



Rinktiniai ekonomikos skyriai
Paskaitų konspektas

Virmantas Kvedaras

Vilnius
2008

Turiny

1	Istorinė makroekonominių teorijų raidos apžvalga ir šiuolaikinės metodologijos ypatumai	3
1.1	Makroekonomikos teorijos mokyklos ir jų metodologiniai požiūriai	3
1.2	Ankstyvosios ir šiuolaikinės metodologijos ypatumai	6
2	Kai kuris makroekonominės analizės instrumentariumas	14
2.1	Tolydaus laiko dinaminis optimizavimas	15
2.2	Diskretaus laiko dinaminis optimizavimas	17
2.3	Netiesinių lygčių aproksimacijos ir lygčių sistemų su racionaliaisiais lūkesčiais sprendimas	19
3	Dinaminės makroekonominės sistemos - postuluojamų modelių pavyzdžiai	25
3.1	Ekonomikos augimas: Solow-Swan modelis	26
4	Modeliai su makroekonominių sąryšių mikroekonominiu pagrindu	33
4.1	Ekonomikos augimas: Ramsey-Cass-Koopmans ekonomikos augimo modelis	35
4.1.1	Namų ūkiai	36
4.1.2	Firmos ir rinkos struktūra	38
4.1.3	Optimizavimo rezultatai ir bendroji pusiausvyra	39
4.2	Ekonomikos augimas: persidengiančių kartų modelis ir jo ypatumai	41
4.2.1	Varotojai	41
4.2.2	Firmos ir rinkos struktūra	44
4.2.3	Kapitalo kaupimas ir bendrosios pusiausvyros apribojimai	44
4.2.4	Dinaminių savybių analizė	46
4.3	Ekonomikos augimas: endogeninio augimo modeliai	47
4.4	Verslo ciklai: Kydland-Prescott realaus verslo ciklo modelis	53
4.5	Darbo rinkos modeliai	59

4.5.1	<u>Shapiro-Stiglitz efektyvių atlyginimų modelis</u>		60
4.5.2	<u>McCall darbo paieškos modelis su laikotarpiu pasirinkimu</u>		63

1 Istorinė makroekonominių teorijų raidos apžvalga ir šiuolaikinės metodologijos ypatumai

Pagrindinė literatūra:

1. Phelps E.S. (1998) Seven Schools of Macroeconomic Thought. Oxford University Press, Oxford.
2. Ed. by D. Colander (2006). Post Walrasian Macroeconomics. Cambridge University Press, Cambridge.

1.1 Makroekonomikos teorijos mokyklos ir jų metodologiniai požiūriai

Makro požiūrį į ekonominius procesus ir jų valdymą inspiravo 1929 m. "Didžioji depresija", sukėlusį globalų nuosmukį ir nedarbą ne tik JAV, bet ir kitose šalyse. Iki tol ekonomikos teorija bemaž buvo mikroekonomikos teorija, kurioje dominavo optimalaus subjekto elgesio aprašymo bei jų tarpusavio sąveikos, esant įvairioms sąlygoms, analizė. Makroekonominis mąstymas aiškesnį pavidalą įgavo bei išpopuliarėjo pasirodžius J.M. Keynes (1937) knygai *The General Theory of Employment, Interest and Money*, kurioje autorius suformulavo daug hipotezių ir pateikė svarstymų apie bendrųjų ekonominių sąlygų poveikį ūkio subjektų sprendimams bei galimą valstybės makroekonominės politikos įtaką ūkio funkcionavimui agreguotame lygmenyje. Nors Keynes rėmėsi bendrosios pusiausvyros principu, tačiau tai buvo pusiausvyra ne tarp subjektų (kaip kad, pavyzdžiui, Walras bendrosios pusiausvyros atveju), o tarp nagrinėjamų agreguotų rinkų (prekių ir paslaugų, pinigų, darbo ir pan.). Ši teorinė analizė kartu davė didelį postūmį ir nacionalinių sąskaitų sistemos, kuri fiksavo agreguotų srautų ir atsargų rodiklių duomenis nacionaliniu ar/ir šalies lygiu, tolimesnei plėtrai.

Makroekonominis mąstymas apie ekonominius procesus istoriškai patyrė daug transformacijų. Pirma, neformalų (verbalų) Keynes minčių dėstymą pakeitė matematizuotas

požiūris. Antra, sėkmingai iki 7-o XX a. dešimtmečio praktikoje taikyta matematizuota Keynes teorija (su nedidelėmis modifikacijomis, kurių ryškesnė buvo monetarizmas, aktyviausiai propaguotas M. Friedman) priverstė suabejoti 8-ame dešimtmetyje įvykę ekonominiai sukrėtimai (auganti infliacija, lydimą augančio nedarbo lygio), kuriems didžiausią postūmį davė tą dešimtmetį įvykę naftos kainų šuoliai. Vyriausybės ir/ar kitos valdžios institucijos nebegebėjo pasiekti norimos pusiausvyros tarp svarbiausių stabilios makroekonominės politikos tikslų: mažos infliacijos ir stabilios valiutos (ar priimtino užsienio prekybos deficito), nedidelio nedarbo ir spartaus ūkio augimo. Įprastinė fiskalinė ir monetarinė politika bei įprasti instrumentai pradėjo neveikti (pavyzdžiui, empirinių makroekonominių modelių prognozės ir poveikio vertinimai kardinaliai skyrėsi nuo vėliau matomų pasekmių ir faktinių procesų raidos).

Visa tai sąlygojo naujų idėjų paiešką ir išsirutuliojo keletas naujų makroekonominės teorijos krypčių: neoklasikai bei pasiūlos makroekonomikos atstovai, realaus verslo ciklo (dar vadinami neoneoklasikais) bei naujieji keinsistai (angl. new-Keynesians). Galima išskirti du esminius šių teorinių požiūrių naujumo aspektus: pirma, tai kitoks požiūris į lūkesčių formavimo mechanizmą; antra, makroekonominėi analizei taikomos metodologijos pasikeitimas.

Neoklasikai pirmieji akcentavo racionalių lūkesčių svarbą, lyginant su adaptyviais lūkesčiais, kuriais rėmėsi ankstesnės teorijos. Pasiūlos pusės ekonomistai, iš principo, yra tie patys neoklasikai, tik akcentuojantys pasiūlos pusės svarbą: jie ne tik laikė paklausos svyravimus daugiau trumpalaikiais ir mažiau svarbiais, bet pabrėžė ir tai, kad pasiūlą veikianti ekonominė politika dažniau duoda suderintą poveikį skirtingų makroekonominių tikslų požiūriu. Greta racionalių lūkesčių, neoklasikai papildė makroekonominių rinkų analizę (grįžo prie) subjektų optimaliais pasirinkimais paremtos analizės. Tačiau jų postuluojami optimizavimo uždaviniai buvo statiški. Realaus verslo ciklo ir neokeinsistinės teorijos atstovai neapsiribojo vien statika ir savo metodologinį požiūrį išplėtė subjektų laikotarpiniais pasirinkimais, grįžtais dinaminio (stochastinio) optimizavimu. Pagrindinis skirtumas tarp realaus

verslo ciklo (neoneoklasikų) ir naujųjų keinsistų - pirmieji rinkas laiko tobulomis, o kainas visiškai lanksčiomis, o antrieji, atvirkščiai, laikosi Keynes idėjų, kad rinkos yra įvairiais požiūriais netobulos, o kainos dėl rinkų netobulumo ir kitų realių bei nominalių priežasčių nelanksčios. Realaus verslo ciklo atstovai pinigų rinką savo modeliuose dažniausiai ignoruoja, laikydamiesi pinigų neutralumo hipotezės, o naujieji keinsistai, nors formuluoja įvairius modelius, tačiau pinigai yra įprastinė jų modelių sudėtinė dalis (dažnai tiesiogiai įtraukiami į vartotojų naudingumo funkciją), paaiškinanti pinigų politikos neneutralumą bei tiesiogiai susijusi su kainų nelankstumu.

Greta šių makroekonominės minties krypčių yra keletas kitų mokyklų, kurių raidai minėti istoriniai sukrėtimai turėjo mažesnę poveikį. Kai kurios kryptys, pavyzdžiui Cambridge mokykla, beveik visiškai atsisakė matematizavimo ir analizuoja daugiau politinės ekonomikos klausimus, o kai kurios, pavyzdžiui, pokeinsistinė mokykla (angl. post-Keynesians), taiko matematinį aparatą, tačiau išlaikė ankstyvojo keinsizmo analizės principus ir neperėmė nei racionalių lūkesčių, nei subjektų optimaliu elgesiu pagrįstos bendrosios pusiausvyros analizės, o tebenagrinėja pusiausvyrą tarp rinkų nenaudodami mikroekonominio pagrindimo.

Ne visi ekonomistai sutaria, kad makro lygmens analizė yra prasminga: problemiškas yra tiek bendrosios pusiausvyros požiūris, paremtas rinkomis (kaip Keynes), tiek subjektais. Pirmuoju atveju galima klausti, kas yra tos rinkos, ar tikrai galima daryti išvadas (suprasti procesus) apie sąveikas tarp rinkų nenagrinėjant jas sudarančių subjektų elgesio? Antruoju atveju makroekonominė analizė susiduria su agregavimo problema: bendru atveju, agreguoti procesai nesielia taip pat kaip atsikras subjektas, todėl "reprezentatyvus subjekto"¹ optimaliais sprendimais paremtos analizės prasmingumas neaiškus. Idealiu atveju norėtusi individualaus lygmens optimalaus sprendimo rezultatus agreguoti, tačiau dėl individų skaičiaus ir jų įvairovės uždavinys yra labai keblus. Greta to, net dvejojama, ar tikrai optimizavimas yra dominuojančios visuomenės dalies sprendimų priėmimo prin-

¹"Mikroekonominį pagrindimą turinčiuos modeliuose" formuluojamos tikslo funkcijos ir apribojimai vadinamiesiems "reprezentatyviems subjektams", kurių uždavinys formuluojamas taip, lyg būtų nagrinėjamas atskiras mikro subjektas, tačiau operuojama visuminiais rodikliais.

cipas.

Šiuolaikinės kryptys pamažu bando atsižvelgti į ūkio subjektų heterogeniškumą, tačiau uždaviniai tampa labai komplikuoti. Tad makro požiūris yra sudėtingas, bet tuo ir intriguojantis. Ar naudingas? Spręskite patys.

Užduotis. Įvardinkite šių makroekonominių mokyklų požiūrį į lūkesčius bei bendrąją pusiausvyrą:

- keinsistų,
- monetaristų,
- neoklasikų,
- neoneoklasikų (realaus verslo ciklo požiūrio atstovų),
- naujųjų keinsistų (angl. new-Keynesians),
- pokeinsistų (angl. post-Keynesians).

1.2 Ankstyvosios ir šiuolaikinės metodologijos ypatumai

Prieš nagrinėdami metodologinius skirtumus pirmiausia aptarsime sąvoką "šiuolaikinis". Nagrinėjant teorijas dažnai išskiriamos vadinamosios vyraujančios krypties (angl. mainstream) teorijos. Iš anksčiau aptartų makroekonominės minties mokyklų vyraujančiai kryptčiai šiuo metu priklausytų neo-neoklasikai (realaus verslo ciklo mokykla) bei naujieji keinsistai (angl. new-Keynesians). Toliau aptariami jų naudojamos metodologijos ypatumai, išskiriant kelis aspektus.

Ekonominių sąryšių postulavimas. Ankstyvajai metodologijai, kuria rėmėsi keinsistai, monetaristai ir, atsikrais atvejais, neoklasikai, būdingas ekonominių sąryšių tiesioginis postulavimas vadovaujantis bendrais ekonominiais samprotavimais ("sveika logika") nepateikiant tokių sąryšių mikroekonominio pagrindimo. Pavyzdžiui, visuminio vartojimo išlaidų lygtis

yra užrašoma kaip tam tikra spėjama parametrinė funkcija (dažniausiai tiesinė ar logtiesinė) nuo numanomi svarbių rodiklių rinkinio (tokių kaip disponuojamos pajamos, palūkanų normos ir pan.). Rodiklių rinkinys ir sąryšio tipas čia yra tiesiog prielaidos. R. E. Lucas² kritikavo tiesioginį makroekonominių sąryšių postulavimą teigdamas, kad tokie makroekonominiai sąryšiai yra nestabilūs dėl kelių priežasčių. Pirma, aprašant kintamuosius gali būti pasirinktas netinkamas (supaprastintas) funkcinis sąryšio tipas. Antra, parametrai tokiaime modelyje dažniausiai priklauso nuo ekonominės politikos režimo pasikeitimo. Todėl jis kvietė ekonomikos teoretikus pereiti prie mikroekonominį pagrindimą turinčių modelių, kuriuose ryšiai tarp nagrinėjamų agreguotų kintamųjų yra funkcija vien vadinamųjų "pamatinių parametru", kurie nepriklauso nuo ekonominės politikos režimo pasikeitimo ir yra stabilūs. Šiuolaikiniuose "vyraujančios" makroekonominės minties modeliuose šio reikalavimo laikomasi - ekonominiai sąryšiai išvedami pradedant nuo subjektams formuluojamų mikroekonominio tikslo funkcijų ir apribojimų. Pavyzdžiui, anksčiau minėta vartojimo išlaidas nusakanti funkcija gaunama iš būtiniosios vartotojo naudingumo maksimizavimo (prie atitinkamo jo biudžetinio apribojimo) sąlygos ir biudžetinio apribojimo.

Nors toks mikroekonominis pagrindimas analitiniu požiūriu yra gražus, bet Lucas įvardinta problema, atrodo, yra tiesiog nukeliama vienu lygmeniu toliau: neaišku, ar "pamatiniai parametrai" iš tiesų yra tokie nepajudinami, o nuo konkretaus pasirinkto naudingumo funkcijos pavidalo priklauso ir gaunama būtiniosios sąlygos išraiška. Įdomu pastebėti, kad daugeliui anksčiau laisvai postuluotų sąryšių yra "surastas" mikroekonominis pagrindimas, kuriame postuluoto modelio parametrai yra tik pamatinių parametru funkcijos. Iki šiol nėra galutinio atsakymo į tai, kiek empiriškai stabilesni yra mikroekonominį pagrindimą turintys makroekonominiai ryšiai.

Bendrosios pusiausvyros analizė. Ankstyvosios ir šiuolaikinės makroekonominės analizės metodologijoje pusiausvyra (ir jos stabilumas) yra dėmesio centre. Tačiau pusiausvy-

²Lucas R.E. (1976). *Econometric policy evaluation: A critique*. In K. Brunner and A.H. Meltzer, eds., *The Phillips curve and labour markets*. Amsterdam: North Holland.

ros turinys nėra vienodas. Ankstyvuosiuose modeliuose nagrinėjama pusiausvyra tarp skirtingų rinkų, kurių elgesį tiesiogiai apibūdina tam tikros lygtys. Vaizdžiai šis pusiausvyros tipas apibūdinamas "vamzdžių ekonomikos" sąvoka: šioje pusiausvyroje optimizuojančių subjektų nėra, yra tik ekonominiai srautai, subalansuojantys rinkas. Pavyzdžiui, keinsistiniame IS-LM modelyje (plačiau žr. ?? skirsnį), IS lygtis nusako tokią gamybos apimtį Y ir realios palūkanų normos r sąryšį (kai valdžios išlaidos G egzogeniškai fiksuotos), kuris tenkina pusiausvyrą prekių rinkoje ($Y = \alpha - \beta r + \delta G$, $\alpha, \beta, \delta > 0$), o LM lygtis - sąryšį tarp gamybos apimtį ir palūkanų normos ($r = -\gamma + \eta Y + \theta \frac{M}{P}$, $\gamma, \eta, \theta > 0$), kuris tenkina pusiausvyrą pinigų rinkoje (esant fiksuotai pinigų pasiūlai M bei nelanksčiam / egzogeniškai duotam kainų lygiui P). Tada bendrąją pusiausvyrą, kuri suprantama kaip pusiausvyra pinigų ir prekių bei paslaugų rinkose kartu, tenkinanti gamybos apimtį skirtingiems valdžios išlaidų G (fiskalinė politika) ir pinigų pasiūlos M (monetarinė politika) kiekiams nustatoma kaip šių dviejų lygčių sistemos sprendinys endogeninių kintamųjų (Y ir r) atžvilgiu.

Užduotis. Suraskite tokią bendrosios pusiausvyros supratimą atitinkančias Y ir r reikšmes kaip funkciją nuo modelio parametrų bei egzogeninių kintamųjų reikšmių. Jei valdžios išlaidos padidėtų, kokią tai poveikį turėtų pajamoms ir (realiai) palūkanų normai? Jei centrinis bankas norėtų išlaikyti palūkanas tokiame pačiame lygyje, kaip prieš valdžios intervenciją, kaip ir kiek jis turėtų pakeisti pinigų kiekį? Ar po tokios intervencijos ir pajamos grįžtų į pradinį lygį? Kodėl?

Nors šiuolaikiniuose modeliuose nustatant bendrąją pusiausvyrą yra pasinaudojama makroekonominiais apribojimais, tačiau ji suvokiama kitaip - tai skirtingų rinkos subjektų (namų ūkių, vidaus gamintojų, užsienio gamintojų ir pan.) optimalų elgesį apibūdinančių būtinųjų sąlygų ir technologinių bei biudžetinių apribojimų sistemos sprendinys, nusakantis aktualių endogeninių kintamųjų (gamybos apimtį, darbo užmokesčio ir pan.) reikšmes, esant fiksuotoms egzogeninių kintamųjų ir parametrų reikšmėms.

Vyraujančiose makroekonominėse teorijose bendrieji makroekonominiai makroekonominiai apribojimai papildyti dar keliais svarbiais aspektais:

1. optimaliu rinkos subjektų elgesiu prie tam tikrų technologinių ir biudžetinių apribojimų;
2. tarplaikiniu pasirinkimu ir racionaliais lūkesčiais;
3. bendrąja pusiausvyra tarp rinkos subjektų.

Subjektų, maksimizuojančių tam tikrą naudingumo funkciją prie atitinkamų biudžetinių apribojimų, optimalaus pasirinkimo implikuojamos būtinios sąlygos (kai tenkinamos ir pakankamos) padeda pagrindą modelio elgesio lygtims. Tikslų funkcijas, kurias atitinkami rinkos subjektai (namų ūkiai, firmos ir pan.) maksimizuoja dažniausiai yra laikotarpinės, t.y. subjektai siekia priimti geriausią sprendimą žvelgdami į ateitį, o ne grįsdami pasirinkimą tik šio momento rezultatu. Jei modelis nėra deterministinis ir ateities rodiklių reikšmės nėra iš anksto žinomos (determinuotos), papildomai daroma prielaida apie racionalius subjektų lūkesčius, t.y. subjektai priimdami jiems optimalų sprendimą remiasi dabartinėmis sąlygomis tikėtina tikslo funkcijos reikšme.

