14 pratybų paskaita

Uždavinai iš knygos J. L. Hein „Discrete structures, Logic and Computability"

267-272 psl.

Matematinės indukcijos metodu įrodykite, kad su visais $n \in \mathbb{N}$ yra teisingi šie teiginiai:

a)
$$1+3+5+\ldots+(2n-1)=n^2.$$

b)
$$5+7+9+\ldots+(2n+3)=n^2+4n.$$

c)
$$1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2.$$

d)
$$\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\ldots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{n}{2n+1}.$$

e)
$$1\cdot 1!+2\cdot 2!+\ldots+n\cdot n!=(n+1)!-1.$$

f)
$$(n+1)(n+2)\ldots(n+n)=2^n\cdot 1\cdot 3\cdot 5\cdot\ldots\cdot(2n-1).$$

g)
$$\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{(n+1)^2}\right)=\frac{n+2}{2n+2}.$$

h)
$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n}=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{2n}.$$

j)
$$2^n>n^2, \quad \text{kai } n\geq 5.$$

i)
$$(1+a)^n\geq 1+na, \quad \text{kai } a\in\mathbb{R} \text{ ir } a\geq -1.$$

k)
$$11^{6n+3}+1 \mod 148=0.$$

N.d. likę klasėje neišspręsti uždaviniai.