricose. Tai reiškia, kad transformacija F turi išsaugoti ekonomikos teorijos nusakomą struktūrą sąryšiuose $\tilde{A}_0 = FA_0$, $\tilde{B} = FB$, be to, dar turi užtikrinti ir paklaidų $E(\tilde{\varepsilon}_t \tilde{\varepsilon}_t') = F\Sigma_0 F'$ diagonalumą. Todėl uždėję pakankamai išankstinių teorinių apribojimų struktūrinio modelio parametrų matricoms galime

pasiekti, kad vienintelė leistina (ekonomikos teorijos struktūrą išsauganti) transformacija F yra $F \equiv I_n$. Bet tokiu atveju tėra vienintelis struktūrinis modelis, kuris atitinka tokį redukuotąjį pavidalą. Toks struktūrinis modelis yra identifiukuotas, nes joks kitas struktūrinis modelis netenkins išankstinių ekonomikos teorijos apribojimų.

Sistemos identifiukuojamumui galima panaudoti įvairius parametrų apribojimus, pavyzdžiui, tiesinius ir netiesinius apribojimus matricų A_0 ir B parametrams, apribojimus kovariacijų matricai ir pan. Toliau nagrinėsime tik paprasčiausius, bet ir labiausiai paplitusius vadinamuosius *nuliniais apribojimus*, t.y., kai nagrinėjamo parametro reikšmė yra lygi nuliui. Pastebėtina, kad toks apribojimas reiškia, jog į konkrečią lygtį nėra įtrauktas atitinkamas aiškinantysis kintamasis. Tad belieka nustatyti, kiek nulinį apribojimų reikia uždėti?

Kadangi ir lygybė $FA_0 = \tilde{A}_0$, ir $FB = \tilde{B}$ uždeda reikalavimus matricai F , galime nagrinėti junginį $F(A_0:B) = (\tilde{A}_0:\tilde{B})$. Kaip tipinę, nagrinėkime pirmąją tokios matricų sandaugos eilutę, atitinkančią pirmąją modelio lygtį. Šioje lygtyje sutvarkykime narius taip, kad matricose A_0 ir B kairiau būtų pateikiami jų elementai, susiję su į pirmą lygtį įtrauktais n_1 endogeniniais ir k_1 iš anksto apibrėžtų reikšmių kintamaisiais (atitinka stulpelius, į kuriuos patenka $1 \times n_1$ ir $1 \times k_1$ dimensijų vektoriai a_1 ir b_1). Tada dešiniau lieka parametrai, susiję su kintamaisiais, nepatekusiais į pirmąją lygtį (atitinka stulpelius su pirmosios lygties nuliniais apribojimais).

Pažymėkime vektoriumi-eilutę $f_1 = (1, \tilde{f}_1)$ pirmąją matricos F eilutę. Kad F būtų vienetinė, būtina, jog ne bet kokių, o tik nulinį reikšmių vektorius $\tilde{f}_1$ tenkintų pirmosios eilutės $(1, \tilde{f}_1)(A_0:B) = (a_1, 0_{1 \times (n-n_1)}, b_1, 0_{1 \times (k-k_1)})$ sprendinį. Kadangi riboja tik nuliniai apribojimai, tą nustatyti galime sprendami lygčių sistemą $\tilde{f}_1(A_0^{(1)}:B^{(1)}) = (0_{1 \times (n-n_1)}, 0_{1 \times (k-k_1)})$, kur $A_0^{(1)}$ ir $B^{(1)}$ atitinkamai žymi matricų A_0 ir B pomatrices, gaunamas iš pastarųjų pašalinus stulpelius, atitinkančius į pirmąją lygtį įtrauktus kintamuosius. *Būtina sąlyga* sprendinio egzistavimui - nežinomųjų elementų skaičius vektoriuje $\tilde{f}_1$, kurių yra $n - 1$, turi būti ne didesnis nei lygčių, susijusių su nuliniais apribojimais, skaičius $n - n_1 + k - k_1$. *Būtina ir pakankama sąlyga*, jog vien nuliniai $\tilde{f}_1$ tenkintų tokios sistemos sprendinį, - $(A_0^{(1)}:B^{(1)})$ rangas turi būti ne mažesnis nei nežinomųjų vektoriuje $\tilde{f}_1$ skaičius, t.y. $n - 1$. Aukščiau pateiktame išskleistame matricų pavidale tai reikštų, kad iš pirmoje lygtyje po nuliniais apribojimais esančių matricų $A_0^{(1)}$ ir $B^{(1)}$ elementų, turi būti galima sudaryti bent vieną $n - 1$ rango matricą.