Turint biudžetinius apribojimus, būtinąsias rinkos subjektų optimalaus elgesio sąlygas bei darant prielaidą, kad bendrieji (makro)ekonominiai rodikliai yra vienodi visiems rinkos subjektams (pavyzdžiui, darbo užmokestis nagrinėjamoje ekonomikoje tenkina ir namų ūkius, ir firmas), gaunama bendrąją pusiausvyrą - ekonomikos elgesį pusiausvyroje - nusakanti lygčių sistema. Pastarosios savybių analizė ir leidžia ekonomistams spręsti apie ekonominės politikos ar modelio parametrų pasikeitimo poveikį makroekonominiams procesams.

Aptariami modeliai, lyginant su modeliais be mikroekonominių pagrindų, kuriuose elgesio lygtys yra postuluojamos, turi ir privalumų, ir trūkumų. Didelis jų privalumas yra tas, kad greta balansinių apribojimų analizė papildoma optimizavimo schema bei bendrosios pusiausvyros principu, leidžiančiu aiškiau pagrįsti makroekonominuose modeliuose naudojamus sąryšius. Tikėtina, jog tai kartu leidžia nustatyti tokias elgesio lygtis bei sąryšius,

kurių parametrai yra pamatiniai (angl. deep parameters) ir stabilesni nei agreguotų postuluojamų ryšių.

Tačiau kaip tik agregavimo klausimas yra silpniausia vieta šioje modeliavimo metodologijoje, kadangi, norint makroekonominis ryšius pagrįsti mikroekonominiu rinkos subjektų elgesiu, reikia individualių šių elgesį agreguoti. Čia svarbu ne tik tai, kad rinkos subjektai gali būti labai heterogeniški, bet ir tai, kad agreguoto proceso savybės gali iš esmės skirtis nuo individualių procesų detaliųjų. Todėl stebimas mikroekonominis elgesys ir reakcija nebūtinai yra informatyvi apie visuminius ekonominius procesus. Nors teorinių modelių formuluotėse ši problema dažnai apeinama darant prielaidą apie reprezentatyvų subjektą, tačiau jo egzistavimui reikia ganėtinai griežtų sąlygų (žr. Hoover 2002), tad problema iš tiesų egzistuoja.

Nors šie privalumai ir trūkumai yra svarbūs, tačiau atrodo, jog nėra verta griežtai priešpastatyti mikroekonominis pagrindus turinčius ir "sveika" logika postuluojamus modelius: istoriškai pasirodė, kad dauguma postuluojamų elgesio lygčių gali būti pagrįstos atitinkamais mikroekonominiais modeliais. Tad mikroekonominis pagrindus galima suvokti kaip ankstesnės teorijos reikšmingą papildymą, leidžiantį geriau suprasti ekonominius procesus.

Būtent geresnis ekonominės problemos struktūrizavimas yra vienu svarbiausiu naujosios metodologijos privalumų. Nagrinėjant kiekvieną modelį tikslinga išskirti tokias sudėtinės dalis:

- rinkos subjektai (namų ūkiai, firmos, valdžios sektorius, užsienio sektorius ir pan.);
- rinkos subjektų tikslo funkcijos (vartotojų naudingumo funkcijos, firmų pelno funkcijos, valdžios politinių dividendų funkcija ir pan.);
- technologiniai ir biudžetiniai apribojimai (produkto gamybos technologija, kiti momentiniai ir, esant skolinimo(si) galimybei, tarplaikiniai biudžetiniai apribojimai);
- rinkos struktūra/tipas (tobulos konkurencijos, monopolistinės konkurencijos ir pan.);

- (bendrosios) pusiausvyros analizė;
- nukrypimų nuo pusiausvyros analizė.

Gerovės analizė. Vienas svarbiausių mikroekonominės analizės objektų yra subjektų gerovė, apibrėžiama per vartotojo ir gamintojo naudingumų pavidolus. Ankstyvuosiuose makroekonominuose modeliuose toks aspektas negalėjo būti analizuojamas, kadangi nei vartotojo naudingumas, nei gamintojų pelno funkcija nebuvo apibrėžta. Vartotojų gerovei artimiausias rodiklis šiuose modeliuose yra realaus vartojimo apimtys: kuo daugiau žmonės vartoja tuo didesne galima laikyti jų gerovę, esant kitoms sąlygoms fiksuotoms. Tačiau vartojimas gali ir nepakankamai tiksliai įvertinti vartotojų gerovės pokytį dėl neproporcingo naudingumo augimo didėjant vartojimui, naudingumo priklausomybės nuo kitų veiksnių (pavyzdžiui, laiko, kada vartojimas įvyksta, darbo pastangų, reikalingų sukurti pajamas, skiriamas vartojimui ir pan.).

Šiuolaikiniuose modeliuose vartotojų naudingumas yra tiesiogiai postuluojamas (greta kitų tikslo funkcijų ir apribojimų, jis yra pagrindu gauti makroekonominiai modelių implikuojami sąryšiai), todėl galima tiesioginė egzogeninių rodiklių bei įvairių modelio parametrų pokyčio įtakos vartotojų gerovei analizė.

Lūkesčių formulavimas. Makroekonominuose modeliuose vien lūkesčių tipo (formavimo mechanizmo) pakeitimas gali nuvesti nuo keinsistinio iki neoklasikinio modelio (pavyzdžiui, IS-LM-AD-AS modelyje). Jų tipo pasirinkimas iš principo keičia modelio savybes ir ekonomines išvadas. Dėl tos priežasties makroekonominėje teorijoje lūkesčiai yra labai svarbus komponentas.

Ankstyvuosiuose (keinsistiniuose ir monetaristiniuose) modeliuose lūkesčiai buvo vien adaptyvūs. Keinsistiniuose modeliuose dažniausiai naudojama³ vadinamoji naivioji lūkesčių

³Patebėtina, kad paties Keynes požiūryje lūkesčiai jokių būdu nebuvo tokie statiniai, kaip vėliau matematizuotose keinsistiniuose modeliuose. Atvirkščiai, Keynes lūkesčius suvokė kaip ypatingai komplikotą procesą, kuris gali iš esmės pasikeisti dėl menkiausių priežasčių. Bet dėl tos priežasties lūkesčiai negali būti prognozuojami kokiu nors sisteminiu dėsniu.

forma $p_{t+1}^e = p_t$, čia p_{t+1}^e žymi t laikotarpiu laukiamą rodiklio p (pavyzdžiui, kainos) reikšmę. Monetaristai į makroekonominis modelius įtraukė adaptyvius lūkesčius, turinčius bendresnį pavidalą: $p_{t+1}^e = \sum_{i=0}^k \alpha_i p_{t-i}$, $\sum_{i=0}^k \alpha_i = 1, k \in N$. Tačiau ir šis lūkesčių formavimo mechanizmas yra labai ribojantis: lūkesčiams formuoti remiamasi vien nagrinėjamo rodiklio informacija iki momento, kada formuojami lūkesčiai.

Šiuolaikinėje metodologijoje įprasta taikyti racionaliuosius lūkesčius: $p_{t+1}^e = E_t p_t$, čia E_t žymi laikotarpiu t formuojamą lūkestį pagal tuo laikotarpiu turimą informaciją. Neapibrėžus informacijos aibės, racionalūs lūkesčiai yra nefunkcionalūs. Tačiau Muth(1961)⁴ pasiūlė natūralią idėją: laikyti, kad informaciją sudaro pats nagrinėjamas modelis. Dėl šios priežasties tokie lūkesčiai dar vadinami modelį atitinkančiais lūkesčiais (angl. model-consistent expectations). Tokį požiūrį iliustruoja neoklasikinio IS-LM-AS-AD modelio pavyzdys.

Nagrinėjamas makroekonominis modelis, naudojant logtiesinius rodiklių sąryšius:

$$\text{IS: } y_t = \alpha - \beta r_t + \delta g_t,$$

$$\text{LM: } m_t - p_t = \gamma + \theta y_t - \eta i_t,$$

$$\text{Fisher: } i_t = r_t + \pi_t^e, \quad \pi_t^e = p_t^e - p_{t-1},$$

$$\text{AS: } y_t - y^* = \gamma(p_t - w_t),$$

$$\text{W: } w_t = p_t^e,$$

$$\text{Lūkesčiai: } p_t^e = E_{t-1} p_t;$$

čia:

y_t ir y^* - faktinės produkcijos apimtys ir egzogeniškai fiksuotas potencialus gamybos lygis,

r_t - ir i_t - atitinkamai reali ir nominali palūkanų norma,

g_t - valdžios išlaidos (egzogeninis kintamasis),

m_t - centrinio banko reguliuojama pinigų pasiūla (egzogeninis kintamasis),

p_t, p_t^e ir π_t^e - atitinkamai kainų lygis, laukiamas kainų lygis ir laukiama infliacija,

w_t - atlyginimai.

⁴Muth J.F. (1961). Rational expectations and the theory of price movements, *Econometrica*, 29.

Papildoma problema sprendžiant šią sistemą yra ta, kad turimas racionalių lūkesčių operatorius. Tiesiogiai sprendžiant šią lygčių sistemą, gaunami sąryšiai priklausys nuo $E_{t-1}p_t$, kuris yra endogeninis dydis, tad tiesiogiai redukuoti sistemos nepavyksta. Tačiau, pasinaudojant Muth idėja, lūkesčių operatorių galima taikyti modelio lygtims, nes tai ir yra ta informacija, kuria remiantis lūkesčiai yra formuojami. Tada, papildomai pasinaudojus laukiamos kainos apibrėžimu, nusakytu paskutinėje lygtyje, nesunku matyti, kad gaunami tokie ankstesnių lygčių atitikmenys:

$$\text{IS: } y^* = \alpha - \beta E_{t-1}r_t + \delta g_t,$$

$$\text{LM: } m_t - E_{t-1}p_t = \gamma + \theta y^* - \eta E_{t-1}i_t,$$

$$\text{Fisher: } E_{t-1}i_t = E_{t-1}r_t + E_{t-1}p_t - p_{t-1},$$

$$\text{AS: } E_{t-1}y_t = y^*$$

$$\text{W: } E_{t-1}w_t = E_{t-1}p_t;$$

čia iš karto pasinaudota AS lygtyje gautu rezultatu: laukiamas gamybos lygis $E_{t-1}y_t$ yra lygus potencialiam y^* . Tokią savybę turinti visuminės pasiūlos funkcija yra vadinamas Lucas pasiūlos funkcija.

Iš šios lūkesčių sistemos LM, IS ir Fisher'io lygčių racionaliai laukiama kaina yra išreiškiama per modelio parametrus, egzogeninius kintamuosius bei ankstesnį kainų lygį, kurio reikšmė laikotarpio t atžvilgiu jau yra fiksuota:

$$E_{t-1}p_t = \frac{m_t - \gamma}{1 - \eta} - \frac{\theta + \eta}{1 - \eta} y^* + \frac{\eta}{1 - \eta} [\alpha + \delta g_t - p_{t-1}]. \quad (1.1)$$

Tai yra racionalus modelį atitinkantis kainos lūkestis.

Išdomu pastebėti, kad gautosios AS ir (1.1) lygtys nusako, jog esant racionaliems lūkesčiams, tiek valdžios išlaidų keitimo, tiek centrinio banko pinigų kiekio reguliavimo politika paveiks tik laukiamas kainas, bet ne gamybos apimtį, kadangi pusiausvyroje (redukuotame modelyje) g_t ir m_t yra aiškinančiaisiais kintamaisiais vien (1.1) lygtyje, o AS lygtyje gamybos apimties lūkestis priklauso vien nuo egzogeniškai duoto potencialaus gamybos lygio.

Turint modelį atitinkančias laukiamas kainas, nusakytas (1.1) lygtimi, galima surasti visos sistemos endogeninių kintamųjų pusiausvyros reikšmes. Tam pradinėje IS-LM-AD-AS lygčių sistemoje $E_{t-1}p_t$ keičiamas (1.1) lygtimi nusakyta išraiška ir sistema sprendžiama endogeninių kintamųjų atžvilgiu.

Užduotis. 1) Nustatykite visų IS-LM-AD-AS modelio (su racionaliais kainų lūkesčiais) endogeninių kintamųjų pusiausvyros reikšmes. Kokios įtakos realioms ir nominalioms palūkanų normoms turėtų a) valdžios išlaidų didinimas, b) pinigų kiekio mažinimas? 2) Tegu pradiniam IS-LM-AD-AS modelio su racionaliais kainų lūkesčiais formulavime LM lygtyje, vietoje kainų kintamojo p_t yra kainų lūkesčio kintamasis p_t^e . Ar tai keičia (ir kaip) a) modelio sprendimo eigą; b) pusiausvyros ir poveikio pusiausvyroje interpretacijos rezultatus?

2 Kai kuris makroekonominės analizės instrumentariumas

Pagrindinė literatūra:

1. Barrow R.J. ir Sala-i-Martin X. (2004) Economic Growth. The MIT Press, Cambridge (2-as leidimas). A.3 priedas.
2. Obstfeld M. ir K. Rogoff (2002) Foundations of International Macroeconomics. The MIT Press, Cambridge.
3. Heer B. ir A. Maussner (2005) Dynamic General Equilibrium Modelling: Computational Methods and Applications. Springer, Berlin. 2 skyrius.
4. Ferguson B.S. ir G.C. Lim (2003). Dynamic Economic Models in Discrete Time. Routledge, London. 5-6 skyriai.

Kaip jau minėta, vienas svarbiausių vyraujančių makroekonominių teorijų bruožų - dinaminis sprendimų optimizavimas, optimizuojant ne atskiro laikotarpio pasirinkimą, o

2.1 Tolydaus laiko dinaminis optimizavimas

viso nagrinėjamo horizonto. Šiame skirsnyje apžvelgsime susijusį dinaminio optimizavimo instrumentariumą. Kadangi ekonominiai modeliai formuluojami tiek tolydžiam, tiek diskrečiam laike, tai pateikiame ir atitinkamus dinaminio optimizavimo algoritmus.

2.1 Tolydaus laiko dinaminis optimizavimas

5-ame XX a dešimtmetyje Pontriagino vadaudaujama mokslininkų grupė sukūrė optimalaus valdymo maksimumo principą (dar vadinamą Pontriagino principu), naudojamą dinaminiam optimizavimui. Šiame skirsnyje pateiksime tipinio dinaminio makroekonominio uždavinio formuluotę ir susijusio sprendinio radimo algoritmą bei taikymo pavyzdį.

Tipinis uždavinys ir optimalaus sprendinio nustatymas. Subjektas gali pasirinkti valdomų kintamųjų ($c(t)$) reikšmes taip, kad maksimizuotų tikslo funkciją esant tam tikriems dinaminiam apribojimams, kurie apibūdina vadinamųjų būsenos kintamųjų ($k(t)$) dinamiką:

$$\max_{\{c(t)\}} U(0) = \int_0^T v[k(t), c(t), t] dt,$$

s.a.:

$$a) \frac{dk(t)}{dt} = g[k(t), c(t), t],$$

$$b) k(0) > 0,$$

$$c) k(T)e^{-\bar{r}(T)T} \geq 0.$$

Čia $U(0)$ yra tikslo funkcija (pavyzdžiui, vartotojų naudingumo funkcija), įvertinta pradiniam laikotarpyje (0), $\bar{r}(t) = \int_0^t r(\tau) d\tau$, o T - paskutinis laikotarpis, kuris gali būti ir $T = \infty$.

Tokio uždavinio sprendinys ieškomas sudarant Hamiltono funkciją

$$H[k(t), c(t), t, \mu(t)] = v[k(t), c(t), t] + \mu(t)g[k(t), c(t), t],$$

kurioje $\mu(t)$ žymi dinaminį Lagrange daugiklį. Sprendžiant šią funkcijos išvestinėmis pagrįstą lygčių sistemą:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial k(t)} &= -\dot{\mu}(t), \\ \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial c(t)} &= 0,\end{aligned}$$

su nukirtimo sąlyga $\mu(T)k(T) = 0$, jei T yra baigtinis, ir $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{H}(\cdot, t) = 0$, jei begalinis, gaunamas optimalus valdomų kintamųjų kelias $c(t)$, kuris maksimizuoja tikslo funkciją prie apibrėžtų dinaminių apribojimų. Čia ir toliau bet kokiam kintamajam z , $\dot{z}(t) \equiv \frac{dz(t)}{dt}$. Pastebėtina, kad dažniausiai būtina ir pakankama nukirtimo sąlyga su begaliniu horizontu gali būti užrašyta paprasčiau: $\lim_{t \rightarrow \infty} \mu(t)k(t) = 0$.

Pavyzdžiui, panaudojant šį algoritmą lengva surasti sprendinį 3.1 skirsnyje detaliau nagrinėjamo diskretaus Solow-Swan modelio analogo tolydžiam laike, kai modelyje tiesiogiai formuluojamas toks varototojų dinaminio naudingumo funkcijos maksimizavimo uždavinys. Vartotojai pasirinkdami vartojimo apimtis siekia maksimizuoti jų naudingumo funkciją: $U(0) = \int_0^\infty e^{-\rho t} \log(c(t)) dt$ su kapitalo kaupimo apribojimu $\frac{dk(t)}{dt} = k(t)^\alpha - c(t) - \delta k(t)$, $k(0) = 1$, $\lim_{t \rightarrow \infty} k(t)e^{-\bar{r}(t)t} \geq 0$.

