

## 6 pratybų paskaita

Uždaviniai iš knygos J. L. Hein „Discrete structures, Logic and Computability”

**111-113 psl.**

3. Užpildykite lentelę

Funkcijos	$\{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2\}$	$\{a, b\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$	$\{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$
Funkcijų sk.			
Injekcijų sk.			
Siurjekcijų sk.			
Bijekcijų sk.			
Nei injekcijų, nei siurjekcijų sk.			

4. Parodykite, kad kiekviena funkcija  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  pasižymi nurodytomis savybėmis.

- b)  $f(x) = x + 1$  (injekcija ir ne siurjekcija)
- d)  $f(x) = \text{ceiling}(\log_2(x + 1))$  (siurjekcija ir ne injekcija)

6. Tegul  $\mathbb{R}^+$  ir  $\mathbb{R}^-$  yra atitinkamai teigiamų ir neigiamų realiųjų skaičių aibės. Jeigu  $a, b \in \mathbb{R}$  ir  $a < b$ , tada  $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ . Parodykite, kad funkcijos yra bijekcijos.

- a)  $f : (0, 1) \rightarrow (a, b)$  ir  $f(x) = (b - a)x + a$
- b)  $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow (0, 1)$  ir  $f(x) = 1/(x + 1)$
- c)  $f : (0, 1/2) \rightarrow \mathbb{R}^-$  ir  $f(x) = 1/(2x - 1) + 1$

7. Pritaikykite Dirichlė principą.

- a) Kiek mažiausiai reikia žmonių, kad galima būtų tvirtinti, kad trys iš jų gimę tą pačią savaitės dieną?
- b) Kiek mažiausiai reikia žmonių, kad galima būtų tvirtinti, kad keturi iš jų gimę tą patį mėnesį?
- c) Kodėl bet kurioje aibėje, kurią sudaro 10 žodžių virš aibės  $\{a, b, c\}$ , yra du skirtingi žodžiai, kurių pirma ir paskutinė raidės sutampa?

8. Pritaikę Dirichlė principą, pagrįskite teiginius.

- b) Kiekvienoje aibėje iš keturių elementų, paimtų iš aibės  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , yra du skaičiai, kurių suma yra 7.

9. Tarkime, kad  $f : \mathbb{N}_n \rightarrow \mathbb{N}_n$ . Pritaikę žinomas teoremas, nustatykite, ar funkcija yra bijekcija ir, jeigu taip, raskite jos atvirkštinę funkciją. Nustatykite, ar funkcija turi fiksuotų taškų, jeigu taip, raskite juos.

a)  $f(x) = 2x \pmod{6}$

d)  $f(x) = (5x + 3) \pmod{12}$

**N.d.** 5 a)c)e)g)i), 6 c)d)e), 7 d), 8 c), 9 c)e), 12.