Visa sistema bus identifiukuota tuomet, jei ne tik pirmoji, bet ir likusios

sistemos lygtys bus identifikuotos, t.y. bus tenkinamos analogiškos sąlygos. Tad į i -ąją lygtį įtrauktų endogeninių bei iš anksto apibrėžtų reikšmių kintamųjų skaičių atitinkamai pažymėkime n_i ir k_i , o matricų junginiu $(A_0^{(i)}:B^{(i)})$ žymėkime matricos $(A_0:B)$ pomatricę, kuri gaunama iš jos pašalinus i -ąją eilutę.

Dėmesio! Su vienalaikių tiesinių lygčių sistema 3.2 susijęs struktūrinis modelis yra identifikuotas, jei kiekvienai lygčiai $i = 1, 2, \dots, n$, tenkinamos:

a) *būtina sąlyga*: $n - 1 \leq n - n_i + k - k_i \Leftrightarrow n_i - 1 \leq k - k_i$;

b) *būtina ir pakankama sąlyga*: $\text{rank}(A_0^{(i)}:B^{(i)}) = n - 1$.

Būtiniosios sąlygos išraiška $n_i - 1 \leq k - k_i$ yra labai naudinga empiriniuose tikrinimuose dėl paprastumo: i -oji lygtis nebus identifikuota, jei į ją įtrauktų endogeninių kintamųjų skaičius bus didesnis, nei į lygtį neįtrauktų iš anksto apibrėžtų reikšmių kintamųjų skaičius. Tačiau net kai visose lygtyse sąlyga a) tenkinama, sistema dar nebūtinai identifikuota - privalo galioti būtina ir pakankama sąlyga. Jei domina tik identifikuojamumo klausimas, tada galima apsiriboti vien sąlygos b) tikrinimu. Tačiau, jei sistema yra identifikuota, sąlyga a) informuoja apie tai, ar sistema yra identifikuota tiksliai, ar peridentifikuota.

Dėmesio! Tegu struktūrinė vienalaikių tiesinių lygčių sistema yra identifikuota. Jei kiekvienai lygčiai galioja $n_i - 1 = k - k_i$, - sistema yra *tiksliai identifikuota*. Jei yra lygčių, kuriose $n_i - 1 < k - k_i$, - sistema yra *peridentifikuota*.

Kai struktūrinė sistema yra tiksliai identifikuota, tai sąryšis tarp struktūrinės ir redukuotosios išraiškų matricų $A_0^{-1}B = H$ yra vienareikšmis ir iš redukuoto modelio parametrų matricos H galime vienareikšmiškai atstatyti struktūrinius parametrus A_0 ir B bei atvirkščiai. Kai sistema yra peridentifikuota, tai struktūriniam modeliui (matricoms A_0 ir B) ekonomikos teorijos nusakomų apribojimų skaičius yra tiek didelis, kad $A_0^{-1}B$ taip pat tampa apribota matrica, t.y. joje esantys parametrai tampa priklausomais ir laisvas reikšmes galinčių įgyti parametrų yra mažiau nei $n \times n$ (taip būtų įprastinėje redukuotoje išraiškoje, kai peridentifikavimo apribojimų nėra). Tai labai naudinga savybė, leidžianti empiriškai tikrinti peridentifikuotų sistemų ekonomikos teorijos pagrindo atitikimą empiriniams duomenims (šio

klausimo nagrinėjimą pratęsimė kituose skyriuose). Taip pat pastebėtina, kad būtina skirti teorinio modelio ir empirinio modelio identifikuojamumą. Iki šiol aptartas struktūrinio modelio identifikavimas remiasi teorinėmis parametru reikšmėmis. Praktikoje jų reikšmės nėra žinomos ir keičiamos tam tikrais įverčiais, kuriuos aptarsime kitame skyriuje. Tačiau po modelio įvertinimo būtina patikrinti, ar empiriškai nepažeidžiamos identifikuojamumo prielaidos: ar remiantis įverčiais statistiškai reikšmingai atmetama (jungtinė) nulinė hipotezė apie rango sąlygos nusakytus parametru derinius, kurie struktūrinį modelį padarytų neidentifikuojamu. Tik tokiu atveju ir empirinis modelis gali būti laikomas identifikuotu.

Dėmesio! Po to, kai modelio parametrai yra įvertinti, būtina patikrinti, ar statistiškai reikšmingai atmetama hipotezė apie rango sąlygos nusakytus parametru derinius, kurie struktūrinį modelį padarytų neidentifikuojamu.

Apie peridentifikavimo empirinį tikrinimą pasižiūrėti rašytiniame konspekte.

3.4 Modelio vertinimas

Kai turimas identifikuotas struktūrinis modelis, kitas žingsnis - įvertinti jo parametrus. Priklausomai nuo lygčių sistemų savybių, parametru vertinimui galima taikyti *dalinės informacijos* arba *visos informacijos* parametru įvertinimo metodus.