Šio uždavinio Hamiltono funkcija yra

$$H[k(t), c(t), t, \mu(t)] = e^{-\rho t} \log(c(t)) + \mu(t)(k(t)^\alpha - c(t) - \delta k(t)),$$

o susijusios pirmos eilės išvestinės:

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial k(t)} &= \alpha \mu(t) k(t)^{\alpha-1} - \delta \mu(t) = -\frac{d\mu(t)}{dt} \Rightarrow \frac{d\mu(t)}{dt} = \alpha k(t)^{\alpha-1} - \delta, \\ \frac{\partial H}{\partial c(t)} &= \frac{e^{-\rho t}}{c(t)} - \mu(t) = 0 \Rightarrow \frac{d\mu(t)/dt}{\mu(t)} = -\rho - \frac{dc(t)/dt}{c(t)}.\end{aligned}$$

Kuriomis pasinaudojant nesunkiai gaunamas optimalaus vartojimo kelią nusakanti išraiška:

$$\frac{dc(t)}{d(t)} = \alpha k^{\alpha-1} - \delta - \rho.$$

2.2 Diskretaus laiko dinaminis optimizavimas

Konkretikos dėlei tarkime, kad reprezentatyvus namų ūkis siekia maksimizuoti savo (be-galinio) gyvenimo naudingumą

$$U_{gyv.} = E_t \sum_{t=\tau}^{\infty} \beta^{\tau-t} U(C_{\tau}, 1 - L_{\tau}) \quad (2.1)$$

esant kapitalo kaupimo apribojimui⁵

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + A_t F(K_t, L_t) - C_t, \quad (2.2)$$

pasirinkdamas optimalaus vartojimo $\{C_{\tau}, \tau = t, \dots, \infty\}$ ir darbo $\{L_{\tau}, \tau = t, \dots, \infty\}$ apimtis. Momentinis laikotarpis τ gautas naudingumas $U_{\tau} \equiv U(C_{\tau}, L_{\tau})$, $\frac{\partial U_{\tau}}{\partial C_{\tau}} > 0$, $\frac{\partial U_{\tau}}{\partial L_{\tau}} < 0$, ši dabartinę vertę yra diskontuojamas taikant diskonto normą β . δ žymi kapi-talo nusidėvėjimo per laikotarpį normą, o $A_t F(K_t, L_t) = Y_t$ yra standartines pirmo laip-snio homogeniškumo bei teigiamos, tačiau mažėjančios ribinės grąžos kiekvieno veiksnio atžvilgiu sąlygas tenkinančios gamybos funkcijos išraiška (užrašymo paprastumo dėlei to-liau naudosime žymėjimą $F_t \equiv F(K_t, L_t)$).

Šį uždavinį galima spręsti keliais būdais. Galimas tiesioginis apribojimo panaudojimas naudingumo funkcijoje netiesioginiam vieno iš pradinių argumentų optimalaus sprendinio radimui: pirmiausia įsistačius (2.2) apribojimą į (2.1) lygtį ir maksimizuojant taip pert-varkytą naudingumo funkciją pagal naujus pasirinkimo argumentus $\{K_{t+1}$ ir, pavyzdžiui, $L_t\}$ gaunamos optimalius kapitalo ir darbo pasirinkimus nusakančios lygtys. Tada opti-malių vartojimo apimčių sąlyga gaunama jas naudojant kartu su kapitalo kaupimo apribo-jimu (2.2).

Antrasis sprendimo būdas yra paremtas Lagrange daugikliais. Pasinaudodami (2.2) lygties rekursiškumu, apribojimą galima perrašyti kapitalo apimčiai ne vieno, o h laiko-

⁵Faktiškai, šis apribojimas gautas apjungus tris: 1) kapitalo kaupimo $K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t$, 2) produkto gamybos (technologijos) $Y_t = A_t F(K_t, L_t)$ ir 3) produkto paskirstymo tarp investicijų ir vartojimo (uždaroje ekonomikoje) $Y_t = A_t F(K_t, L_t)$.

tarpių į priekį. Tada tikslo funkcija (2.1) maksimizuojama prie ribinio apribojimo $h \rightarrow \infty$ taikant įprastinį Lagrange daugiklių metodą.

Trečias metodas, kurį aptarsime plačiau, pasinaudoja vadinamąja vertės funkcija. Apibrėžkime vertės funkciją, kaip funkciją nuo būsenos kintamojo K_t , maksimizuojančią naudingumą pagal pasirinkimo kintamuosius $\{C_\tau, L_\tau\}_{\tau=t}^\infty$:

$$V(K_t) \equiv \max_{\{C_\tau, L_\tau\}} E_t \sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} U(C_\tau, L_\tau) = \max_{\{C_t, L_t\}} U(C_t, L_t) + E_t \beta V(K_{t+1}) \quad (2.3)$$

s.a.

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + A_t F(K_t, L_t) - C_t.$$

Toks perrašymas į vadinamąją Bellman'o lygtį begalinio pasirinkimo uždavinį redukuoja į dabartinio laikotarpio optimalų pasirinkimą ir funkcionalinę lygtį vertės funkcijos atžvilgiu.

Būtiniosios vertės funkcijos maksimizavimo sąlygos pagal pasirinkimo kintamuosius C_t ir L_t yra:

$$\frac{\partial V(K_t)}{\partial C_t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial U_t}{\partial C_t} = \beta E_t V'(K_{t+1}), \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial V(K_t)}{\partial L_t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial U_t}{\partial(1 - L_t)} = \beta A_t \frac{\partial F_t}{\partial L_t} E_t V'(K_{t+1}). \quad (2.5)$$

Jei $V(\cdot)$ pavidalas būtų žinomas, tai šių dviejų lygčių kartu su kapitalo kaupimo apribojimu pakaktų norint surasti trijų nežinomųjų (C , K ir L) reikšmes, tenkinančias šias optimalumo sąlygas. Tačiau bendru atveju $V(\cdot)$ pavidalas nėra žinomas. Nors įmanoma kelias yra spėti jos išraišką ir tikrinti spėjimo galiojimą funkcionalinėje Bellmano lygtyje, tačiau šią problemą galima apeiti gaunant optimalumo apribojimus ir be nežinomos funkcijos išraiškos.

Tam, pirmiausiai diferencijuokime vertės funkcijos apibrėžimą jos argumento atžvilgiu gaudami

$$V'(K_t) = \beta E_t V'(K_{t+1}) \left(1 - \delta + A_t \frac{\partial F_t}{\partial K_t} \right) \quad (2.6)$$

2.3 Netiesinių lygčių aproksimacijos ir lygčių sistemų su racionaliaisiais lūkesčiais sprendimas

ir, panaudodami šią išraišką, iš (2.4) lygties išsireiškime laukiamos vertės funkcijos išvestinės išraišką:

$$(2.4)+(2.6): \frac{\partial U_t}{\partial C_t} = V'(K_t) \left(1 - \delta + A_t \frac{\partial F_t}{\partial K_t}\right)^{-1} \Rightarrow E_t V'(K_{t+1}) = E_t \frac{\partial U_t}{\partial C_t} \left(1 - \delta + A_t \frac{\partial F_t}{\partial K_t}\right). \quad (2.7)$$

Traktuojant $E_t V(K_{t+1})$ kaip nežinomą kintamąjį ir pasinaudojant (2.3)-(2.7) lygtimis nesunku gauti tris apribojimus, jau neturinčius nežinomos vertės funkcijos išraiškos:

$$(2.4)+(2.5): \frac{\partial U_t}{\partial(1 - L_t)} = \frac{\partial U_t}{\partial C_t} A_t \frac{\partial F_t}{\partial L_t}, \quad (2.8)$$

$$(2.4)+(2.7): \frac{\partial U_t}{\partial C_t} = E_t \frac{\partial U_{t+1}}{\partial C_{t+1}} \left(1 - \delta + A_{t+1} \frac{\partial F_{t+1}}{\partial K_{t+1}}\right), \quad (2.9)$$

$$\text{apribojimas iš (2.3): } K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + A_t F(K_t, L_t) - C_t. \quad (2.10)$$

Ši trijų lygčių sistema leidžia nustatyti trijų aktualių endogeninių kintamųjų (C_t, L_t, K_t) reikšmes. Bendru atveju, tai yra netiesinė racionalių lūkesčių sistema, kurios sprendimo ypatumai nagrinėjami tolimesniuose skirsniuose.

2.3 Netiesinių lygčių aproksimacijos ir lygčių sistemų su racionaliaisiais lūkesčiais sprendimas

Nagrinėjant šiuolaikinius makroekonominis modelius, turinčius mikro pagrindus ir besiremiančius racionaliais lūkesčiais, yra susiduriama su papildomais keblumais. Pirma, modeliuose, kuriuose galutinės pusiausvyros sąlygos yra ne postuluojamos, o išvedamos remiantis būtinosiomis subjektų optimalaus elgesio sąlygomis bei apribojimais, dažniausiai gaunama netiesinę pusiausvyrą nuskančių lygčių sistema. Analitinių netiesinės lygčių sistemos savybių tyrimas paprastai yra labai kompliktuotas. Todėl tikslus sistemos kelias paprastai yra nagrinėjamas skaitiniais būdais, o analitiškai tiriamas šios sistemos tam tikra aproksimacija apie pusiausvyros tašką (taškus). Antra, racionalūs lūkesčiai uždeda tam

2.3 Netiesinių lygčių aproksimacijos ir lygčių sistemų su racionaliaisiais lūkesčiais sprendimas

tikrus apribojimus sprendiniui, kadangi ne kiekvienas dinaminę lygčių sistemą tenkinantis sprendinys yra suderinamas su racionaliais lūkesčiais.

Šiame skirsnyje aptariami su šiais klausimais susiję metodai: pirmiausia nagrinėjamas sistemos logtiesinės aproksimacijos apie pusiausvyros tašką klausimas; vėliau pateikiamas racionalių lūkesčių sprendinio nustatymo algoritmas.

Logtiesinė netiesinės lygčių sistemos aproksimacija. Makroekonominiuose modeliuose yra įprasta netiesinius modelius aproksimuoti taikant logtiesinę aproksimaciją, kuri leidžia netiesinę lygčių sistemą išreikšti per pusiausvyros reikšmes ir rodiklių procentinį nuokrypį nuo pusiausvyros reikšmių.

Tegu bet kokiam rodikliui X_t , $x_t \equiv \ln(X_t/\bar{X})$, čia X_t atitinkamai žymi faktinę, o $\bar{X}$ - pastovią pusiausvyrinę reikšmę. Tada logtiesinėje aproksimacijoje pasinaudojama tokiomis savybėmis:

1. $\alpha X_t = \alpha \bar{X}(1 + x_t)$
2. $\alpha X_t + \beta Z_t = \alpha \bar{X}(1 + x_t) + \beta \bar{Z}(1 + z_t)$
3. $X_t Z_t^\alpha = \bar{X} \bar{Z}^\alpha (1 + x_t + \alpha z_t)$
4. $f(X_t) = f(\bar{X})(1 + \eta x_t)$, $\eta = \frac{f'(X_t)}{f(\bar{X})} X_t \Big|_{X_t=\bar{X}}$.

Pirmoji savybė gaunama perrašant kintamąjį $\alpha X_t = \alpha \bar{X}(X_t/\bar{X}) = \alpha \bar{X} \exp[\ln(X_t/\bar{X})] = \alpha \bar{X} e^{x_t}$ ir taikant šios išraiškos pirmos eilės Taylor aproksimaciją atžvilgiu x_t apie pusiausvyros reikšmę $\bar{x}_t = 0$: $\alpha X_t \simeq \alpha \bar{X} + \alpha \bar{X} e^{x_t} \Big|_{x_t=0} (x_t - 0) = \alpha \bar{X}(1 + x_t)$.

Ketvirtoji savybė gaunama iš funkcijos $f(X_t)$ Taylor skleidinio apie pusiausvyros reikšmę $f(X_t) \simeq f(\bar{X}) + f'(X_t) \Big|_{X_t=\bar{X}} (X_t - \bar{X})$ dešinės pusės iškelus $f(\bar{X})$ prieš skliaustus bei pasinaudojus $x_t \approx (X_t - \bar{X})/\bar{X}$.

Užduotis: vadovaudamiesi analogiškais veiksnių sekomis parodykite, jog 2 ir 3 savybės taip pat galioja.

Pastaba. Norint gauti tikslią logtiesinę aproksimaciją, visus kintamuosius reikėtų pertvarkyti į $X_t = \bar{X} e^{x_t}$ pavidalą ir taikyti Taylor skleidinį nuokrypio nuo pusiausvyros kin-

tamojo atžvilgiu. Šiame skirsnyje pateiktų taisyklių taikymas atskiriems neadityviems funkcijų kintamiesiems duoda paklaidą dėl neatsižvelgimo į antros eilės narius. Pavyzdžiui, jei sandaugą $X_t Z_t$ aproksimuotume taikydami 1-ą taisyklę, tai gauta aproksimacijos išraiška būtų $X_t Z_t \approx \bar{X} \bar{Z} (1 + x_t)(1 + z_t)$, kuri nuo Taylor skleidiniu pagrįstos išraiškos $\bar{X} \bar{Z} (1 + x_t + z_t)$ skiriasi nuliui artimu nariu $x_t z_t \bar{X} \bar{Z}$, kai x_t ir z_t yra artimi nuliui (nuokryptai nuo pusiausvyros yra nedideli).

Pavyzdys. Turimos keturios lygtys:

$$a) \alpha I_t + \beta C_t = \delta Y_t,$$

$$b) Y_t = A_t \left(\frac{K_t}{L_t} \right)^\alpha,$$

$$c) \frac{C_{t+1}}{C_t} = \beta E_t (1 - \delta + A_{t+1} \alpha \frac{Y_{t+1}}{K_{t+1}}),$$

$$d) R_{t+1}^{\sigma-1} \beta^\sigma \frac{W_t}{W_{t+1}} = 1 - W_t,$$

kurių logtiesinės aproksimacijos aptariamos toliau.

a) Pasinaudodami 1-a taisykle turime $\alpha \bar{I}(1 + i_t) + \beta \bar{C}(1 + c_t) = \delta \bar{Y}(1 + y_t)$. Papildomai pasiremami pusiausvyros sąryšiu $\alpha \bar{I} + \beta \bar{C} = \delta \bar{Y}$ gauname: $\alpha \bar{I} i_t + \beta \bar{C} c_t = \delta \bar{Y} y_t$.

b) Kadangi esant $f(X_t) = X_t^\alpha$, $\eta = \frac{f'(X_t)}{f(X_t)} X_t = \alpha$, tai pasinaudojant 4-a ir 2-a taisyklėmis, $\left(\frac{K_t}{L_t} \right)^\alpha = \left(\frac{\bar{K}}{\bar{L}} \right)^\alpha [1 + \alpha(k_t - l_t)]$. Atitinkamai, taikant 1-ą ir 2-ą taisykles, $\bar{Y}(1 + y_t) = \bar{A}(1 + a_t) \left(\frac{\bar{K}}{\bar{L}} \right)^\alpha [1 + \alpha(k_t - l_t)]$. Šią išraišką galima dar supaprastinti pastebėjus, kad pusiausvyroje $\bar{Y} = \bar{A} \left(\frac{\bar{K}}{\bar{L}} \right)^\alpha$, tad galiausiai a) atvejo logtiesinė aproksimacijos išraiška yra: $1 + y_t = (1 + a_t)[1 + \alpha(k_t - l_t)]$ ir, ignoruodami antros eilės narį $\alpha a_t(k_t - l_t)$, gauname $y_t = a_t + \alpha(k_t - l_t)$.

c) Naudodami 2-ą ir 3-ią taisykles gauname: $\frac{1+c_{t+1}}{1+c_t} = \beta E_t [1 - \delta + \alpha \bar{A} \bar{Y} / \bar{K} \cdot (1 + a_{t+1} + y_{t+1} - k_{t+1})]$. Kadangi pusiausvyroje $1 = \beta(1 - \delta + \alpha \bar{A} \bar{Y} / \bar{K})$, tai aproksimacijos išraiška supaprastėja iki: $\frac{1+c_{t+1}}{1+c_t} = \beta E_t [1 + \alpha \bar{A} \bar{Y} / \bar{K} \cdot (a_{t+1} + y_{t+1} - k_{t+1})]$.

2.3 Netiesinių lygčių aproksimacijos ir lygčių sistemų su racionaliaisiais lūkesčiais sprendimas

d) Pasinaudodami 1, 2-a ir 4-a taisyklėmis gauname: $\beta^\sigma \bar{R}^{\sigma-1} [1 + (\sigma - 1)r_{t+1}]^{\frac{1+w_t}{1+w_{t+1}}} = 1 - \bar{W}(1 + w_t)$. Pusiausvyroje $\beta^\sigma \bar{R}^{\sigma-1} = 1 - \bar{W}$, kuri ankstesnę lygtį padeda susprastinti į $(1 - \bar{W})[1 + (\sigma - 1)r_{t+1}]^{\frac{1+w_t}{1+w_{t+1}}} = 1 - \bar{W}(1 + w_t)$.

Racionalių lūkesčių sprendinio nustatymo algoritmas. Tegu z_t žymi makroekonominiame modelyje nagrinėjamų aktualių kintamųjų nuokrypio nuo pusiausvyros reikšmių vektorius. Dinaminio makroekonominio modelio sprendinį nusakančias lygtis (galbūt po tiesinės aproksimacijos) dažniausiai galima užrašyti tokiu pavidalu:

$$Az_t = BE_t z_{t+1},$$

čia kvadratinė neišsigimusi matrica A nusako visus vienalaikius ryšius tarp kintamųjų vektoriaus z_t , o tokios pat dimensijos kvadratinė matrica B - sąsajas su kito laikotarpio kintamųjų vektoriaus reikšmėmis. Redukuotas šio modelio pavidalas yra

$$z_t = DE_t z_{t+1}, \quad D = A^{-1}B.$$

Matrica D turi tokį išskaidymą $D = Q\Lambda Q^{-1}$, kuriame Q yra matricos D tikriniai vektoriai, o diagonalinė matrica Λ diagonalėje turi atitinkamus tikrinius vektorius, jei matrica D turi skirtingas tikrines reikšmes (pakankama, bet nebūtina sąlyga, žr., pavyzdžiui, Hamilton (1994) A.4 priedą⁶). Tokia sąlyga vienareikšmį sprendinį turinčiuose modeliuose tenkinama.

Pasinaudojant šiuo išdėstymu ankstesnė lygtis gali būti perrašyta į

$$z_t = Q\Lambda Q^{-1}E_t z_{t+1}, \quad \cdot Q^{-1}, \text{ ir}$$

$$u_t = Q^{-1}z_t = \Lambda E_t u_{t+1},$$

⁶Hamilton J.D. (1994) Time Series Analysis, Princeton University Press, Princeton

2.3 Netiesinių lygčių aproksimacijos ir lygčių sistemų su racionaliaisiais lūkesčiais sprendimas

kurioje vektorius u_t yra ortogonalūs ir kiekvienas jo elementas $u_{i,t}$ gali būti nagrinėjamas atskirai:

$$u_{i,t} = \lambda_i E_t u_{i,t+1} = \lambda_i^\tau E_t u_{i,t+\tau};$$

čia λ_i žymi atitinkamą matricos Λ diagonalinį elementą (matricos D tikrinę reikšmę).

