

5 pratybų paskaita

Uždaviniai iš knygos J. L. Hein „Discrete structures, Logic and Computability”

89 psl.

13. Turime funkciją $f : A \rightarrow A$. Jeigu $f(a) = a$, elementas $a \in A$ vadinamas fiksuotu f tašku. Raskite fiksuotų taškų aibę, kai

- a) $f : A \rightarrow A$ ir $f(x) = x$;
- b) $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ir $f(x) = x + 1$;
- c) $f : \mathbb{N}_6 \rightarrow \mathbb{N}_6$ ir $f(x) = 2x \pmod{6}$;
- d) $f : \mathbb{N}_6 \rightarrow \mathbb{N}_6$ ir $f(x) = 3x \pmod{6}$.

N.d. 12.

98 psl.

1. Parašykite, kam lygios išraiškos.

- a) $\text{floor}(\log_2 17)$
- b) $\text{ceiling}(\log_2 25)$
- c) $\text{gcd}(14 \pmod{6}, 18 \pmod{7})$
- d) $\text{dist}(4, \text{seq}(3))$
- f) $\text{pairs}(\text{seq}(3), \text{seq}(3))$
- g) $\text{dist}(+, \text{pairs}(\text{seq}(2), \text{seq}(2)))$

2. Kiekvienu atveju raskite kompozicijas $f \circ g$ ir $g \circ f$. Be to, raskite x , su kuriuo $f(g(x)) \neq g(f(x))$.

- a) $f(x) = \text{ceiling}(x/2)$ ir $g(x) = 2x$
- b) $f(x) = \text{floor}(x/2)$ ir $g(x) = 2x + 1$
- c) $f(x) = \text{gcd}(x, 10)$ ir $g(x) = x \pmod{5}$

3. Tegul $f(x) = x^2$ ir $g(x, y) = x + y$. Parašykite funkcijas kaip tam tikras funkcijų f ir g kompozicijas.

a) $(x + y)^2$

b) $x^2 + y^2$

c) $(x + y + z)^2$

e) $x^2 + y^2 + z^2$

5. Parašykite \max_4 funkcijos apibrėžimą, kuri gražina iš keturių skaičių didžiausią. Naudokitės tik funkcija \max , kuri gražina didžiausią iš dviejų skaičių, ir funkcijų kompoziciją.

7. Atlikite operacijas

a) $\text{map}(\text{floor} \circ \log_2, \langle 1, 2, 3, \dots, 16 \rangle)$;

b) $\text{map}(\text{ceiling} \circ \log_2, \langle 1, 2, 3, \dots, 16 \rangle)$.

9. Tare, kad visi parametrai yra natūralieji skaičiai, išreikškite funkcijas per mums žinomų funkcijų kompozicijas.

b) $f(n, k) = \langle 0, k, 2k, 3k, \dots, nk \rangle$

d) $f(n) = \langle n, n - 1, n - 2, \dots, 1, 0 \rangle$

f) $f(n) = \langle 1, 3, 5, \dots, 2n + 1 \rangle$

h) $f(g, \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle) = \langle (x_1, g(x_1)), (x_2, g(x_2)), \dots, (x_n, g(x_n)) \rangle$

N.d. 4, 8, 10 ir likę klasėje neišspręsti uždaviniai.