Apibrėžimas. *Dalinės informacijos metodai* - tokie parametru įvertinimo metodai, kuriuos taikant parametrai vertinami kiekvienoje lygtyje atskirai, t.y. neatsižvelgiant į likusias lygtis. *Visos informacijos metodai* - tokie parametru įvertinimo metodai, kuriuos taikant visos sistemos parametrai vertinami kartu.

Tarp populiariausių dalinės informacijos metodų yra netiesioginis mažiausių kvadratų metodas (NTMKM, angl. - ILS), dviejų žingsnių mažiausių kvadratų metodas (2ŽMKM, angl. - 2SLS) bei dalinės informacijos didžiausio tikėtumo metodas (DIDTM, angl. - LIML). Tarp populiariausių visos informacijos metodų yra trijų žingsnių mažiausių kvadratų metodas (3ŽMKM, angl. - 3SLS) bei visos informacijos didžiausio tikėtumo metodas (VIDTM, angl. - FIML). Kaip matyti, įprastinio mažiausių kvadratų

metodo (MKM, angl. - OLS) nepriskyrėme įprastiniams struktūrinių modelių parametrų vertinimo metodams. To priežastį aptarsime pirmame šio skyriaus poskyryje. Kada vieni ar kiti metodai yra taikytini ir kokiomis savybėmis jie pasižymi, plačiau aptarsime paskutiniame šio skyriaus poskyryje, kai jau būsime geriau susipažinę su įvairių tipų parametrų vertinimo metodais.

3.4.1 Kintamųjų endogeniškumas struktūriniame modelyje ir MKM įverčių (ne)suderintumas

Sakykime, kad norime įvertinti struktūrinio modelio (3.2) parametrus. Iš kairės ir dešinės pusės atėmę vektorių Y_t bei pertvarkę gautume $Y_t = \Gamma Y_t + B X_t + \varepsilon_t$, $\Gamma = I_n - A_0$. Matricos Γ įstrižainė iš viršaus kairėje į apačią dešinėje yra nulinė, t.y. pats endogeninis kintamasis neįtrauktas, nes matricos A_0 diagonalėje yra vienetai dėl normalizavimo. Šioje sistemoje kiekvieno i -jo endogeninio kintamojo atskira lygtis atrodys taip:

$$y_t^{(i)} = \gamma_i' Y_t + b_i' X_t + \varepsilon_t^{(i)}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.7)$$

Čia:

$y_t^{(i)}$ - i -tasis endogeninis kintamasis;

γ_i - $n \times 1$ dimensijos parametrų vektorius: matricos Γ i -oji (transponuota) eilutė;

b_i - $k \times 1$ dimensijos parametrų vektorius, susijęs su iš anksto apibrėžtu reikšmių kintamųjų vektoriaus X_t poveikiu i -ajam endogeniniam kintamajam: struktūrinio modelio (3.2) parametrų matricos B i -osios eilutės (transponuotas) vektorius.

Ar galima taikant mažiausių kvadratų metodą gauti suderintus (3.7) lygties parametrų įverčius? Bendru atveju, - negalima. Priežastis ta, kad bendru atveju endogeniniai aiškinantieji kintamieji, esantys dešinėje lygybės pusėje, koreliuoja su paklaida $\varepsilon_t^{(i)}$, t.y. $Cov(y_t^{(j)}, \varepsilon_t^{(i)}) \neq 0$, $i, j = 1, 2, \dots, n$. Dėl $y_t^{(i)}$ išraiškos (3.7) yra akivaizdu, jog (išskyrus labai specifinį atvejį) $Cov(y_t^{(i)}, \varepsilon_t^{(i)}) \neq 0$, $\varepsilon_t^{(i)}$ yra vienas iš $y_t^{(i)}$ dėmenų. Vis dėlto primintina, kad diagonalinis matricos Γ elementas $\gamma_i^{(i)} = 0$ dėl konstrukcijos, t.y. dešinėje pusėje nario $y_t^{(i)}$ nagrinėjant jo paties lygtį (tiesiogiai) nėra (tačiau šis koreliuotumas netrukus pravers).

Nagrinėkime kovariacijas kai $i \neq j$ ir išraiškų paprastumo dėlei toliau bus laikoma, kad Y_t bei X_t yra centruoti (atimti vidurkiai). Tiesiniuose modeliuose tokia transformacija rezultatų nekeičia, o kovariacijų išraiškos supaprastėja dėl centruotų kintamųjų vidurkių lygybės nuliui. Pasinaudojant