Kokį sprendinį laikysime suderinamu su racionaliais lūkesčiais? Prisiminkime, kad z_t žymi makroekonominiame modelyje nagrinėjamų aktualių kintamųjų nuokrypio nuo pusiausvyros reikšmių vektorius, o u_t - jų tiesinę kombinaciją. Jei lūkesčiai racionalūs ir suderinami su modeliu, tai tolimos ateities nuokrypiai negali diverguoti, o turi konverguoti į modeliu implikuojamas pusiausvyrines reikšmes, t.y., turi būti tenkinama sąlyga

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \lambda_i^\tau E_t u_{i,t+\tau} = 0.$$

Nenuliniam $u_{i,\infty}$ tai galios tik kai $|\lambda_i| < 1$. Atkreiptinas dėmesys į tai, kad, jei sistemoje yra lygčių, kurios yra statinės, o ne dinaminės, tai jos implikuoja nulines tikrines reikšmes, tačiau jos neuždeda jokių abribojimų sistemos dinamikai. Todėl su racionaliais lūkesčiais suderinami apribojimai yra nustatomi pagal tikrines reikšmes, tenkinančias sąlygą $0 < |\lambda_i| < 1$.

Tokią sąlygą tenkinančią tikrinę reikšmę λ_i atitinkantis vektorius q_i^- iš matricos Q^{-1} , ir nusako apribojimą $q_i^- z_t$, kurį turi tenkinti makroekonominių rodiklių vektorius z_t , kad sistemos sprendinys būtų suderintas su racionaliais lūkesčiais. Įsistačius tokį apribojimą tenkinančią lygtį į pradinę lygčių sistemą vietoje lygties, kurioje turimas lūkesčių operatorius, gaunamas racionalių lūkesčių sistemos sprendinys.

Modelio su vėlavimais pertvarkymas, ieškant racionalių lūkesčių apribojimo

Kai kuriuose makroekonominiuose modeliuose greta racionalių lūkesčių komponento (ateities kintamojo), taip pat yra ir tam tikras nelankstumas (vėluojantis poveikis). Šiuo atveju mod-

2.3 Netiesinių lygčių aproksimacijos ir lygčių sistemų su racionaliaisiais lūkesčiais sprendimas

elis turi tokį pavidalą:

$$Az_t = BE_t z_{t+1} + Cz_{t-1}.$$

Norint pritaikyti analogišką sprendinio, suderinamo su racionaliais lūkesčiais, paieškos algoritmą, tokį pavidalą reikėtų pertvarkyti į jau išnagrinėta standartinį (be vėluojančio nario). Tuo tikslu apibrėžkime naują kintamąjį $h_t \equiv z_t + Hz_{t-1}$, čia matrica H bus netrukus nusakyta. Iš šio apibrėžimo išsireiškę $z_t = h_t - Hz_{t-1}$ ir įsistatę į pradinę dinaminę sistemą gauname:

$$Ah_t - AH z_{t-1} - Cz_{t-1} = BE_t h_{t+1} - BH z_t = BE_t h_{t+1} - BH h_t + BH^2 z_{t-1},$$

ir

$$(A + BH)h_t = BE_t h_{t+1} + (AH + C - BH^2)z_{t-1}.$$

Jei H parinksime (apibrėšime) taip, kad $|AH + C - BH^2| = 0$, tai turėsime jau žinomos struktūros modelį

$$\tilde{A}h_t = BE_t h_{t+1}, \quad \tilde{A} = A + BH,$$

kurį panaudodami jau mokame nustatyti sprendimui reikalingą sistemos apribojimą, suderinamą su racionaliais lūkesčiais.

3 Dinaminės makroekonominės sistemos - postuluojamų modelių pavyzdžiai

Iki 8-ojo dešimtmečio teoriniai makroekonominiai modeliai buvo postuluojami atsižvelgiant į keletą esminių makroekonominių apribojimų:

- produkto gamybos technologiją (gamybos funkciją);
- kapitalo kaupimo apribojimą;
- makroekonominius srautų apribojimus (pvz., visuminis produktas lygus visuminėms išlaidoms).

Greta šių apribojimų modeliuose dar buvo pasinaudojama tam tikromis elgesio lygtimis, kurios leidžia sudaryti išsprendžiamą sistemą. Šios elgesio lygtys aptariamuose modeliuose postuluojamos vadovaujantis bendrais ekonomikos samprotavimais, neįrindžiant jų optimaliu subjektų elgesiu. Iš tiesų šiuose modeliuose net nėra išskiriami atskiri subjektai (namų ūkiai, firmos), vietoje to operuojama rinkų savokomis (prekių ir paslaugų rinka, pinigų rinka, paslaugų rinka ir pan.). Tolesniuose skirsniuose aptariami postuluojamų modelių pavyzdžiai, turėję didžiausios įtakos makroekonominės teorijos raidai tuo metu tiek nagrinėjant ilgojo laikotarpio (ekonomikos augimo), tiek trumpojo laikotarpio (verslo ciklą) problemas.

Pagrindinė literatūra:

1. Romer D. (2001) Advanced Macroeconomics. McGraw-Hill, Boston (2-as leidimas). 1 skyrius.
2. Takayama A. Analytical Methods in Economics. Harvester Wheatsheaf, 1994. 6-8 skyriai.

3.1 Ekonomikos augimas: Solow-Swan modelis

Solow modelis yra uždaros ekonomikos neoklasikinis ekonomikos augimo modelis, kurio tikslas - nusakyti ekonomikos augimo tempus lemiančius veiksnus. Lyginant su iki jo vyrausiais keinsistinės pakraipos Harrod-Domar ir Kaldor ekonomikos augimo modeliais, kuriuose taip pat buvo naudojami aukščiau minėti makroekonominių srautų apribojimai, esminė Solow naujovė buvo panaudoti gamybos funkciją, kurios gamybos veiksniai (kapitalas ir darbas) būtų tarpusavyje pakeičiami. Greta to, gamybos funkcija $F(K, AL)$, kur K žymi kapitalo, o AL - efektyvios darbo jėgos apimtis (A yra darbą papildanti technologinė pažanga, o L darbo jėga), dar tenkina šias prielaidas:

- gamybos veiksmių ribinė grąža yra teigiama, bet mažėjanti ($\frac{\partial F}{\partial Z} > 0$, $\frac{\partial^2 F}{\partial Z^2} < 0$, kur Z žymi bet kurį gamybos veiksmių);
- technologija yra pastovios masto grąžos: gamybos funkcija tenkina pirmo laipsnio homogeniškumo sąlygą $\lambda F(K, AL) = F(\lambda K, \lambda AL)$, $\forall \lambda > 0$;
- tenkinamos Inada sąlygos ($\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\partial F}{\partial Z} = 0$, $\lim_{k \rightarrow 0} \frac{\partial F}{\partial Z} = \infty$).

Modelio lygtys

- Produkcijos (Y) gamybos galimybes nusakantis technologinis apribojimas:

$$Y = F(K, AL). \quad (3.1)$$

- Kapitalo kaupimo techninis apribojimas (investicijos I didina kapitalą, o nusidėvėjimas, kurio norma δ , kapitalą mažina):

$$\dot{K} = I - \delta K, \text{ kur } \dot{K} \equiv dK/dt. \quad (3.2)$$

3.1 Ekonomikos augimas: Solow-Swan modelis

- Uždaros ekonomikos srautų pusiausvyros sąlyga (produktas lygus visuminėms išlaidoms, kurias sudaro vartojimas ir investicijos):

$$Y = C + I. \quad (3.3)$$

- Elgesio lygtys, nusakanti, jog pastovi pajamų dalis ($0 < s < 1$) yra skiriama santaupoms (S), o likusi dalis - suvartojama (C):

$$S = \tau Y, \quad (3.4)$$

$$C = (1 - \tau)Y. \quad (3.5)$$

Be aukščiau aptartų endogeninių kintamųjų lygčių, dar daroma prielaida, kad darbo jėgos (L) ir technologijos (A) augimas yra egzogeninis ir nusakomas lygtimis:

$$\dot{L} = nL, \quad (3.6)$$

$$\dot{A} = gA. \quad (3.7)$$

Atitinkamai efektyvaus darbo AL augimo norma $(\dot{AL})/(AL) = \dot{L}/L + \dot{A}/A = n + g$. Įprasta, bet nebūtina laikyti, kad $n > 0$ ir $g > 0$.

Redukuotas modelis

Pasinaudojant aukščiau pateiktomis lygtimis nesunku matyti, kad statant atitinkamas išraiškas į (3.2) lygtį (3.1)-(3.5) lygtimis apibrėžtą modelį galima redukuoti iki vienos dinaminės lygties, kurios sprendinys leidžia rasti ir visų kitų modelio endogeninių kintamųjų reikšmes:

$$\dot{K} = sF(K, AL) - \delta K. \quad (3.8)$$

3.1 Ekonomikos augimas: Solow-Swan modelis

Sprendimo ir interpretacinio paprastumo dėlei dinaminė pusiausvyra paprastai nagrinėjama ne tiesiogiai naudojant (3.8), o pereinant prie efektyvaus kapitalo ($k \equiv \frac{K}{AL}$) pokyčių lygties (atkreipkite dėmesį į tai, kad efektyvaus kapitalo apibrėžimo vardiklyje yra egzogeniniai procesai, kurių augimas yra žinomas):

$$\dot{k} = \frac{\dot{K}}{AL} = \tau f(k) - (n + g + \delta)k, \quad (3.9)$$

kur $f(k) \equiv F(k, 1)$ ir pasinaudota (3.8), (3.6) ir (3.7) sąryšiais.

Užduotis: pasinaudodami modelio lygtimis ir k apibrėžimu gaukite (3.9).

Pusiausvyra

Dinaminės pusiausvyros sąlyga $\dot{k} = 0$ tenkinama esant tokiam $k = k^*$, kad

$$\tau f(k^*) = (n + g + \delta)k^*. \quad (3.10)$$

Atkreipkite dėmesį į tai, kad Inada sąlygos ($\lim_{k \rightarrow \infty} f'(k) = 0$, $\lim_{k \rightarrow 0} f'(k) = \infty$) užtikrina pusiausvyros egzistavimą, o mažėjančio ribinio produkto prielaida užtikrina jos vienatinumą, kai $k > 0$.

Užduotis: pasinaudodami anksčiau apibrėžtomis Inada sąlygomis funkcijai F parodykite, kad galioja $\lim_{k \rightarrow \infty} f'(k) = 0$ ir $\lim_{k \rightarrow 0} f'(k) = \infty$.

Užduotis: pagrįskite pusiausvyros egzistavimą ir vienatinumą. Ar pusiausvyra stabili?

Uždavinys: tegu gamybos funkcija turi Cobb-Douglas pavidalą $F(K, AL) = K^{0.3}(AL)^{0.7}$.

Kokia pusiausvyrinio kapitalo apimtis k^* , kai taupymo norma yra 0.1, nusidėvėjimo norma 0.05, o technologijos ir darbo jėgos augimas lygūs po 0.01? Kas atsitiktų su pusiausvyrine efektyvaus kapitalo apimtimi, jei taupymo norma padidėtų?

3.1 Ekonomikos augimas: Solow-Swan modelis

Pasinaudojant tuo, kad $Y = F(K, AL) = ALf(k)$ nesunku matyti, jog pusiausvyroje (kai $k^* = \text{const.}$)

$$\dot{Y}/Y = n + g.$$

Taigi Solow modelis implikuoja, jog pusiausvyroje ekonomikos augimą lemia egzogeninių procesų (darbo jėgos ir technologijos) augimo tempai. Taupymo norma ir kiti modelio parametrai pusiausvyriniam produkcijos augimo tempams įtakos neturi, nors keičia pusiausvyrinio efektyvaus kapitalo apimtį k^* .

Užduotis: nustatykite, kokių tempų pusiausvyroje auga: a) kapitalas K , b) pajamos vienam gyventojui Y/L , c) efektyvios produkcijos apimtys y .

Užduotis: parodykite, ar turi (ir kokios) įtakos ekonomikos augimo tempams taupymo normos padidėjimas tarpiniu laikotarpiu, kai ekonomika iš vienos pusiausvyros pereina į kitą?

Auksinė taupymo taisyklė

Kaip matėme, pusiausvyroje (nenulinis) taupymo lygis neturi poveikio ekonomikos augimo tempams. Tad galbūt iš viso neverta sukti galvos apie taupymą skatinančią ar neskatinančią ekonomikos politiką? Pasirodo, jog yra ne visiškai taip.

Pirma, didesnis taupymas (taupymo norma τ) pereinamuoju laikotarpiu lemia spartesnius ekonomikos augimo tempus (užduotis: parodykite tą). Tačiau ekonomikos augimo tempai dirbantiems net nėra tas kriterijus, pagal kurį vertinama ekonominė sėkmė/nauda. Vėlesniuose modeliuose, kuriuose turėsime naudingumo funkciją, ekonominės politikos sėkmę galėsime matuoti vartotojų naudingumo pokyčiais. Šiame modelyje to negalime padaryti, tačiau vartotojų naudą grubiai galime matuoti vartojimo apimtimis: jei reikia taupyti daug tam, kad sukurtume didelį produktą, bet iš jo mažai tegalime vartoti, - kam dirbti?

3.1 Ekonomikos augimas: Solow-Swan modelis

Vadovaujantis šia logika galima nustatyti taupymo normą, kuri maksimizuotų vartojimo apimtį:

$$\tau_g = \operatorname{argmax}_{\tau} c^*(k^*(\tau)).$$

Susijęs kapitalo kiekis $k_g^* = k^*(\tau_g)$ yra vadinamas auksiniu kapitalo kiekiu. Čia ir toliau žymėjimų paprastumo dėlei laikoma, kad kiti modelio parametrai nekinta.

Iš (3.4) ir (3.5) gauname, jog $C(\tau) = Y(\tau) - S(\tau)$, kurią padalinę iš AL turime atitinkamą lygybę išreikštą per efektyvius vienetų (žymimi atitinkamomis mažosiomis raidėmis):

$$c(\tau) = y(\tau) - s(\tau) = f(k(\tau)) - \tau f(k(\tau))|_{k=k^*(\tau)} = f(k^*(\tau)) - (n + g + \delta)k^*(\tau).$$

Diferencijuodami pusiausvyrinio efektyvaus vartojimo išraišką taupymo normos atžvilgiu gauname:

$$\frac{\partial c^*(\tau)}{\partial \tau} = \left(f'(k_g^*) - (n + g + \delta) \right) \frac{\partial k^*(\tau)}{\partial \tau} = 0,$$

ir

$$f'(k_g^*) = n + g + \delta.$$

Taigi vartojimas maksimizuojamas tada, kai parenkamas ribinis efektyvaus kapitalo produktas lygus efektyvaus darbo vieneto augimo ir nusidėvėjimo normos sumai.

Užduotis: Solow modelyje su Cobb-Douglas gamybos funkcija žinoma, kad rinka yra tobulos konkurencijos, ir kapitalui tenkanti pajamų dalis yra 0.3, taupymo norma yra 10 procentų, gyventojų skaičius kasmet padidėja 1 procentu, įrenginiai nusidėvi 10 procentų per metus, o technologijos augimas yra 1 procentas. Nustatykite: a) kiek kartų, lyginant naują

pusiausvyrą su pradine, padidėtų pusiausvyrinis efektyvus vartojimas, gyventojų skaičiaus augimui sulėtėjus iki 0 procentų per metus? b) Nubrėžkite efektyvaus kapitalo kiekio, efektyvaus vartojimo ir pajamų vienam gyventojui diagramas iliustruojančias šių rodiklių dinamiką pereinant nuo vienos pusiausvyros prie kitos. c) Ar toks pasikeitimas naująją pusiausvyrą priartina/nutolina prie/nuo auksine taisykle nusakomos efektyvaus kapitalo apimties? Kokia ausinė taupymo norma? Kiek kartų efektyvių vartojimo išlaidų dydis skiriasi lyginant su optimaliu, t.y. nusakomu auksine taisykle?

Solow modelis ir konvergavimo hipotezė

Solow modelis yra uždaros ekonomikos modelis ir iki šiol nagrinėjome tik atskirą uždara ekonomiką, kurioje taupymą lėmė joje sukuriamos pajamos bei polinkis taupyti (taupymo norma τ). Pastaraisiais dešimtmečiais kapitalo srautai buvo labai liberalizuoti ir akivaizdu, kad laisvai judant finansiniams srautams atskiros šalies investicijos jau nebepriklauso vien nuo joje susiformavusių taupymo tradicijų. Taigi koks yra kapitalo srautų liberalizavimo poveikis, kai nagrinėjamos šalys, kurios anksčiau buvo uždaros ir turėjo skirtingą polinkį taupyti, bet kitais požiūriais buvo panašios, t.y. turėjo tokius pačius technologinius apribojimus bei egzogeninius procesus?

Tegu pirmosios ir antrosios šalių taupymo normos $\tau_1 > \tau_2$. Atitinkami uždarų ekonomikų atveju pusiausvyrinio efektyvaus kapitalo kiekiai nusakomi (3.10) lygtimi ir $k_1^* > k_2^* \Rightarrow Y_1/L = Af(k_1^*) > Y_2/L = Af(k_2^*)$, t.y. pajamos vienam gyventojui pirmoje šalyje yra didesnės nei antroje šalyje (pirmos šalies gyventojai turtingesni).

Tegu kapitalo rinka liberalizuojama ir santaupos iš kiekvienos šalies gali laisvai judėti ten, kur didesnė kapitalo grąža $f'(k)$. Kadangi gamybos funkcija tenkina mažėjančio ribinio produkto prielaidą, tai $k_1^* > k_2^* \Rightarrow f'(k_1^*) < f'(k_2^*)$. Vadinasi santaupos iš pirmosios (turtingesnės) šalies, kurioje kapitalo grąža mažesnė, judės link antrosios šalies ir prisidės prie pastarosios investicijų tol, kol kapitalo grąža išsilygins $f'(k_1) = f'(k_2) \Leftrightarrow k_1 = k_2$. Jei technologija ir kitos sąlygos šalyse yra vienodos, efektyvaus kapitalo lygybė implikuoja

3.1 Ekonomikos augimas: Solow-Swan modelis

ir pajamų gyventojui lygybę: $Y_1/L = Af(k_1) = Y_2/L = Af(k_2)$. Remiantis šiuo rezultatu suformuluota hipotezė, kad liberalizavus finansų ir kapitalo rinkas skirtumai tarp šalių pajamų, tenkančių vienam gyventojui, turėtų mažėti.

Empiriškai ši hipotezė tikrinama šalių $i = 1, \dots, N$ faktinius pajamų, tenkančių gyventojui, duomenis aprašant tokiu regresiniu modeliu:

$$\ln(Y/L)_{t_1,i} - \ln(Y/L)_{t_0,i} = \alpha + \beta \ln(Y/L)_{t_0,i} + u_i, \quad (3.11)$$

kur $t_1 > t_0$ žymi du laiko momentus, o u_i yra standartinės prielaidas tenkinanti regresinio modelio paklaida.

Jei $\beta = -1$, tai visos šalys per nagrinėjamą laikotarpį nuo t_0 iki t_1 konvergavo į tą patį pajamų lygį α (nekreipiant dėmesio į atsitiktinę paklaidą u_i). Dažnai ši (nesąlyginio konvergavimo) hipotezė nėra priimama, todėl (3.11) lygtis paplidoma kitais veiksniais, aprašančiais technologijos, institucinės kokybės ir panašius skirtumus. Jei neatmetama hipotezė $\beta = -1$ išplėtus modelį, tai laikoma, kad galioja sąlyginis konvergavimas.

Užduotis: pasirinkite 20 šalių norimo laikotarpio (besiskiriančio ne mažiau nei penkeriais metais) duomenis ir patikrinkite, ar galioja nesąlyginis konvergavimas. Ar rezultatai pasikeičia, jei į modelį papildomai įtraukiate gyventojų skaičiaus prieaugio ir korupcijos indekso pokyčio per atitinkamą laikotarpį kintamuosius?

4 Modeliai su makroekonominių saryšių mikroekonominiu pagrindimu

Ankstesniame skyriuje apibūdinti makroekonominiai modeliai yra formuluojami atsižvelgiant į bendrus makroekonominių srautų (nacionalinių sąskaitų) apribojimus, o elgesio lygtys juose postuluojamos vadovaujantis vien "sveika" logika. Dabartinės vyraujančios makroekonominės teorijos atstovai tokiu požiūriu nepasitenkina ir makroekonominę analizę papildo dar keliais aspektais:

1. optimaliu rinkos subjektų elgesiu prie tam tikrų technologinių ir biudžetinių apribojimų;
2. tarplaikiniu pasirinkimu ir racionaliais lūkesčiais;
3. bendrąja pusiausvyrą.

Subjektų, maksimizuojančių tam tikrą naudingumo funkciją prie atitinkamų biudžetinių apribojimų, optimalaus pasirinkimo implikuojamos būtinosios sąlygos (kai tenkinamos ir pakankamos) padeda pagrindą modelio elgesio lygtims. Tikslo funkcijos, kurias atitinkami rinkos subjektai (namų ūkiai, firmos ir pan.) maksimizuoja dažniausiai yra laikotarpinės, t.y. subjektai siekia priimti geriausią sprendimą žvelgdami į ateitį, o ne grįsdami pasirinkimą tik šio momento rezultatu. Jei modelis nėra deterministinis ir ateities rodiklių reikšmės nėra iš anksto žinomos (determinuotos), papildomai daroma prielaida apie racionalius subjektų lūkesčius, t.y. subjektai priimdami jiems optimalų sprendimą remiasi dabartinėmis sąlygomis tikėtina tikslo funkcijos reikšme.

Turint biudžetinius apribojimus, būtinąsias rinkos subjektų optimalaus elgesio sąlygas bei darant prielaidą, kad bendrieji (makro)ekonominiai rodikliai yra vienodi visiems rinkos subjektams (pavyzdžiui, darbo užmokestis nagrinėjamoje ekonomikoje tenkina ir namų ūkius, ir firmas), gaunama bendrąją pusiausvyrą - ekonomikos elgesį pusiausvyroje - nusakanti

lygčių sistema. Pastarosios savybių analizė ir leidžia ekonomistams spręsti apie ekonominės politikos ar modelio parametrų pasikeitimo poveikį makroekonminiams procesams.

Aptariami modeliai, lyginant su modeliais be mikroekonominių pagrindų, kuriuose elgesio lygtys yra postuluojamos, turi ir privalumų, ir trūkumų. Didelis jų privalumas yra tas, kad greta balansinių apribojimų analizė papildoma optimizavimo schema bei bendrosios pusiausvyros principu, leidžiančiu aiškiau pagrįsti makroekonominiuose modeliuose naudojamus sąryšius. Tikėtina, jog tai kartu leidžia nustatyti tokias elgesio lygtis bei sąryšius, kurių parametrai yra pamatiniai (angl. deep parameters) ir stabilesni nei agreguotų postuluojamų ryšių.

Tačiau kaip tik agregavimo klausimas yra silpniausia vieta šioje modeliavimo metodologijoje, kadangi, norint makroekonominius ryšius pagrįsti mikroekonominiu rinkos subjektų elgesiu, reikia individualų šių elgesį agreguoti. Čia svarbu ne tik tai, kad rinkos subjektai gali būti labai heterogeniški, bet ir tai, kad agreguoto proceso savybės gali iš esmės skirtis nuo individualių procesų detaliųjų. Todėl stebimas mikroekonominis elgesys ir reakcija nebūtinai yra informatyvi apie visuminius ekonominius procesus. Nors teorinių modelių formuluotėse ši problema dažnai apeinama darant prielaidą apie reprezentatyvų subjektą, tačiau jo egzistavimui reikia ganėtinai griežtų sąlygų (žr. Hoover 2002), tad problema iš tiesų egzistuoja.

Nors šie privalumai ir trūkumai yra svarbūs, tačiau atrodo, jog nėra verta griežtai priešpastatyti mikroekonominius pagrindus turinčius ir "sveika" logika postuluojamus modelius: istoriškai pasirodė, kad dauguma postuluojamų elgesio lygčių gali būti pagrįstos atitinkamais mikroekonominiais modeliais. Tad mikroekonominius pagrindus galima suvokti kaip ankstesnės teorijos reikšmingą papildymą, leidžiantį geriau suprasti ekonominius procesus.

Būtent geresnis ekonominės problemos struktūrizavimas yra vienu svarbiausiu naujosios metodologijos privalumų. Nagrinėjant kiekvieną modelį tikslinga išskirti tokias sudėtinės dalis:

4.1 Ekonomikos augimas: Ramsey-Cass-Koopmans ekonomikos augimo modelis

- rinkos subjektai (namų ūkiai, firmos, valdžios sektorius, užsienio sektorius ir pan.);
- rinkos subjektų tikslo funkcijos (vartotojų naudingumo funkcijos, firmų pelno funkcijos, valdžios politinių dividendų funkcija ir pan.);
- technologiniai ir biudžetiniai apribojimai (produkto gamybos technologija, kiti momentiniai ir, esant skolinimo(si) galimybei, tarplaikiniai biudžetiniai apribojimai);
- rinkos struktūra/tipas (tobulos konkurencijos, monopolistinės konkurencijos ir pan.);
- (bendrosios) pusiausvyros analizė;
- nukrypimų nuo pusiausvyros analizė.

Pagal tokius punktus šiame skirsnyje toliau yra nagrinėjami septyni mikroekonominiai pagrindus turinčių modelių pavyzdžiai. Trys pirmieji modeliai (Ramsey, persidengiančių kartų bei technologijos pasikeitimo su daugeliu produktu) yra susiję su ilgalaikio ekonomikos augimo problema, kiti du (mažos atviros ekonomikos einamosios sąskaitos deficito modelis bei Kydland-Prescott realaus verslo ciklo modelis) analizuoja trumpesnio laikotarpio ekonomikos problemą - verslo ciklus, o likusieji modeliai iliustruoja, kaip mikroekonominiai pagrindai gali suteikti papildomų įžvalgų analizuojant atskiras makroekonomikos rinkas, pavyzdžiui, darbo rinką.

4.1 Ekonomikos augimas: Ramsey-Cass-Koopmans ekonomikos augimo modelis

Ramsey ekonomikos augimo modelis yra tiesioginis Solow ekonomikos augimo modelio analogas, tik turintis atitinkamus svarbiausių rinkos subjektų mikroekonominio elgesio pagrindus. Kaip ir Solow atveju, Ramsey modelis yra skirtas modeliuoti uždara ekonomiką. Be to, pradžioje dar laikysime, kad valdžios sektoriaus nėra, tad lieka tik tu aktualūs rinkos

subjektai - namų ūkiai ir firmos.

Pagrindinė literatūra:

1. Romer D. (2001) Advanced Macroeconomics. McGraw-Hill, Boston (2-as leidimas). 2 skyriaus A dalis.
2. Barrow R.J. ir Sala-i-Martin X. (2004) Economic Growth. The MIT Press, Cambridge (2-as leidimas). 2 skyrius.

4.1.1 Namų ūkiai

Daroma prielaida, kad ekonomikoje namų ūkių skaičius H yra pastovus, visi namų ūkiai yra vienodi bei egzistuoja be galo ilgai. Atskirą namų ūkį laiko momentu t sudaro $H/L(t)$ individų, kur $L(t) = e^{nt}$ yra egzogeniškai tempu n augantis bendras šalies gyventojų skaičius.

Namų ūkių nariai dirbdami firmose gauna darbo užmokestį $(W(t))$, kurią gali skirti vartojimo išlaidoms $(C(t))$. Kai namų ūkių pajamos viršija pasirinktą vartojimo lygį, skirtumą tarp pajamų ir vartojimo ūkiai skolina už palūkanų normą $r(t)$ (kaupia turtą) ir grąžina anksčiau susidariusias skolas, arba, kai vartojimas viršija pajamas, trūkumą kompensuoja iš anksčiau sukaupto turto arba finansuoja deficitą skolindamiesi rinkoje už palūkanų normą $r(t)$. Tegu pradiniam nagrinėjamam momentui ($t = 0$) sukaupto pradinio turto vertė yra $a(0)$. Tada kiekvieno namų ūkio pasirinkimą momentu $t = 0$ riboja laikotarpinis biudžetinis apribojimas - per visą egzistavimo laikotarpį uždirbtos pajamos turi būti lygios vartojimo, - nusakomas šia nelygybe:

$$\frac{a(0)}{H} + \int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} \frac{W(t)}{L(t)} \frac{L(t)}{H} dt \geq \int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} \frac{C(t)}{L(t)} \frac{L(t)}{H} dt, \quad (4.1)$$

kur $R(t) = \int_{\tau=0}^t r(\tau) d\tau$ yra "vidutinė" palūkanų norma.

Nors apribojime (4.1) įrašyta nelygybė, griežta nelygybė reikštų, jog dalies pajamų namų ūkiai nesunaudojo ir praranda su tuo susijusią vartojimo dalį. Tad, jei papildomas vartojimas teikia naudos, taip elgtis namų ūkiams būtų neracionalu, - todėl pakanka nagrinėti biudžetinį apribojimą kaip tikslią lygybę.

Turėdami tokį biudžetinį apribojimą, vartotojai siekia maksimizuoti savo naudingumą pagal dabartinio ir ateities vartojimo išlaidų seką $\{C(s), s \geq 0\}$. Kiekvienos vartojimo sekos naudingumą nusako tokia laikotarpine naudingumo funkcija:

$$U_H(\{C(t), t \geq 0\}) = \int_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t} U\left[\frac{C(t)}{L(t)}\right] \frac{L(t)}{H} dt, \quad (4.2)$$

kur $\rho > 0$ yra laikotarpių pirmenybės parametras, parodantis, kiek ateities nauda turi būti diskontuojama lyginant su nauda patiriama dabartiniu momentu, o $U[\bullet]$ yra momentinio naudingumo funkcija. Toliau laikysime, kad momentinio naudingumo funkcija turi tokį pavidalą:

$$U(z) = \frac{z^{1-\theta}}{1-\theta}, \quad \theta > 0. \quad (4.3)$$

Pasinaudojant L'Hopital'io taisykle nesunku matyti, kad tokia naudingumo funkcija, kai $\theta = 0$, tampa logaritmine (Užduotis: parodykite, kad tai galioja).

Tada vartotojų optimalų elgesį pasirenkant vartojimo apimtis visais laiko momentais nusakys sprendinys tokio jų optimizavimo su apribojimais uždavinio:

$$\max_{\{C(t), t \geq 0\}} L_H = U_H(\{C(t), t \geq 0\}) + \frac{\lambda_H}{H} \left[a(0) + \int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} (W(t) - C(t)) dt \right]. \quad (4.4)$$

- Užduotis: suraskite namų ūkių optimalų elgesį apibūdinančias būtinasias sąlygas ir išveskite Euler'io sąryšį, susiejantį bet kurių gretimų laikotarpių vartojimo išlaidų dydžius.
- Užduotis: užrašykite namų ūkių optimalų elgesį apibūdinančias būtinasias sąlygas

4.1 Ekonomikos augimas: Ramsey-Cass-Koopmans ekonomikos augimo modelis

per efektyvius vienetų, t.y., jei mažosiomis raidėmis pažymėsime efektyvius vienetų, tai bet kuris pradinis kintamasis $Z(t)$ su efektyviuoju jo analogu yra susietas sąryšiu $z(t) \equiv \frac{Z(t)}{A(t)L(t)}$. Čia $A(t)L(t)$ žymi efektyvųjį darbo vienetą.

4.1.2 Firmos ir rinkos struktūra

Nagrinėjamoje ekonomikoje firmos gamina produktą ($Y(t)$) pasitelkdamos du gamybos veiksnius, kurių apimtis firmos gali pasirinkti: kapitalą ($K(t)$) ir darbo jėgą ($L(t)$). Greta šių firmos pasirenkamų veiksmų gamybos produkcijos apimtis dar lemia ir egzogeninis darbo jėgą papildantis technologijos gerėjimo procesas $A(t) = e^{gt}$, kur g yra technologijos eksponentinio augimo tempus nusakantis parametras. Firmų pagaminamos produkcijos apimtys nusakomos gamybos funkcija

$$Y(t) = F(K(t), A(t)L(t)), \quad (4.5)$$

kuri tenkina standartinius reikalavimus: masto grąža yra pastovi: $\forall \lambda \neq 0, \lambda F(K, AL) = F(\lambda K, \lambda AL)$, ribinis bet kurio veiksmio z produktas didėja $\frac{\partial F}{\partial z} > 0$, tačiau mažėjančiu tempu $\frac{\partial^2 F}{\partial z^2} < 0$, greta to, tenkinamos ir Inada sąlygos $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\partial F}{\partial z} = 0$ bei $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\partial F}{\partial z} = \infty$.

Turėdamos šią technologinę apribojimą firmos kiekvienu laiko momentu siekia maksimizuoti pelno funkciją:

$$\pi(t) = P(t)Y(t) - \tilde{r}(t)K(t) - \tilde{W}(t)L(t), \quad (4.6)$$

kur $P(t)$, $\tilde{r}(t)$ ir $\tilde{W}(t)$ yra produkto, kapitalo bei darbo jėgos kainos. Toliau darysime prielaidą, kad visos nagrinėjamos rinkos yra tobulos konkurencijos, todėl maksimizuodamos pelną firmos produkto kainą, kapitalo kainą (palūkanas) bei darbo užmokestį laiko fiksuotais nuo atskiros firmos pasirinkimo nepriklausančiais dydžiais.

Tad optimalų firmos elgesį nusakančios būtinios sąlygos gaunamos iš firmos tikslo

4.1 Ekonomikos augimas: Ramsey-Cass-Koopmans ekonomikos augimo modelis

funkcijos su apribojimais maksimizavimo uždavinio:

$$\max_{(K(t), L(t))} L_F = \pi(t) + \lambda_F \left[Y(t) - F(K(t), A(t)L(t)) \right]. \quad (4.7)$$

- Užduotis: suraskite firmų optimalų elgesį apibūdinančias būtinąsias sąlygas. Parašykite jas pakeisdami palūkanų normas ir darbo užmokestį į jų realiuosius analogus: $r(t) = \frac{\tilde{r}(t)}{P(t)}$, $W(t) = \frac{\tilde{W}(t)}{P(t)}$.
- Užduotis: užrašykite firmų optimalaus elgesio būtinąsias sąlygas per efektyviusius vienetus.

4.1.3 Optimizavimo rezultatai ir bendroji pusiausvyra

Namų ūkiai

Diferencijuojant namų ūkių Lagranžo funkciją pagal vartojimo apimtį konkrečiu laiko momentu t gaunama tokia namų ūkių optimalaus elgesio būtinoji sąlyga

$$B e^{-[\rho - n - (1-\theta)g]t} c(t)^{-\theta} (1 - \theta) - \lambda_H e^{-R(t)} a(0) L(0) e^{(n+g)t} = 0,$$

kur B apima tam tikrus laike nekintančius parametrus. Logaritmavus šią sąlygą ir diferencijavus pagal laiką gaunama optimalų namų ūkių vartojimo kelią nusakanti lygtis:

$$\frac{c'}{c} = \frac{r(t) - \rho}{\theta} - g. \quad (4.8)$$

Kaip matyti, šį kelią lemia modelio parametrai ir tik vienas papildomas kintamasis - palūkanų normos $r(t)$.

Firmos

Firmų tikslo funkcijos maksimizavimas pagal darbo jėgos ir kapitalo apimtį atitinkamai duoda tokias firmų optimalaus elgesio būtinąsias sąlygas:

$$F'_L A = w(t), \text{ kur } w(t) = \frac{\tilde{w}(t)}{p(t)},$$

ir

$$F'_K = r(t), \text{ kur } r(t) = \frac{\tilde{r}(t)}{p(t)}.$$

Pasinaudojant pastovios gamybos masto ekonomijos prielaida gaunama $f(k) = F(\frac{K}{AL}, 1)$, kur $k = \frac{K}{AL}$. Tada aukščiau pateiktos sąlygos gali būti perrašytos į jų tokių jų efektyvius analogus:

$$f(k) - f'(k) = \frac{w(t)}{A(t)}, \quad (4.9)$$

o

$$f'(k) = r(t), \quad (4.10)$$

Apjungiant šias firmų optimalaus elgesio būtinąsias sąlygas su namų ūkio optimalų pasirinkimą nusakančia būtinąja sąlyga ir darant prielaidą apie bendrąją pusiausvyrą (jog palūkanų normos firmų ir namų ūkių sektoriuose yra tokios pačios), gaunama rekursinė lygčių sistema, iš kurios galima išspręsti su optimaliu rinkos subjektu ir bendrąja pusiausvyra suderinamas efektyvaus vartojimo bei kapitalo apimtį. Pasinaudojant šiais dydžiais tiesiogiai gaunamas ir su jomis suderinamos gamybos apimtys.

- Užduotis: išreiškite lygtį, leidžiančią nustatyti su optimalių rinkos subjektų elgesiu ir bendrąja pusiausvyra suderinamas produkcijos apimtį.

4.2 Ekonomikos augimas: persidengiančių kartų modelis ir jo ypatumai

Ramsey ekonomikos augimo modelyje visi subjektai yra homogeniški ir gyvenantis be galo ilgai. Bėgalinio gyvenimo prielaidą bandoma pateisinti modelį performuluojant per namų ūkius, kurie gyvuoja amžinai, tik juos sudarančių gyventojų skaičius keičiasi. Tačiau abi prielaidos (subjektų homogeniškumas ir bėgalinis gyvenimas) atrodo mažai realios.