(3.7) sąryšiu bei dviem struktūrinio modelio formulavime nusakytomis sąlygomis: a) paklaidos nekoreliuoja su egzogeniniais kintamaisiais bei b) skirtingų lygčių paklaidos yra ortogonalios (jos atitinkamai implikuoja $\forall i \neq j$ $b'_j E(\varepsilon_t^{(i)} \mathbf{X}_t) = 0$ ir $E(\varepsilon_t^{(i)} \varepsilon_t^{(j)}) = 0$), gaunama

$$\begin{aligned} E(\varepsilon_t^{(i)} y_t^{(j)}) &= E\left(\varepsilon_t^{(i)} (\gamma'_j Y_t + b'_j \mathbf{X}_t + \varepsilon_t^{(j)})\right) = \gamma'_j E(\varepsilon_t^{(i)} Y_t) + b'_j E(\varepsilon_t^{(i)} \mathbf{X}_t) + E(\varepsilon_t^{(i)} \varepsilon_t^{(j)}) = \\ &= \gamma'_j E(\varepsilon_t^{(i)} Y_t) = \sum_{k=1}^n \gamma_j^{(k)} E(\varepsilon_t^{(i)} y_t^{(k)}). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Čia $\gamma_j^{(k)}$ yra i -asis vektoriaus γ_j elementas. Kai $k = i$ vienu iš sumos dėmenų yra $\gamma_j^{(i)} E(\varepsilon_t^{(i)} y_t^{(i)})$. Kaip jau buvo aptarta, $E(\varepsilon_t^{(i)} y_t^{(i)}) \neq 0$. Todėl, jei ir $\gamma_j^{(i)} \neq 0$, bendru atveju galioja ir $E(\varepsilon_t^{(i)} y_t^{(j)}) \neq 0$. Vadinasi, jei (3.7) lygtyje vektorius γ_j nėra tapatingai lygus $0_{n \times 1}$, tai bendru atveju endogeniniai aiškinantieji kintamieji koreliuoja su lygties paklaida. Dėl šios priežasties mažiausių kvadratų metodu gauti įverčiai nėra suderinti.

Dėmesio! Jei struktūriniame modelyje yra vienalaikiai ryšiai tarp endogeninių kintamųjų, mažiausių kvadratų metodu gauti įverčiai bus nesuderinti!

Tačiau ligi šiol vis buvo kartojama, kad *bendru atveju* MKM neduoda suderintų įverčių. Kokie yra tie atvejai, kai struktūrinio modelio (ar tik atskirų jo lygčių) parametrus galime tiesiogiai vertinti MKM ir gauti suderintus įverčius?

3.4.2 Leistinas struktūrinių lygčių vertinimas MKM

Tarkime, kad (3.2) lygtyje matrica A_0 yra trikampė, pavyzdžiui, virš diagonalės esantys visi jos elementai yra lygūs nuliui.

Apibrėžimas. Lygčių sistema (3.2), kurios matrica A_0 yra trikampė, yra vadiname *rekursine*.

Nagrinėkime rekursinę lygčių sistemą, kurioje virš diagonalės esantys visi A_0 elementai yra lygūs nuliui (atitinkamai Γ matricoje visi diagonalėje ir virš jos esantys elementai yra nuliniai). Tokioje sistemoje pirmas endogeninis kintamasis $y_t^{(1)}$ priklauso tik nuo iš anksto apibrėžtų reikšmių kintamųjų vektoriaus $\mathbf{X}_t$, bet nepriklauso nuo kitų endogeninių kintamųjų vienalaikių

reikšmių, nes pirma A_0 matricos eilutė be pirmojo nario yra nulinė (atitinkamai visa pirma Γ eilutė yra nulinė). Antras kintamasis $y_t^{(2)}$ vienalaikiškai susijęs tik su (priklauso nuo) $y_t^{(1)}$, bet nepriklauso nuo likusių endogeninių kintamųjų, ir t.t.

Dėl tokios rekursinės struktūros gauname, jog vienalaikiškumo problemos tarp endogeninių kintamųjų nėra: nagrinėjant bet kurio endogeninio kintamojo lygtį dešinėje esančius vienalaikius endogeninius kintamuosius galima perrašyti vien per iš anksto apibrėžtų reikšmių kintamuosius pasinaudojant rekursiškumu. Bet tada (3.8) lygtyje $E(\varepsilon_t^{(i)} y_t^{(j)}) = 0$, nes $y_t^{(j)}$ išreiškiamas per iš anksto apibrėžtų reikšmių kintamuosius, kurie jau nekoreliuoja su $\varepsilon_t^{(i)}$. Todėl rekursinės sistemos parametrų įverčiai, gauti mažiausių kvadratų metodu, yra suderinti.

Jei ne visa sistema, o tik jos posistemė turi rekursinę struktūrą, tuomet tas lygtis, kurios turi rekursinį endogeninių kintamųjų išdėstymą, galima vertinti MKM, o likusias lygtis, kuriose jau yra vienalaikiai sąryšiai tarp endogeninių kintamųjų teks vertinti kitais metodais, kurie bus aptarti kituose skirsniuose.

Dėmesio! Turint (3.2) tipo lygčių sistemą, visada naudinga patikrinti, ar galima lygtis joje išdėstyti taip, kad būtų gauta rekursinė sistema ar bent išskirta rekursinė posistemė (ar posistemės). Lygtyse, kuriose endogeniniai kintamieji tenkina rekursinį išdėstymą, MKM parametrų įverčiai yra suderinti.