Persidengiančių kartų modelyje atsisakoma bėgalinio gyvenimo prielaidos ir modelis formuluojamas su tam tikru vartotojų heterogeniškumu - išskiriamos dvi vartotojų amžiaus grupės: pirmajai priklauso "darbingo amžiaus" asmenys, kurie šioje ekonomikoje gali dirbti, gauti atitinkamą atlyginimą bei priimti sprendimą dėl to, kokią pajamų dalį skirti pirmo laikotarpio vartojimui (darbingo amžiaus laikotarpyje), o kiek palikti antrajam - "senatvės periodui". Antrame (senatvės) laikotarpyje, vartotojai negauna darbo pajamų, tad visą vartojimą turi finansuoti iš anksčiau atsidėtų santaupų. Pasirodo, jog toks nedidelis modelio priartinimas prie realybės, kai kitais požiūriais modelio subjektai išlieka identiški, gali iš principo pakeisti jo (pusiausvyrų skaičiaus ir jų stabilumo) savybes.

Pagrindinė literatūra:

1. Romer D. (2001) Advanced Macroeconomics. McGraw-Hill, Boston (2-as leidimas). 2 skyriaus B dalis.
2. Barrow R.J. ir Sala-i-Martin X. (2004) Economic Growth. The MIT Press, Cambridge (2-as leidimas). 3.8 skirsnis.

4.2.1 Vartotojai

Kiekvienu laikotarpiu t koegzistuoja "darbingo amžiaus" ir "pensinio amžiaus" vartotojai, kurie, per savo gyvenimą susidedantį iš minėtų dviejų dalių ir atitinkamai indeksuojamų vienetu ir dvejetu, pasirinkdami atitinkamas vartojimo apimtis $C_{1,t}$ ir $C_{2,t+1}$ siekia mak-

4.2 Ekonomikos augimas: persidengiančių kartų modelis ir jo ypatumai

simizuoti naudingumą

$$U = \frac{C_{1,t}^{1-\theta}}{1-\theta} + \frac{1}{1+\rho} \frac{C_{2,t+1}^{1-\theta}}{1-\theta}$$

su biudžetiniu pajamų paskirstymo apribojimu

$$C_{2,t+1} = (w_t A_t - C_{1,t})(1 + r_{t+1}); \quad (4.11)$$

Čia:

- $C_{1,t}$ - "darbingo amžiaus" vartotojo vartojimo apimtis laikotarpiu t ;
- $C_{2,t+1}$ - į "pensinį amžių" perėjusio vartotojo vartojimo apimtis laikotarpiu $t + 1$;
- w_t - "darbingo amžiaus" vartotojo gaunamas efektyvus atlyginimas;
- A_t - darbą papildančio technologijos progreso parametras (egzogeniškai duotas);
- $\frac{1}{1+\rho}$ - diskonto norma, $\rho > -1$;
- $\theta > 0$ - vartojimo išlaidų naudingumo parametras.

Atkreiptinas dėmesys į tai, kad efektyvus atlyginimas čia yra apibrėžtas, kaip atlyginimas tenkantis efektyviems darbo vienetams: $w_t = \frac{W_t}{A_t L_t}$, čia W_t ir L_t žymi darbo užmokesčio fondį ir darbo jėgą visoje ekonomikoje. Kadangi biudžetiniame apribojime riboja darbo užmokestis ($\frac{W_t}{L_t}$), o ne efektyvus darbo užmokestis w_t , biudžetiniame apribojime atsiranda vidutinio darbo užmokesčio narys $w_t A_t = \frac{W_t}{L_t}$.

Diferencijuojant su šiuo maksimizavimo uždaviniu susijusią Lagranžo funkciją

$$\mathcal{L} = U - \lambda[C_{2,t+1} - (w_t A_t - C_{1,t})(1 + r_{t+1})]$$

pagal vartojimo apimtį gautos sąlygos

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_{1,t}} = C_{1,t}^{-\theta} - \lambda(1 + r_{t+1}) = 0 \Rightarrow C_{1,t}^{-\theta} = \lambda(1 + r_{t+1})$$

4.2 Ekonomikos augimas: persidengiančių kartų modelis ir jo ypatumai

ir

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_{2,t+1}} = \frac{1}{1+\rho} C_{2,t+1}^{-\theta} - \lambda = 0 \Rightarrow \frac{C_{2,t+1}^{-\theta}}{1+\rho} = \lambda$$

leidžia gauti vadinamąją Euler'io sąlygą

$$\frac{C_{2,t+1}}{C_{1,t}} = \left(\frac{1+\rho}{1+r_{t+1}} \right)^{-\frac{1}{\theta}},$$

kuri parodo optimalų vartojimo išlaidų santykį kaip funkciją nuo fiksuotų modelio parametru ir palūkanų normų - kuo didesnės palūkanų normos, tuo didesnės paskatos taupyti ir nukelti vartojimą į kitą laikotarpį.

Pasinaudojant Euler'io sąlyga biudžetiniame apribojime (4.11) galima surati taupymo normą (pirmo laikotarpio pajamų dalį, skiriamą santaupoms):

$$s(r_{t+1}) = \frac{A_t w_t - C_{1,t}}{A_t w_t} = \frac{1}{1 + \frac{(1+\rho)^{\frac{1}{\theta}}}{(1+r_{t+1})^{\frac{1-\theta}{\theta}}}}. \quad (4.12)$$

Diferencijuojant santaupas palūkanų normų atžvilgiu galima matyti, kad

$$\begin{aligned} &> 0, \theta < 1, \\ \frac{ds(r_{t+1})}{dr_{t+1}} &= 0, \theta = 1, \\ &0 <, \theta > 1. \end{aligned}$$

Kaip toliau pasirodys, tokia įvairi priklausomybė gali turėti reikšmingos įtakos modelio pusiausvyros stabilumui.

4.2 Ekonomikos augimas: persidengiančių kartų modelis ir jo ypatumai

4.2.2 Firmos ir rinkos struktūra

Kaip ir jau nagrinėtame Ramsey modelyje, firmos tobulos konkurencijos produkto ir darbo rinkose sąlygomis kiekvienu laiko momentu siekia maksimizuoti (realaus) pelno funkciją:

$$\pi(t)/P(t) = Y(t) - r(t)K(t) - w(t)L(t) \quad (4.13)$$

esant tokiam technologiniam produkto kūrimo apribojimui:

$$Y(t) = F\left(K(t), A(t)L(t)\right), \quad (4.14)$$

kur $F(\cdot)$ tenkina standartinius reikalavimus.

Būtiniosios sąlygos tam yra:

$$f'(k_t) = r_{t+1}$$

$$w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t)$$

- Užduotis: Pasinaudodami efektyvaus kapitalo apibrėžimu $k_t = \frac{K_t}{A_t L_t}$, parodykite, kad tiesiogiai diferencijavimu gaunamos sąlygos gali būti užrašytos tokiu pavidalu.

4.2.3 Kapitalo kaupimas ir bendrosios pusiausvyros apribojimai

Kadangi rinka yra tobulos konkurencijos ir pelnas yra lygus nuliui, vieninteliu kapitalo, reikalingo gaminti įmonėms produktą, šaltiniu yra vartotojų (darbuotojų) santaupos. Darant modelį supaprastinančią, bet išvadų iš esmės nekeičiančią prielaidą, kad kapitalas nusidėvi per vieną laikotarpį t (primintina, jog šiuo atveju laikotarpiai yra labai ilgi ir tokia prielaida nėra labai nutolusi nuo realybės), visos santaupos už palūkanų normą r_{t+1} yra pasiskolimos gamintojų iš vartotojų, formuojant kapitalą K_{t+1} (laikoma, kad kapitalas tinkamas

4.2 Ekonomikos augimas: persidengiančių kartų modelis ir jo ypatumai

gamybai tik laikotarpio pabaigoje):

$$K_{t+1} = s(r_{t+1})W_t = s(r_{t+1})w_t A_t L_t.$$

Pereinant prie efektyvaus kapitalo

$$k_{t+1} = \frac{K_{t+1}}{A_{t+1}L_{t+1}} = s(r_{t+1})w_t \frac{A_t L_t}{A_{t+1}L_{t+1}} = s(r_{t+1}) \frac{w_t}{(1+g)(1+n)}, \quad (4.15)$$

kurioje pasinaudota prielaida, jog darbo jėgos L_t ir technologijos A_t egzogeniniai procesai auga eksponentiškai tempu n ir g , atitinkamai: $\frac{L_t}{L_{t+1}} = 1 + n$ ir $\frac{A_t}{A_{t+1}} = 1 + g$.

Iš aukščiau nustatytų būtinųjų vartotojo ir gamintojo tikslo funkcijų sąlygų bei apribojimų žinome, kad:

$$\begin{aligned} s(r_{t+1}) &= \frac{A_t w_t - C_{1,t}}{A_t w_t} = \frac{1}{1 + \frac{(1+\rho)^{\frac{1}{\theta}}}{(1+r_{t+1})^{\frac{1-\theta}{\theta}}}}, \\ r_{t+1} &= f'(k_t), \\ w_t &= f(k_t) - k_t f'(k_t). \end{aligned}$$

Bendrojoje pusiausvyroje šie apribojimai tenkinami ir, įsistatę šias sąlygas į (4.15), gauname efektyvaus kapitalo dinamiką nusakančią skirtuminę lygtį:

$$k_{t+1} = s(f'(k_t)) \frac{f(k_t) - k_t f'(k_t)}{(1+g)(1+n)}. \quad (4.16)$$

Žinant egzogeninių kintamųjų reikšmes ir šios lygties sprendinį, visų kitų kintamųjų reikšmės yra išreiškiamos per juos.

4.2 Ekonomikos augimas: persidengiančių kartų modelis ir jo ypatumai

4.2.4 Dinaminių savybių analizė

Dinaminė pusiausvyra. Neapibrėžus konkretaus f pavidalo, konkretesnė dinaminių savybių analizė negalima. Šiame skirsnyje, panaudodami (4.16) pateiktą neišreikštinę funkciją, aptarsime bendras išvalgas. Darant papildomas prielaidas, susijusi konkretesnė analizė pateikta kitame skirsnyje.

Dinaminėje pusiausvyroje $\forall t \quad k_{t+1} = k_t =: k^*$. Tad dinaminės pusiausvyros sprendiniai nustatomi sprendžiant lygtį

$$k^* = s(f'(k^*)) \frac{f(k^*) - k^* f'(k^*)}{(1+g)(1+n)}. \quad (4.17)$$

Kai egzistuoja nenulinė pusiausvyra (egzistuoja $k^* > 0$, išsprendžiantis (4.17) lygtį), tai iš $k^* = \frac{K_{t+1}}{A_{t+1}L_{t+1}}$ gauname Solow modeliui analogiškas išvadas dėl kapitalo bei produkto augimo tempų:

$$\frac{\Delta K_{t+1}}{K_t} = \frac{\Delta Y_{t+1}}{Y_t} = g + n.$$

Primintina, kad išvada apie produkto augimo tempus čia remiasi gamybos funkcijos $Y_t = F(K_t, A_t L_t)$ pirmo laipsnio homogeniškumo prielaida ir egzogeniškai duotais technologijos ir darbo jėgos augimo tempais $\frac{\Delta A_t}{A_t} = g$ ir $\frac{\Delta L_t}{L_t} = n$. Kadangi $A_t L_t$ ir K_t auga vienodu tempu $(n + g)$, produkto apimtys Y_t augimas yra toks pats kaip ir veiksnių dėl pirmo laipsnio homogeniškumo.

Atskiros atvejo analizė. Tegu pirmo laipsnio homogeninė gamybos funkcija turi Cobb-Douglas pavidalą $Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$, kuris per efektyvius kintamuosius būtų užrašomas $y_t = k_t^\alpha$, o vartotojų naudingumo funkcijos parametras $\theta = 1$ (logaritminis vartojimo išlaidų naudingumas).

Pasinaudojus antrąja prielaida iš (4.12) gaunama $s = \frac{1}{2+\rho}$, t.y. esant logaritminiam vartojimo išlaidų naudingumui taupymo norma yra pastovi ir nuo kapitalo grąžos nepriklauso.

Pasinaudojant šiuo rezultatu ir gamybos funkcijos išvestinėmis lygtyje (4.16), gaunama

4.3 Ekonomikos augimas: endogeninio augimo modeliai

toks (vienintelis teigiamas) dinaminės pusiausvyros sprendinys:

$$k^* = \left(\frac{(1 - \alpha)}{(2 + \rho)(1 + g)(1 + n)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}. \quad (4.18)$$

Taikant stabilumo analizės metodus nesunku įsitikinti, kad ši pusiausvyra yra stabili.

Užduotis. Patikrinkite stabilumą. Ar išvada dėl stabilumo keičiasi jei n ar g yra neigiami?.

Norint nustatyti, kaip greitai yra grįžtama prie šios pusiausvyros dėl kokių nors priežasčių nukrypus nuo jos (pavyzdžiui, dėl modelio parametrų pokyčio), gali būti atlikta apytikslė analizė. Imdami pirmos eilės (4.18) lygties Taylor'o aproksimaciją apie pusiausvyros tašką k^* gauname (Užduotis: įsitikinkite tuo):

$$k_{t+1} \simeq k^* + \lambda(k_t - k^*)$$

ir

$$k_{t+\tau} - k^* \simeq \lambda^\tau (k_t - k^*);$$

čia $\lambda \equiv \left. \frac{dk_{t+1}}{dk_t} \right|_{k_t=k^*}$.

- Užduotis: Išanalizuokite analogiško atseiko atvejo modelį, kuriame įtraukiamas valdžios sektorius: valdžia apmokestina pirmu laikotarpiu gautas pajamas ir gauta suma papildoma antro laikotarpio investicijas. Kaip (ir ar) tai keičia išvadas apie modelio dinaminės pusiausvyros egzistavimą, vienatinumą, stabilumą bei grįžimo į pusiausvyrą greitį?

4.3 Ekonomikos augimas: endogeninio augimo modeliai

Persidengiančių kartų modelis, kaip ir Solow bei Ramsey modeliai, remiasi prielaida apie egzogeninę ne tik darbo jėgą, bet ir technologijos procesą (augimą), kurie, pusiausvyroje, ir paaiškina visą ekonomikos augimą šiuose modeliuose. Tačiau toks ekonomikos augimo paaiškinimas yra mažai informatyvus - o kodėl auga technologija? Kodėl skirtingose šalyse

4.3 Ekonomikos augimas: endogeninio augimo modeliai

stebimi skirtingi technologinės raidos tempai ir pan.? Šiame skirsnyje aptariami keletas vadinamųjų endogeninio augimo modelių, kuriuose endogenizuojama technologinė raida.

Šiame skirsnyje modeliai formuluojami tolydžiam laike.

Pagrindinė literatūra:

1. Barrow R.J. ir Sala-i-Martin X. (2004) Economic Growth. The MIT Press, Cambridge (2-as leidimas). 4 skyrius.
2. Romer D. (2001) Advanced Macroeconomics. McGraw-Hill, Boston (2-as leidimas). 3 skyrius.

0.4.3.1 AK tipo ekonomikos augimo modelis

Daugelis toliau nagrinėjamų endogeninio augimo modelių gali būti redukuoti į šiame skirsnyje aptariamą AK tipo modelį, pasižyminti endogeniniu ekonomikos augimu.

Pagrindinė AK tipo modelio prielaida yra ta, kad gamybos technologija yra nusakoma specifine (AK) gamybos funkcija:

$$Y(t) = AK(t),$$

t.y. vieninteliu gamybos veiksniu čia yra laikomas kapitalas. Atkreiptinas dėmesys į tai, kad A čia yra konstanta, o ne laike kintantis technologijos procesas. Jei kapitalą suprasime siaurąja prasme, tokia formuluotė gali pasirodyti nepriimtina, tačiau kapitalas čia gali būti suvokiamas žymiai plačiau, kaip toks, kuris, pavyzdžiui, apima ir fizinį, ir žmogiškąjį kapitalą, t.y. darbo jėga traktuojama kaip savaimė bevertė, jei neturi darbui atlikti reikiamų žinių.

Vartotojai siekia maksimizuoti naudingumo funkciją (užrašymo paprastumui laiko indeksas praleistas, o $\dot{z} = \frac{dz(t)}{dt}$,

$$U = \int_0^{\infty} e^{-(\rho-n)t} \left[\frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right] dt$$

4.3 Ekonomikos augimas: endogeninio augimo modeliai

su kapitalo kaupimo apribojimu

$$\dot{k} = (r - n)k + w - c.$$

Mažosiomis raidėmis c ir k čia žymimi vartojimo išlaidų ir kapitalo dydžiai, tenkantys vienam darbuotojui, t.y. $c = \frac{C}{L}$, $k = \frac{K}{L}$. Pasinaudojus 2.1 skirsnyje aptartu dinaminio optimizavimo sprendinio nustatymo algoritmu gaunamas tokia optimalumo sąlyga:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{r - \rho}{\theta}.$$

Tobulos konkurencijos produkto ir darbo rinkose firmų pelno maksimizavimo būtinoji sąlyga yra $f'(k) = r + \delta = A$, kurioje δ žymi nusidėvėjimo normą.

Kadangi bendroje pusiausvyroje abu apribojimai turi būti tenkinami, sujungus juos į vieną, gaunama vartojimo ir kapitalo dinamiką nusakančių lygčių sistema, kurioje egzogeninio technologijos augimo proceso nėra:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{c}}{c} &= \frac{A - \delta - \rho}{\theta}, \\ \dot{k} &= A - \delta - \rho k - c. \end{aligned}$$

Kaip matyti, vartojimo augimas nepriklauso nuo kapitalo lygio ir auga egzogeniškai, priklausomai tik nuo parametrų reikšmių. Norint nustatyti produkto augimo tempus pastebėtina, kad dėl AK technologijos $y = Ak \Rightarrow \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{k}}{k}$, o iš antrosios sistemos lygties galima matyti, kad pusiausvyroje (kai $\dot{k} = 0$) galioja $c = A - \delta - \rho k \Rightarrow \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{c}}{c}$. Taigi pusiausvyroje

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{A - \delta - \rho}{\theta},$$

t.y. ekonomikos (nenuliniai augimo tempai) yra visišškai nusakyti egzogeninių modelio parametrų - egzogeninis technologijos augimas nebereikalingas aiškinant ekonomikos augimo tempus.

0.4.3.2 Endogeninis augimas su fiziniu ir žmogiškuoju kapitalu

Ankstesniame modelyje AK tipo gamybos funkcija buvo grindžiama plačiu kapitalo sąvokos supratimu. Tačiau ar tikrai galima modelį, kuriame akivaizdžiai specifikuojamas žmogiškasis ir fizinis kapitalas redukuoti į AK tipo modelį?

Tegu gamybos funkciją akivaizdžiai sudaro fizinis kapitalas K ir žmogiškasis kapitalas H (užrašų paprastumo dėlei laiko indeksai praleisti):

$$Y = K^\alpha H^{1-\alpha}.$$

Kadangi šiame modelyje yra dvi kapitalo rūšys, tai kapitalo kaupimo apribojimas yra taikytinas kiekvienai atskirai:

$$\dot{K} = I_K - \delta K,$$

$$\dot{H} = I_H - \delta H.$$

Čia I_K ir I_H atitinkamai žymi investicijas į atitinkamą kapitalo rūšį. Greta šių dinaminių kapitalo kaupimo apribojimų, dar yra statinis makroekonominių srautų apribojimas produkto paskirstymui:

$$Y = K^\alpha H^{1-\alpha} = C + I_K + I_H,$$

kuris tiesiog nusako, kam išleidžiamos uždirbtos pajamos.

Vartotojai siekia maksimizuoti naudingumo funkciją

$$U = \int_0^\infty e^{-\rho t} \left[\frac{C^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right] dt$$

esant aukščiau aptartiems kapitalo kaupimo ir makroekonominių srautų apribojimams.

Diferencijuojant su šia problema susijusią Hamiltono funkciją

$$\mathcal{H} = e^{-\rho t} \frac{C^{1-\theta} - 1}{1-\theta} + \mu(I_K - \delta K) + \lambda(I_H - \delta H) + \nu[K^\alpha H^{1-\alpha} - (C + I_K + I_H)]$$

4.3 Ekonomikos augimas: endogeninio augimo modeliai

atitinkamai gaunamos būtinosios sąlygos:

$$\begin{aligned}\frac{\mathcal{H}}{C} &= e^{-\rho t} C^{-\theta} - \nu = 0 \Rightarrow \frac{\dot{\nu}}{\nu} = -\rho - \theta \frac{\dot{C}}{C}, \\ \frac{\mathcal{H}}{K} &= -\mu\delta - \alpha\nu K^{\alpha-1} H^{1-\alpha} = -\dot{\mu} \Rightarrow -\frac{\dot{\mu}}{\mu} = -\delta - \alpha K^{\alpha-1} H^{1-\alpha}, \\ \frac{\mathcal{H}}{H} &= -\lambda\delta + \nu(1-\alpha)K^{\alpha} H^{-\alpha} = -\dot{\lambda} \Rightarrow -\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = -\delta + (1-\alpha)K^{\alpha} H^{-\alpha}, \\ \frac{\mathcal{H}}{I_K} &= \mu - \nu = 0 \quad \frac{\mathcal{H}}{I_H} = \lambda - \nu = 0 \Rightarrow \lambda = \mu = \nu.\end{aligned}$$

Pasinaudojus šiomis sąlygomis nesunku matyti, kad $\frac{K}{H} = \frac{\alpha}{1-\alpha}$, todėl:

$$Y = K^{\alpha} H^{1-\alpha} = AK,$$

kurioje $A = \left(\frac{K}{H}\right)^{\alpha-1}$.

Todėl galima daryti išvadą, kad ekonomikos augimo modelį su žmogiškuoju ir fiziniu kapitalu iš tiesų galima redukuoti į paprastą AK tipo augimo modelį, tinkamai apibrėžus parametrų sąryšius.

0.4.3.3 Endogeninis augimas dėl valdžios sektoriaus poveikio

Šis modelis pagrindžia idėją, jog valdžios išlaidos gali būti produktyvios ir prisidėti prie ilgalaikio ekonomikos augimo, o ne tik trumpalaikio paklausos skatinimo.

Jei valdžios išlaidos didina gamintojų produktyvumą, tai valdžios išlaidos turėtų tiesiogiai būti įtrauktos į gamybos funkciją. Tarkime, kad kiekvienas i -asis gamintojas (visi gamintojai vienodi) turi tokią gamybos funkciją:

$$Y_i = AK_i^{\alpha} L_i^{1-\alpha} G^{1-\alpha} = A \left(\frac{K_i}{L_i}\right)^{\alpha} L_i G^{1-\alpha},$$

kurioje kiekvieno produktyvumas priklauso nuo valdžios išlaidų apimties. Norint gauti

4.3 Ekonomikos augimas: endogeninio augimo modeliai

agreguotus dydžius, individualios apimtys sumuojamos:

$$Y = \sum_i Y_i = AG^{1-\alpha} k^\alpha L \Rightarrow G = \left(\frac{G}{Y}\right)^{\frac{1}{\alpha}} (AL)^{\frac{1}{\alpha}} k, \quad (4.19)$$

kurioje pasinaudota darbui tenkančio kapitalo apibrėžimu $k \equiv \frac{K_i}{L_i} = \frac{K}{L}$ (paskutinioji lygybė galioja dėl gamintojų vienodumo) ir tuo, kad individualių gamintojų darbo jėgos suma duoda bendrą ekonomikos darbo jėgos apimtį ($\sum_i L_i = L$).

Firmų realaus pelno $\pi_i/P = Y_i - (r + \delta)K_i$ maksimizavimo kapitobulos konkurencijos sąlygomis būtinoji sąlyga pagal kapitalo apimtį K_i yra

$$\frac{\partial \pi_i/P}{\partial K_i} = 0 \Rightarrow r + \delta = \frac{\partial Y_i}{\partial K_i} = \alpha A \left(\frac{K_i}{L_i}\right)^{\alpha-1} G^{1-\alpha},$$

kurioje dešinioji lygybės dalis gauta diferencijuojant Y_i išraišką, nusakytą gamybos funkcijoje. Įsistatčius (4.19) į gautąją pelno maksimizavimo sąlygą turima:

$$r = \alpha A \left(\frac{G}{Y} AL\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - \delta.$$

Vartotojų naudingumo maksimizavimo uždavinys analogiškas nagrinėtam AK modelyje, todėl galime pasinaudoti jame gauta optimalaus vartojimo kelio išraiška:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{r - \rho - \delta}{\theta} = \frac{\alpha A \left(\frac{G}{Y} AL\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - \rho - 2\delta}{\theta}.$$

Čia paskutinė lygybė remiasi bendrąja pusiavyra, t.y. vartotojų naudingumo ir firmų pelno maksimizavimo sąlygos yra apjungiamos: šiuo atveju firmų pelno maksimizavimo būtinoji sąlyga įsistatyta į vartotojų naudingumo maksimizavimo būtinąją sąlygą.

Jei gyventojų skaičius yra pastovus ir valžios išlaidų dalis pajamos $(\frac{G}{Y})$ santykinai pastovi, vartojimo ir analogiškai pajamų, kaip jau anksčiau parodėme, augimas yra endo-

4.4 Verslo ciklai: Kydland-Prescott realaus verslo ciklo modelis

geniškai paaiškinami nuo kitų modelio parametrų ir nuo valdžios išlaidų dalies pajamose dydžio. Kaip matyti, šiame modelyje didesnės santykinės valdžios išlaidos sąlygotų spartesnius ekonomikos augimo tempus.

4.4 Verslo ciklai: Kydland-Prescott realaus verslo ciklo modelis

Nagrinėdami įprastinius postuluojamus modelius neoklasikai pasiūlė Lucas tipo funkciją ir pastebėjo, kad be papildomų trikdžių (pavyzdžiui, inertiško atsargų pasikeitimo mechanizmo), faktinis BVP nuo potencialaus nukrypsta tik per fundamentalųjį "baltąjį triukšmą". Atitinkamai, verslo ciklo, matuojamo faktiniu BVP atotrūkiu nuo BVP ir suvokiamo kaip nereguliarus koreliuotus svyravimus, paprasčiausiai nėra. Tokį patį rezultatą, t.y. verslo ciklų nebuvimą, gali duoti ir keletas kitų modelių, pavyzdžiui, AD-AS modeliai be LM kreivės (su Taylor taisykle).

Ar tai reiškia, kad neoklasikinis ir kiti minėti požiūriai yra klaidingi, o gal įpareigojus centrinių banką laikytis atitinkamų reakcijos funkcijų (taisyklių) verslo ciklų neliks? Realaus verslo ciklo pradininkai Kydland ir Prescott atsako - ne. Jie teigia, kad ligtoliniai teoriniai požiūriai žiūri į nerimtas verslo ciklo priežastis. Tikroji verslo ciklų kilmė - paties potencialaus BVP svyravimai dėl (realių) technologinių šokų, kurie suvokiami, plačiausia prasme, kaip darbo našumo sąlygų pasikeitimas dėl įvairių išorinių priežasčių (naujos technologijos atradimo, saulės aktyvumo, uragano sukeltų problemų ir pan.). Tokio tipo verslo modelis yra vadinamas realaus verslo ciklo modeliu.

Pagrindinė literatūra:

1. Heijdra B.J, Van der Ploeg F. (2002) Foundations of Modern Macroeconomics. Oxford University Press, Oxford. 15 skyrius.
2. Lutz G.A. (2002) Business Cycle Theory. Oxford University Press, Oxford. 5 skyrius.

3. Romer D. (2001) Advanced Macroeconomics. McGraw-Hill, Boston (2-as leidimas). 4 skyrius.

0.4.5.1 Bazinis realaus verslo ciklo (RVC) modelis

- Firmos

Firmos kiekvienu laiko momentu sprendžia tokį maksimizavimo uždavinį:

$$\max_{(K(t), L(t))} \pi(t), \quad \pi(t)/P(t) = Y(t) - r(t)K(t) - W(t)L(t), \quad (4.20)$$

su technologiniu apribojimu

$$Y(t) = F(K(t), A(t)L(t)).$$

Tai yra, firmos siekia maksimizuoti realųjį pelną $\pi(t)$, esant duotoms (laikoma, kad prekių ir darbo rinkos yra tobulos konkurencijos) kapitalo $K(t)$ ir darbo jėgos $L(t)$ kainoms $r(t)$ (kapitalo grąža) ir $W(t)$ (darbo užmokestis) bei produkto $Y(t)$ gamybos technologijai. Gamybos funkcija $F(\cdot)$ tenkina standartines ankstesniuose skyriuose aptartas sąlygas.

- Namų ūkiai

Namų ūkiai ekonomikai teikia savo darbo jėgą ir uždirbtus pinigus gali skirti vartojimo prekėms įsigyti. Jų momentinė naudingumo funkcija priklauso nuo dviejų dydžių: vartojimo apimtys ir nuo darbo laiko likusio laisvalaikio (visas darbo laikas čia normalizuotas ir prilygintas 1, tad laisvalaikis yra lygus $1 - L(t)$). Kadangi visas kapitalas šioje ekonomikoje priklauso namų ūkiams, tai pasirinkdami vartojimo apimtį esant tam tikrai gamybos apimčiai jie atitinkamai lemia ir investicijų apimtį, kadangi $I(t) = Y(t) - C(t)$ dėl makroekonominių srautų balansinio apribojimo uždaroje ekonomikoje be valdžios sektoriaus. Tad dabartinis vartojimo lygis daro įtaką ateityje galimam pasiekti vartojimo lygiui.

4.4 Verslo ciklai: Kydland-Prescott realaus verslo ciklo modelis

Dėl šios priežasties namų ūkiai kiekvienu laiko momentu t siekia maksimizuoti tikėtiną naudingumą, kurį lemia dabartinis ir ateities vartojimo bei darbo/laisvalaikio pasirinkimai, esant atitinkamam kapitalo kaupimo apribojimui:

$$\max_{\{C(\tau), L(\tau)\}_{\tau=t}^{\infty}} E_t \sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} U(C_{\tau}, 1 - L_{\tau}) \quad (4.21)$$

su kapitalo kaupimo apribojimu

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t,$$

kur δ yra kapitalo nusidėvėjimo per vieną laikotarpį norma, o investicijų apimtį nusako anksčiau aptartas makroekonominis apribojimas $I(t) = Y(t) - C(t)$.

- Technologijos procesas

Bendras technologijos procesas $\tilde{A}_t$ yra laikomas egzogeniškai duotu ir suskaidomas į dvi dalis $\tilde{A}_t = \bar{A}_t \cdot A_t$. Čia $\bar{A}_t$ yra ilgalaikis stabilus technologijos augimo procesas nusakomas deterministiniu sąryšiu $\bar{A}_t = A_0 e^{\tilde{\rho}t}$, $\tilde{\rho} > 0$, o A_t yra stacionari stochastinė technologijos proceso dalis, kurios raida nusakoma $A_t = \rho A_{t-1} e^{\epsilon}$, o ϵ yra blatasis triukšmas. Bendru atveju, stochastinė (logaritmuoto) technologijos proceso dalis gali būti ir aukštesnės eilės autoregresinis procesas.

0.4.5.2 RVC modelio sudarymo etapai

Realaus verslo ciklo modelis yra vienas plačiausiai praktikoje sudaromų verslo ciklo modelių, todėl mes ne tik susipažinsime su modelio teorine struktūra, bet iš karto aptarsime ir modelio praktiniam sudarymui svarbius etapus. Bendrai RVC modelio sudarymas susidaro iš šių pagrindinių etapų:

- Modelio postulavimas (su konkrečiais F ir U pavidalais)

- Optimalų pasirinkimą nusakančių lygčių sistemos sudarymas (pasinaudojant būtinomis tikslo funkcijų maksimizavimo sąlygomis bei technologiniais, makroekonominių srautų ir kitais biudžetiniais apribojimais)
- Pusiausvyrinio sprendinio radimas
- Modelio parametrų reikšmių nustatymas (kalibravimas)
- Netiesinių lygčių sistemos (log) tiesinė aproksimacija
- Sprendinio, suderinto su racionaliais lūkesčiais, radimas
- Modelio panaudojimas

Toliau apžvelgsime kiekvieną etapą detaliau.

Modelio postulavimas (su konkrečiais F ir U pavidalais).

Technologinis apribojimas - gamybos funkcija: $Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$, $0 < \alpha < 1$.

Kapitalo kaupimo lygtis: $K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t$, $0 < \delta < 1$.

Makroekonominis srautų apribojimas: $Y_t = C_t + I_t$.

Vartojimo naudingumas: $E_t \sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} [\log(C_\tau) + \gamma \log(1 - L_\tau)]$.

Bendrai nagrinėjamoje sistemoje yra vienas egzogeninis technologijos kintamasis (A) ir penki endogeniniai kintamieji (Y, I, K, C, L). Tačiau galima pastebėti, kad gamybos apimtis Y ir investicijos I gali būti išskaičiuojamos rekursiškai, todėl pasinaudojant makroekonominių srautų bei gamybos funkcijos apribojimais kitose lygtyse, nagrinėjamą sistemą galima suprastinti iki turinčios tik tris nežinomus kintamuosius, t.y.:

Vartojimo naudingumas: $E_t \sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} [\log(C_\tau) + \gamma \log(1 - L_\tau)]$.

Kapitalo kaupimo lygtis: $K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} - C_t$, $0 < \delta < 1$.

Iš tiesų gaunamas vartotojo tikėtino naudingumo maksimizavimo (su apribojimu) uždavinį atitinkančios lygtys. Maksimizuojant atitinkamą apribotą tikėtiną naudingumą pagal

vartojimo ir darbo užmokesčio sekas bei pasinaudojant kapitalo kaupimo apribojimu, bus gautos trys lygtys, kurios leis nustatyti trijų nežinomųjų (K, C, L) reikšmes.

Optimalų pasirinkimą nusakančių lygčių sistema. Norint sudaryti optimalų vartojimo ir darbo apimčių pasirinkimą nusakančių lygčių sistemą, reikia pręsti aukščiau apibrėžtą vartotojo naudingumo maksimizavimo uždavinį taikant 2.2 skyriuje aptartą metodiką.

Pasinaudojant aukščiau apibrėžtomis naudingumo ir gamybos funkcijos išraiškomis gauname: $\frac{\partial U_t}{\partial(1-L_t)} = \frac{\gamma}{1-L_t}$, $\frac{\partial U_t}{\partial C_t} = \frac{1}{C_t}$, $\frac{\partial U_{t+1}}{\partial C_{t+1}} = \frac{1}{C_{t+1}}$, $\frac{\partial F_t}{\partial L_t} = (1-\alpha)A_t\left(\frac{K_t}{L_t}\right)^\alpha$ ir $\frac{\partial F_t}{\partial K_t} = \alpha A_t\left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{\alpha-1}$. Statant šias išraiškas į su vartotojo naudingumo maksimizavimo uždaviniu susijusias vertės funkcijos maksimizavimo sąlygas (2.8)-(2.10), gaunami optimalų pasirinkimą šiuo konkrečiu atveju nusakančios apribojimai:

$$\frac{\gamma}{(1-L_t)} = \frac{1}{C_t} A_t \left(\frac{K_t}{L_t}\right)^\alpha, \quad (4.22)$$

$$\frac{1}{C_t} = E_t \frac{1}{C_{t+1}} \left[1 - \delta + A_{t+1} \left(\frac{K_{t+1}}{L_{t+1}}\right)^{\alpha-1} \right], \quad (4.23)$$

$$K_{t+1} = (1-\delta)K_t + A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} - C_t. \quad (4.24)$$

Dinaminės pusiausvyros sprendinys. Dinaminėje pusiausvyroje kintamieji įgyja pastovias reikšmes, t.y. $\forall t, A_t = \bar{A}, C_t = \bar{C}, K_t = \bar{K}, L_t = \bar{L}$. Panaudojus šiuos apribojimus aukščiau užrašytoje sistemoje galima išsispręsti pusiausvyrines vartojimo, kapitalo ir darbo apimtis kaip funkciją vien nuo modelio parametrų iš:

$$\frac{\gamma}{(1-\bar{L})} = \frac{1}{\bar{C}} \bar{A} \left(\frac{\bar{K}}{\bar{L}}\right)^\alpha, \quad (4.25)$$

$$\frac{1}{\bar{C}} = \frac{1}{\bar{C}} \left[1 - \delta + \bar{A} \left(\frac{\bar{K}}{\bar{L}}\right)^{\alpha-1} \right], \quad (4.26)$$

$$\bar{K} = (1-\delta)\bar{K} + \bar{A}\bar{K}^\alpha \bar{L}^{1-\alpha} - \bar{C}. \quad (4.27)$$

Atkreiptinas dėmesys į tai, kad lūkesčių operatoriaus neliko, nes pusiausvyrinės reikšmės galioja bet kuriam laikotarpiui, t.y. jos yra žinomos ir fiksuotos.

Užduotis. Suraskite $\bar{C}$, $\bar{K}$, $\bar{L}$ sprendinius.

Dinaminė pusiausvyra realaus verslo ciklo modeliuose aktuali dėl dviejų priežasčių. Pirma, šie modeliai yra kalibruojami naudojant pusiausvyros išraišką. Antra, pradinio netiesinio dinaminio modelio savybės dažnai analizuojamos ne tiesiogiai, kadangi tada reiktų jį spręsti taikant skaitinio optimizavimo metodus, o nagrinėjant modelio tiesinę (dažniausiai logtiesinę) aproksimaciją. Tad modelis aproksimuojamas apie pusiausvyros reikšmes.