Nuo šiol nagrinėsime, kaip gauti suderintus parametrų įverčius (3.2) lygčių sistemoje, kurios kiekvienoje lygtyje vienalaikis endogeniškumas yra.

3.4.3 Netiesioginis mažiausių kvadratų metodas

Kai struktūrinė lygčių sistema yra tiksliai identifikuota, suderintus parametrų įverčius galima gauti *netiesioginiu mažiausių kvadratų metodu*. Pirmiausia prisiminkime, kad modelio struktūrinės (3.2) ir redukuotos (3.4) išraiškų parametrai yra susiję sąryšiu $H = A_0^{-1}B$. Kai struktūrinė sistema yra tiksliai identifikuota, šis sąryšis yra vienareikšmis, t.y. žinodami H galime vienareikšmiškai atstatyti matricas A_0 ir B bei atvirkščiai. Bet juk tada H matricos koeficientus pirmiausiai galime įsivertinti redukuotame pavidale $Y_t = HX_t + v_t$, o turėdami H įverčius atsistatyti A_0 ir B įverčius! Kadangi redukuotame pavidale visi endogeniniai kintamieji priklauso vien nuo iš anksto apibrėžtų reikšmių kintamųjų, jokios endogeninių kintamųjų vien-

alaikio sąryšio sąlygojamos problemos nėra. Tad parametrus redukuotame modelyje galime vertinti tiesiogiai, kad ir mažiausių kvadratų metodu.

Nors taip (netiesiogiai) gauti struktūrinio modelio įverčius yra paprasta ir jie bus suderinti, kiek kebliau yra norint nagrinėti hipotezes apie struktūrinio modelio parametrus, nes toks dvietapis vertinimas kiek komplikuoja standartinių paklaidų išraiškas. Galiausiai, jei sistema yra peridentifikuota, netiesioginis mažiausių kvadratų metodas netinka, kadangi įverčių sprendinys būtų nevienareikšmis. Kadangi toliau aptariami parametrų vertinimo metodai tinka tiek tiksliai identifikuotoms, tiek peridentifikuotoms sistemoms, tai netiesioginis mažiausių kvadratų metodas taikomas nedažnai.

3.4.4 Dviejų žingsnių mažiausių kvadratų metodas (2ŽMKM)

2ŽMKM priklauso dalinės informacijos parametrų įvertinimo metodų klasei, t.y. kiekvienos lygties parametrų įverčiai gaunami atskirai, neatsižvelgiant į likusias lygtis. Bet kuri struktūrinio modelio lygtis gali būti užrašyta pasinaudojant (3.7) išraiška. Jau aptarėme ankstesniame skirsnyje, kad (3.7) lygties parametrų MKM įverčiai bus nesuderinti dėl $Cov(Y_t, \varepsilon_t^{(i)}) \neq 0$. Kaip to galėtume išvengti?

Atsakymą gauname pasitelkę instrumentinių kintamųjų parametrų vertinimo metodą: reikia su paklaida koreliuojančius kintamuosius (vektorių Y_t) dešinėje (3.7) lygties pusėje pakeisti tokiais instrumentais (vektoriumi W_t), kurie nekoreliuotų su paklaida ($Cov(W_t, \varepsilon_t) = 0$) ir kuo labiau koreliuotų su kintamaisiais, kuriuos keičiame ($Cov(W_t, Y_t) \rightarrow 1$). Tai yra, suderintus parametrų įverčius gausime mažiausių kvadratų metodu vertindami tokias lygtis:

$$y_t^{(i)} = \gamma_i' W_t + b_i' X_t + \xi_t^{(i)}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.9)$$

Instrumentų suradimas bendru atveju dažniausiai yra keblus klausimas. Tačiau turint duotą sistemą (3.2) bei redukuotą jos išraišką (3.4), idealus instrumentas yra "po ranka", - tai HX_t iš redukuotosios modelio išraiškos (3.4):

- a) kadangi X_t pagal apibrėžimą nekoreliuoja su paklaidų vektoriais ε_t ir v_t , tai ir jų tiesinis derinys HX_t nekoreliuos su paklaidomis;
 - b) HX_t maksimaliai koreliuoja su Y_t pagal sistemos konstrukciją.
- Parametrų matrica H nėra žinoma, tad ji keičiama atitinkamais įverčiais iš redukuotojo modelio (3.4).

Tad 2ŽMKM turi tokius du žingsnius:

1-as: naudojant MKM įvertinti (3.4) sistemos lygtis

$$y_t^{(i)} = h_i' \mathbf{X}_t + v_t^{(i)}, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

kuriose h_i yra (transponuota) i -oji parametru matricos H eilutė, ir apibrėžti (apibendrintų) instrumentų vektorių $W_t := \hat{Y}_t = \hat{H} X_t$;

2-as: įvertinti (3.9) lygčių parametrus MKM.