Modelio kalibravimas. Nors šiuolaikiniai realaus verslo ciklo modeliai yra vertinami taikant, pavyzdžiui, maksimalaus tikėtino metodo, tačiau istoriškai susiklostė taip, kad dažniau jie yra kalibruojami. Kalibravimas nėra vienareikšmė sąvoka, todėl išskirsime du pagrindinius jo atvejus.

Paprasčiausiu atveju kalibravimas suvokiamas kaip modelio parametrų reikšmių parinkimas vadovaujantis įvairiais kitais šaltiniais: a) kitų šalių patirtimi, b) mikro-lygmenyje atliktais tyrimais, pavyzdžiui, apie vartotojų naudingumo funkcijos parametrus, c) bendrais įsitikinimais, pavyzdžiui, kad metinis kapitalo nusidėvėjimas yra apie 10 procentų. Tačiau taip sudarytas modelis gali būti empiriškai visiškai neadekvatus.

Antrasis požiūris į kalibravimą siekia išnaudoti faktinę informaciją apie rodiklius, tačiau apsiriboja tik įvairių rodiklių santykiais ar/ir pirmaisiais momentais. Pavyzdžiui, kapitalo kaupimo lygtis pusiausvyroje gali būti užrašyta taip: $\frac{\bar{C}}{\bar{Y}} = 1 - \delta \frac{\bar{K}}{\bar{Y}}$. Vadinas vietoj to, kad būtų remiamasi įsitikinimais pagrįsta prielaida apie 10 procentų kapitalo nusidėvėjimo normą, nusidėvėjimo parametras δ galima įsivertinti iš vartojimo santykio su pajamomis ir kapitalo santykio su pajamomis vidurkių! Čia, žinoma, yra daroma prielaida, kad santykių vidurkis gerai aproksimuoja pusiausvyros reikšmių santykį, tačiau tokia prielaida atrodo žymiai pagrįstesnė, lyginant su "laisvu" kalibravimu.

Dažniausiai modelio kalibravimas apjungia abu požiūrius. Modelio parametrų dažnai yra daugiau nei santykiais ir momentais nusakomų apribojimų, todėl dalis parametrų kalibruojama remiantis "kitų tyrimų patirtimi". Tačiau tik tiek parametrų kalibruojama "lais-

4.5 Darbo rinkos modeliai

vai", kiek lieka neapribotų turimais santykių ir momentų apribojimais.

Užduotis. Nustatykite, kiek modelio parametrų reikėtų kalibruoti "laisvai", jei nagrinėjame realaus verslo ciklo modelyje "griežtesniajam" kalibravimui būtų naudojami vienkintamųjų pusiausvyrinių reikšmių santykiai.

Logtiesinė sistemos aproksimacija. Taikant 2.2 skirsnyje apibūdintus metodus gaunama tokia anksčiau aptartos netiesinės sistemos logtiesinė aproksimacija:

$$\frac{1}{\bar{C}}\bar{A}\left(\frac{\bar{K}}{\bar{L}}\right)^{\alpha}c_t - \frac{\gamma}{(1-\bar{L})}\frac{\bar{L}}{1-\bar{L}}l_t = \frac{1}{\bar{C}}\bar{A}\left(\frac{\bar{K}}{\bar{L}}\right)^{\alpha}(a_t + \alpha(k_t - l_t)), \quad (4.28)$$

$$\frac{1}{\bar{C}}(1 - c_t) = E_t \frac{1}{\bar{C}}(1 - c_{t+1}) \left[1 - \delta + \bar{A}\left(\frac{\bar{K}}{\bar{L}}\right)^{\alpha-1} (1 + a_t + \alpha(k_t - l_t)) \right], \quad (4.29)$$

$$\bar{K}(1 + k_{t+1}) = (1 - \delta)\bar{K}(1 + k_t) + \bar{A}\bar{K}^{\alpha}\bar{L}^{1-\alpha}(1 + a_t + \alpha k_t + (1 - \alpha)l_t) - \bar{C}(1 + c_t). \quad (4.30)$$

Užduotis. Suprastinkite šią sistemą panaudodami pusiausvyros sąlygas bei atsisakydami antros eilės narių.

4.5 Darbo rinkos modeliai

Ankstesniuose skirsniuose taikydami mikroekonominį pagrindimą nagrinėjome ekonomikos augimo bei verslo ciklą klausimus. Nagrinėtuose modeliuose darėme prielaidą, kad visos rinkos yra tobulos konkurencijos ir priverstinio nedarbo neatsiranda: jei egzistuoja nedarbas, tai yra optimalaus darbuotojų pasirinkimo rezultatas, pavyzdžiui, dėl to, kad darbo našumas šiuo laikotarpiu yra mažas ir daug dirbti neapsimoka, nes mažas našumas neleidžia uždirbti.

Tačiau ekonominė realybė verčia abejoti, ar tikrai rinkoje yra vien savanoriškas nedarbas. Šiame skirsnyje naudodami optimalaus pasirinkimo principus nagrinėsime darbo rinkos modelius ir parodysime, jog nedideli (ir realioje rinkoje egzistuojantys) rinkos netobulumai gali sąlygoti reikšmingo priverstinio nedarbo atsiradimą.

Pagrindinė literatūra:

1. Romer D. (2001) Advanced Macroeconomics. McGraw-Hill, Boston (2-as leidimas). 9 skyrius.
2. Ljungqvist L. ir Sargent T.J. (2000) Recursive Macroeconomic Theory. The MIT Press, Cambridge. 5 skyrius.

4.5.1 Shapiro-Stiglitz efektyvių atlyginimų modelis

Efektyvių atlyginimų modeliuose yra nagrinėjamas klausimas, kokios įtakos atlyginimams ir pasirinkimui dirbti turi tai, kad darbdavys neretai negali tiesiogiai ir nuolat tikrinti (labai brangu), ar darbuotojas stengiasi dirbti (pavyzdžiui, ar tikrai studentai laboratorinių darbų metu ir namuose sprendžia uždavinius, o ne žaidžia žaidimus ir/ar naršo tinklalapius)?

Tegu nagrinėjamoje ekonomikoje yra $\bar{L}$ identiškų darbuotojų ir N firmų. Darbuotojai siekia maksimizuoti savo diskontuotą (diskonto norma $\rho > 0$) viso gyvenimo naudingumą $\int_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t} u(t) dt$. Momentinis naudingumas $u(t)$ priklauso teigiamai nuo gauto darbo užmokesčio ($w(t)$) ir (neigiamai) nuo įdėtų pastangų dirbant ($\bar{e}$) bei įdarbinimo fakto (neįdarbintas darbuotojas nei deda pastangų, nei gauna atlyginimo).

Nedirbantis darbuotojas naują darbą konkrečiu laikotarpiu gauna su tikimybe a . Jei darbuotojas pradėjo dirbti laikotarpiu t_0 ir dirba nuoširdžiai (nuoširdumo supratimą netrukus dar aptarsime), tai tikimybė, kad jis turės darbą ir laiko momentu $t > t_0$ yra nusakoma Puasson'o procesu $p(t) = e^{-b(t-t_0)}$, $b > 0$, kas reiškia, jog konkretų periodą netekti darbo tikimybė yra b .

Jei darbuotojas yra įdarbintas, jis gali rinktis, ar dirbti nuoširdžiai, t.y. įdedant pastangas e ir gaunant momentinį naudingumą $u(t) = w(t) - \bar{e}$, ar apsimetinėti bedirbančiu ir gauti naudingumą $u(t) = w(t)$, jei darbdavys nepagavo tinginiaujant ir $u(t) = 0$ bei atleidimas iš darbo, jei pagavo. Tinginiaujantį darbuotoją darbdavys konkrečiu laikotarpiu gali pagauti su tikimybe q .

Firmų uždavinys. Firmos turi paprastą produkto gamybos technologiją (tenkinančią standartines prielaidas apie gamybos funkciją), kuri priklauso tik nuo įdėto darbo apimtys (tačiau tik efektyviai dirbantys darbuotojai kuria produktą): $Y(t) = F(\bar{e}L(t))$. Atitinkamai firmos siekia maksimizuoti kiekvieno laikotarpio pelną $\pi(t) = F(\bar{e}L(t)) - w(t)L(t) + S(t)$, kur $L(t)$ yra darbuotojai nuoširdžiai dirbantys, o $S(t)$ - "sukčiaujantys". Firmos, nustatydamos atlyginimą atsižvelgia į tai, kad tinginiai nieko nekuria, tad atlyginimas turėtų būti toks, kad įdarbintieji dirbtų: priešingu atveju firma dirbs nuostolingai, kadangi visi darbuotojai yra vienodi ir niekas neturės paskatų dirbti. Koks tai turėtų būti atlyginimas? Pasirodo, jog nuo įmonių atlyginimas mažai priklauso (nebent, jei jie galėtų keisti nedarbo vertės tikimybę q) ir atlyginimo lygį nustatys darbuotojų (ne)motyvacija dirbti, kurią lemia modelio sąlygų. Tačiau esant fiksuotiems atlyginimams firmos įdarbins tokį darbuotojų skaičių L , kuris maksimizuotų jų pelną esant fiksuotam darbo užmokesčiui, pagal būtinąją pelno maksimizavimo sąlygą: $\bar{F}'(\bar{L}) = w^{ef}$.

Darbuotojų pasirinkimas. Darbuotojo pasirinkimą dirbti nuoširdžiai ir tinginiauti lemia dviejų verčių palyginimas. Pirma, jei dirba nuoširdžiai (efektyviai), tai jo vertės funkcija, nusakanti darbo per laikotarpį $[t_0, t + \tau]$ vertę, yra:

$$V_E(t + \tau) = \int_t^{t+\tau} e^{-bt} e^{-\rho t} (w - \bar{e}) dt + e^{-\rho \tau} \left(e^{-b\tau} V_E(\tau) + (1 - e^{-b\tau}) V_U(t + \tau) \right),$$

kurioje $V_U = \frac{a}{a+\rho} V_E$ žymi nedarbo vertės funkciją, o e^{-bt} nusako tikimybę, kad darbuotojas vis dar įdarbintas laikotarpiu t .

Užduotis. Parodykite, kodėl nedarbo vertės funkcija (kai darbuotojas nusiteikęs dirbti efektyviai, jei įdarbinamas) turi pavidalą $V_U = \frac{a}{a+\rho} V_E$?

Integruojant šią lygtį ir išsprendžiant $V_E(t + \tau)$ atžvilgiu gaunama:

$$V_E(t + \tau) = \frac{1}{b + \rho} (w - \bar{e}) + \frac{1}{1 - e^{-(b+\rho)\tau}} e^{-\rho t} (1 - e^{-b\tau}) V_U(t + \tau).$$

Norint surasti $V_E(t)$, nagrinėjama gautos išraiškos riba $\lim_{\tau \rightarrow 0} V_E(t + \tau)$. Taikant l'Hôpital'io

taisyklę bei užrašų paprastumo dėlei numetant indeksus (kadangi kiekvienu laiko momentu galioja tos pačios sąlygos) gaunama:

$$V_E = \frac{1}{b + \rho} \left((w - \bar{e}) + bV_U \right).$$

Taikant analogišką veiksmų seką gaunama ir "sukčiavimo" vertė:

$$V_S = \frac{1}{b + \rho + q} (w + (b + q)V_U).$$

Užduotis. Naudodami analogišką veiksmų seką kaip taikytoji nustatant $V_E(t)$, gaukite sukčiaujančio darbuotojo vertės funkcijos išraišką $V_S(t)$.

Efektyvų darbą užtikrinantis atlyginimas. Tam, kad darbuotojui vertėtų efektyviai dirbti, efektyvaus darbo vertė turi būti ne mažesnė už "sukčiavimo" vertę, t.y. turi būti tenkinama sąlyga $V_E \geq V_S$. Pasinaudojant aukčiau pateiktomis lygtimis:

$$\frac{1}{b + \rho} \left((w - \bar{e}) + bV_U \right) \geq \frac{1}{b + \rho + q} (w + (b + q)V_U),$$

ir

$$w \geq \bar{e} + (a + b + \rho) \frac{\bar{e}}{q}.$$

Taigi, darbo užmokestis, kuris darbuotoją skatina dirbti turi didėti augant efektyvumo pas-tangoms $\bar{e}$, kuriuos jis turi įdėti dirbdamas, augant tikimybei rasti darbą (a), darbą prarasti (b) ir pajamų diskontavimo normai (ρ). Jei didėja tikimybė būti pagautam tinginiaujant (q), tai efektyvumą sąlygojantys atlyginimai mažėja.

Akivaizdu, kad firmos, norėdamos nepatirti nuostolių turi nustatyti tokį atlyginimą, kuris darbuotojus skatintų dirbti, t.y. $w^{ef} = \bar{e} + (a + b + \rho) \frac{\bar{e}}{q} + e$, kur e yra kiek norimai mažas teigiamas dydis.

4.5 Darbo rinkos modeliai

4.5.2 McCall darbo paieškos modelis su laikotarpiu pasirinkimu

Nagrinėjame modelyje darbuotojas kiekvieną laikotarpį gauna w dydžio darbo užmokesčio pasiūlymą. Siūlomas darbo užmokestis yra atsitiktinis dydis, turintis $F(W) = P(w \leq W)$ pasiskirstymo funkciją ($F(0) = 0$ ir laikoma, kad egzistuoja tam tikra viršutinė riba $B < \infty$, $F(B) = 1$). Jei pasiūlymo atsisako ir nedirba, tai tą laikotarpį gauna fiksuotą c dydžio nedarbo pašalpą (jo pajamos $y_t = c$) ir vėl laukia naujo pasiūlymo kitą laikotarpį. Nuo tol, kai pradeda dirbti, darbuotojo pajamos yra $y_t = w$ ir įsidarbinimas yra nuolatinis, t.y. negali išeiti iš darbo ir vėl ieškoti kito.

Tad darbuotojas laukdamas jam gerai atrodančio darbo pasiūlymo siekia maksimizuoti savo tikėtino naudingumo funkciją $E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t y_t$; čia $0 < \beta < 1$ yra diskonto norma ir dabartinis laikotarpis sąlygiškai yra 0-inis. Su naudingumo maksimizavimu susijusi Bellman'o lygtis yra

$$V(w) = \max \left\{ \frac{w}{1-\beta}, c + \beta \int V(w') dF(w') \right\},$$

kurios argumentai atitinka du pasirinkimus: a) sutikti su siūlomu darbo užmokesčiu w ir nuolatos dirbti gaunant tokį atlyginimą; b) atmesti pasiūlymą, gauti dydžio c pašalpą ir laukti naujo pasiūlymo w' iš pasiskirstymo funkcijos $F(w')$. Kadangi esant $\frac{w}{1-\beta} = c + \beta \int V(w') dF(w') =: \bar{w}$ darbuotojui tas pats, kurį sprendimą priimti (dėl šios priežasties $\bar{w}$ vadinamas atskiriančiuoju ar rezerviniu atlyginimu (angl. reservation wage)), nesunku matyti, kad šios lygties sprendinys yra

$$V(w) = \begin{cases} \frac{\bar{w}}{1-\beta} = c + \beta \int V(w') dF(w'), & \text{jeigu } w \leq \bar{w} \\ \frac{w}{1-\beta}, & \text{jeigu } w > \bar{w} \end{cases}.$$

Pasinaudojant šiomis sąlygomis nustatomas atskiriantysis atlyginimas:

$$\frac{\bar{w}}{1-\beta} = c + \beta \int_0^{\bar{w}} \frac{\bar{w}}{1-\beta} dF(w') + \beta \int_{\bar{w}}^B \frac{w'}{1-\beta} dF(w'),$$

$$\bar{w} \int_0^{\bar{w}} dF(w') - c = \frac{1}{1-\beta} \int_{\bar{w}}^B (\beta w' - \bar{w}) dF(w'),$$

prie kurios abiejų pusių pridėjus $\bar{w} \int_{\bar{w}}^B dF(w')$ gaunama:

$$\bar{w} - c = \frac{\beta}{1-\beta} \int_{\bar{w}}^B (w' - \bar{w}) dF(w'). \quad (4.31)$$

Šios lygties kairė pusė parodo laukimo kaštus, kurie bus patirti, jei siūlomo dabartinio atlyginimo w bus atsisakyta, o dešinė pusė - tikėtiną išlošį, jei sprendimas dirbti atidedamas iki kito laikotarpio tikintis gauti naują atlyginimą w' , besiskiriantį nuo dabartinio dydžiu $w' - w$. Pasirinkimas dirbti yra ne blogesnis už laukimo strategiją, jei ši lygybė galioja.

Pasinaudojant šia lygtimi galima daryti pirmą išvadą: kuo didesnis pašalpos dydis c , tuo didesnis turi realizuotis atlyginimas w iš pasiskirstymo funkcijos F , kad darbuotojas rinktųsi darbą. Tad pašalpų sistema sąlygos darbo užmokesčio išaugimą lyginant su tokių trikdžių neturinčia rinka, o tai gali sąlygoti priverstinį nedarbą dėl to, kad toks atlyginimas gali būti didesnis nei optimalus įmonių, už kurį jos įdarbintu visą darbo jėgą.

Pertvarkius (4.31) lygtį kaštus taip pat galima išreikšti taip:

$$\begin{aligned} \bar{w} - c &= \frac{\beta}{1-\beta} \int_{\bar{w}}^B (w' - \bar{w}) dF(w') + \frac{\beta}{1-\beta} \int_0^{\bar{w}} (w' - \bar{w}) dF(w') - \frac{\beta}{1-\beta} \int_0^{\bar{w}} (w' - \bar{w}) dF(w') = \\ \bar{w} - c &= \frac{\beta}{1-\beta} (E_0 w - \bar{w}) - \frac{\beta}{1-\beta} \int_0^{\bar{w}} (w' - \bar{w}) dF(w'), \end{aligned}$$

kurią pertvarkydami ir paskutinę dalį integruodami dalimis gauname:

$$\bar{w} - c = \beta(E_0 w - c) + \frac{\beta}{1-\beta} \int_{\bar{w}}^B (w' - \bar{w}) dF(w').$$

Remdamiesi šiuo rezultatu galime daryti antrą išvadą: esant fiksuotam pašalpos dydžiui, vidurkio nepakeičiantis rizikos didėjimas (atsitiktinių reikšmių išsibarstymo, esant simetriniam skirstiniui) didina reikalaujamą rezervinį atlyginimą ($\bar{w}$). Taigi, tikimybė atlyginimui skirtis nuo vidurkio sukuria papildomas nedarbo paskatas dėl rezervinio atlygin-

4.5 Darbo rinkos modeliai

imo augimo.