3.4.5 Trijų žingsnių mažiausių kvadratų metodas (3ŽMKM)

Kaip matėme, taikant 2ŽMKM lygtys (3.7) yra vertinamos atskirai, neat-sižvelgiant į tai, kad skirtingų lygčių paklaidos gali būti koreliuotos. Jei taip būtų išties, tuomet kiekvienos atskiros lygties vertinimas 2ŽMKM du-os neefektyvius įverčius, nes ignoruojama paklaidų kovariacijų matricoje esanti informacija. Norint į ją atsižvelgti, reikėtų taikyti visos informaci-jos parametru įvertinimo metodus. 3ŽMKM ir priklauso šiai klasei.

Kaip prisimename iš atskirų lygčių vertinimo teorijos, norint atsižvelgti į paklaidų kovariacijose esančią informaciją, taikytinas apibendrintas maži-ausių kvadratų metodas. Tačiau nagrinėjamu atveju aktualu atsižvelgti į koreliacijas tarp skirtingų lygčių vienalaikių paklaidų, o ne atskiros lygties paklaidų kovariacinę struktūrą (toliau laikysime, kad atskiros lygties paklai-dos yra homoskedastiškos ir neautokoreliuotos). Kad tą galėtume padaryti, pirmiausia užrašykime atskirai kiekvienam stebėjimo momentui t užrašytų lygčių (3.7) vektorinį analogą, t.y. visiems momentams $t = 1, 2, \dots, T$ sudėkime stebėjimus į atitinkamus vektorius ir matricas:

$$y^{(i)} = \mathbf{Y} \gamma_i + \mathbf{X} b_i + \varepsilon^{(i)}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.10)$$

Čia:

$y^{(i)} = (y_1^{(i)}, y_2^{(i)}, \dots, y_T^{(i)})'$ - $T \times 1$ dimensijos i -ojo endogeninio kintamojo stebėjimų vektorius;

$\mathbf{Y} = (y^{(1)} : y^{(2)} : \dots : y^{(n)})$ - $T \times n$ dimensijos endogeninių kintamųjų ste-bėjimų matrica;

$\mathbf{X}_t = (\mathbf{X}_1 : \mathbf{X}_2 : \dots : \mathbf{X}_T)'$ - $T \times k$ dimensijos iš anksto apibrėžtų reikšmių kintamųjų stebėjimų matrica;

$\varepsilon^{(i)} = (\varepsilon_1^{(i)}, \varepsilon_2^{(i)}, \dots, \varepsilon_T^{(i)})'$ - $T \times 1$ dimensijos i -osios lygties paklaidų stebėjimų vektorius.

Tada dar sudėkime ir visų lygčių stebėjimų vektorius į atitinkamą ste-bėjimų lygtį:

$$\mathbf{y} = (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{Z}) \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad E(\boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}') = \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\varepsilon}}, \quad (3.11)$$

kurioje:

$\mathbf{y} = ((y^{(1)})', (y^{(2)})', \dots, (y^{(n)})')' - Tn \times 1$ dimensijos endogeninių kintamųjų stebėjimų vektorius;

$Z = (\mathbf{Y}': \mathbf{X}) - T \times (n + k)$ dimensijos kintamųjų stebėjimų matrica;

$I_n \otimes Z - Tn \times (n + k)n$ dimensijos stebėjimų matrica, gauta taikant *Kronecker sandaugos* operatorių $\otimes$, kuris kiekvieną kairėje daugybos pusėje esančios matricos elementą sudaugina su dešinėje daugybos ženklo pusėje esančia matrica ir tokių reiškinių įstato vietoje šio elemento;

$\theta = (\gamma'_1, b'_1, \gamma'_2, b'_2, \dots, \gamma'_n, b'_n)'$.

Pasinaudokime sąryšiu $\Sigma_{\epsilon} = \Sigma_{\epsilon} \otimes I_n$ bei tuo, kad teigiamai apibrėžta simetrinė matrica Σ_{ϵ} turi išdėstymą $\Sigma_{\epsilon} = LL' \Rightarrow L^{-1}\Sigma_{\epsilon}L^{(-1)'} = I_n$. Apibrėžkime susijusią didelę atvirkštinę matricą $L^{-1} = L^{-1} \otimes I_T$, kuri atitinkamai diagonalizuoja kovariacijų matricą Σ_{ϵ} : $L^{-1}\Sigma_{\epsilon}(L^{-1})' = I_{nT}$. Tuomet iš kairės padauginę (3.11) iš L^{-1} gauname lygtį

$$\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{Z}}\theta + \tilde{\epsilon}, \quad (3.12)$$

kurioje $\tilde{\mathbf{y}} = L^{-1}\mathbf{y}$, $\tilde{\mathbf{Z}} = L^{-1}(I_n \otimes Z)$ ir transformuotas paklaidų vektorius $\tilde{\epsilon} = L^{-1}\epsilon$ yra ortogonalus: $E(\tilde{\epsilon}\tilde{\epsilon}') = E(L^{-1}\epsilon\epsilon'(L^{-1})') = I_{nT}$.

Taigi į skirtingų lygčių vienalaikes koreliacijas atsižvelgiantis apibendrintas mažiausių kvadratų metodo įvertis bus gautas vertinant (3.12) lygtį mažiausiu kvadratų metodu:

$$\tilde{\theta} = (\tilde{\mathbf{Z}}'\tilde{\mathbf{Z}})^{-1}\tilde{\mathbf{Z}}'\tilde{\mathbf{y}}. \quad (3.13)$$

Tačiau atkreiptinas dėmesys į tai, kad empiriniuose taikymuose paklaidų kovariacijų matrica Σ_{ϵ} paprastai nėra žinoma, todėl yra keičiama jos įverčiu, konstruojamu remiantis 2ŽMKM pagrindu gautomis liekanomis. Taigi 3ŽMKM įverčio sudarymo žingsniai yra šie:

1-as ir 2-as: analogiškai kaip 2ŽMKM. Papildomai, pagal 2ŽMKM liekanas įvertinama Σ_{ϵ} , tad ir $\Sigma_{\epsilon} = \Sigma_{\epsilon} \otimes I_n$;

3-ias: pakeisti Σ_{ϵ} (3.13) išraiškoje į jos įvertį, gautą antrame žingsnyje. Kitaip tariant, - įvertinti (3.12) lygtį MKM.

Apie 2ŽMKM sąsajas su instrumentinių kintamųjų metodu, bei tinkamo sistemos parametrų vertinimo metodo empirinį parinkimą žiūrėti rašytiniame konspekte.

skyrius 4

Vektoriniai (daugialypiai) laiko eilučių modeliai

4.1 VAR

Žr. 2005 m. konspektą.

4.2 Struktūrinė vektorinė autoregresija (SVAR)

Vektorinės autoregresijos modelis (ar atitinkamas jo lydintysis pavidalas)

$$Y_t = AY_{t-1} + \varepsilon_t, \quad E(\varepsilon_t \varepsilon_t') = \Sigma_\varepsilon, \quad (4.1)$$

yra redukuotasis modelis, todėl ε_t koreliuoja ir Σ_ε yra nediagonali. Norint atlikti prasmingą reakcijos į impulsus, prognozės paklaidų dispersijos išskaidymo ir kitą analizę, būtinas paklaidų ortogonalumas. Kadangi (mechaninis) Cholesky paklaidų ortogonalizavimas yra nevienareikšmis, vietoj jo dažnai remiamasi tiksliai identifikuotu struktūrinio vektorinės autoregresijos (SVAR) modeliu. Jo pagrindu gaunama vienareikšmė ir aiškią ekonominę prasmę turinti interpretacija.

Redukuotasis VAR modelis (4.1) yra susijęs su šiuo struktūriniu:

$$A_0 Y_t = B Y_{t-1} + v_t, \quad E(v_t v_t') = \Sigma_v, \quad (4.2)$$

per

$$A = A_0^{-1} B \quad (4.3)$$

ir

$$\varepsilon_t = A_0^{-1} v_t. \quad (4.4)$$

Žinant (4.1) VAR modelį, matricos A ir Σ_ε (ar atitinkami jų įverčiai) gali būti naudojamos SVAR matricoms A_0 ir B bei liekanoms v_t (ar jų kovariacijų matricai Σ_v) identifikuoti pasinaudojant (4.3) ir (4.4) sąryšiais bei tuo, kad struktūrinio modelio paklaidos yra ortogonalios (Σ_v yra diagonali).

Jei naudojamas tik (4.3) sąryšis, SVAR identifikavimui galima taikyti tuos pačius metodus, kurie buvo aptarti nagrinėjant struktūrinių modelių identifikavimą: čia Y_{t-1} atitinka iš anksto apibrėžtų reikšmių kintamųjų vektorius. Tačiau ekonomikos teorija paprastai neturi ką pasakyti apie matricą B , todėl SVAR identifikavimui dažniausiai naudojami kiti sąryšiai.

4.2.1 Trumpalaikiai (vienalaikiai) apribojimai

Pirmiausia atkreipkime dėmesį į tai, kad žinant A_0 , parametrų matricą B bei struktūrinės paklaidos v_t būtų atstatytos iš VAR matricos A ir paklaidų ε_t remiantis (4.3) ir (4.4) sąryšiais. Jei Y_t dimensija $n \times 1$ (kintamųjų skaičius yra n), tai matricoje A_0 nežinomų parametrų yra $n^2 - n = n(n - 1)$, nes šios matricos diagonalėje yra vienetai dėl kiekvienos i -osios lygties normalizavimo $y_t^{(i)}$, $i = 1, 2, \dots, n$, atžvilgiu. Tad kaip surasti šias reikšmes?

Vienas šaltinis - (4.4) pagrįstas ryšys tarp vienalaikių paklaidų kovariacijų:

$$A_0 \Sigma_\varepsilon A_0' = \Sigma_v. \quad (4.5)$$

Kadangi VAR modelio vienalaikių paklaidų kovariacijų matrica Σ_ε yra žinoma (ar įvertinama iš VAR pavidalo), o struktūrinio modelio vienalaikės paklaidos yra ortogonalios (kovariacijų matrica Σ_v yra diagonali), tai sąryšis (4.4) duoda $n(n - 1)/2$ ribojančių lygčių: kadangi kovariacijų matricos Σ_v dimensija yra $n \times n$, tai iš viso lygčių yra n^2 , tačiau Σ_v diagonalės elementai yra nežinomi ir todėl šios lygtys mūsų neriboja (lieka $n^2 - n$ ribojančių lygčių); dėl kovariacijų matricos simetriškumo, iš šio skaičiaus lygčių tik pusė yra tiesiškai nepriklausomos ir ribojančios, tad iš viso ribojančių lygčių yra $n(n - 1)/2$. Šie apribojimai dažnai vadinami *trumpalaikiais apribojimais* dėl pasinaudojimo vienalaikių paklaidų kovariacijų sąryšiu.

Pasinaudojus šiais iš VAR ir SVAR vienalaikių paklaidų kovariacijų sąryšio gautais apribojimais nežinomųjų lieka: $n(n - 1)/2 = n(n - 1) - n(n - 1)/2$. Apribojimus šiems nežinomiesiems reikia gauti iš kitų šaltinių. Tai gali būti ekonomikos teorijos pagrindu uždėti, pavyzdžiui, nuliniai apribojimai sąryšiams tarp endogeninių kintamųjų, t.y. matricai A_0 . Tačiau galima pasinaudoti ir vadinamaisiais *ilgalaikiais apribojimais*.

4.2.2 Ilgalaikiai apribojimai

Ekonomikos teorija neretai gali pasakyti ką nors daugiau apie ilgalaikį vieno kintamojo poveikį kitam. Pavyzdžiui, vienu pagrindinių neoklasikinio požiūrio teiginių makroekonomikoje yra tai, kad kainų lygis ir infliacija ilgu laikotarpiu neturi poveikio ekonomikos aktyvumo lygiui ar, atitinkamai, jo augimui, taip pat nedarbo lygiui ir pan. Tačiau trumpu laikotarpiu poveikis gali būti labai reikšmingas. Kaip tokio pobūdžio apribojimais galėtume pasinaudoti SVAR identifikavimui?

Prisiminkime, kad stacionarų VAR modelį (4.1) užrašius per dabartines ir visas istorines paklaidas gaunama išraiška

$$Y_t = A(L)\varepsilon_t, \quad A(L) = I + AL + A^2L^2 + \dots, \quad (4.6)$$

kurioje matrica $A(1) = I + A + A^2 + \dots$ parodo ilgalaikį paklaidų vektoriaus ε_t poveikį kintamųjų vektoriui Y_t . Įsistačius (4.4) paklaidų sąryšį į (4.6) gaunama

$$Y_t = \Phi(L)v_t, \quad \Phi(L) = A(L)A_0^{-1}. \quad (4.7)$$

Tad ilgalaikį struktūrinių paklaidų v_t poveikį kintamųjų vektoriui Y_t parodo $\Phi(1) = A(1)A_0^{-1}$ matrica ir norint nustatyti vien ilgalaikį poveikį galime nagrinėti sąryšį $Y_t = \Phi(1)v_t$.

Vadinasi, teiginys, kad kažkokio tai tipo ekonominiai šokai ilgu laikotarpiu neveikia kokio nors kintamojo, uždeda nulinį apribojimą matricai $\Phi(1)$. Pavyzdžiui, jei ekonominis šokas pasireiškiantis per j -ąją paklaidą $v_t^{(j)}$ neturi ilgalaikio poveikio i -ajam Y_t kintamajam $y_t^{(i)}$, tai $\Phi(1)$ matricos elementas $\phi_{i,j}(1) = 0$.

Tokie nuliniai apribojimai $\Phi(1)$ matricai kartu su (4.7) pagrįstu sąryšiu $\Phi(1) = A(1)A_0^{-1}$ duoda papildomas ribojančias lygtis, naudotinas nežinioms matricos A_0 elementams išspręsti. Šiuos *ilgalaikius apribojimus* galima derinti su anksčiau aptartais trumpalaikiais ir/ar kitais ekonominiiais apribojimais.