

## 13 pratybų paskaita

Uždaviniai iš knygos J. L. Hein „Discrete structures, Logic and Computability”

257 – 258 psl.

1. Tarkime, turime sąryšį  $\prec$  virš  $\mathbb{Z}$ , apibrėžtą tokiu būdu:

$$x \prec y \Leftrightarrow |x| < |y|.$$

Ar pateikti teiginiai yra teisingi?

- a)  $-7 \prec 7$ ; b)  $-7 \prec -6$ ; c)  $6 \prec -7$ ; d)  $-6 \prec 2$ .

2. Pasakykite, ar pateikti sąryšiai yra dalinės tvarkos?

- b)  $\{(2, 1), (1, 3), (2, 3)\}$ ;

d) isAncestorOf;

f) isSisterOf.

3. Kiekvienai pateiktai dalinei tvarkai nubrėžkite jos Hasé diagramą.

- a)  $\{(a, a), (a, b), (b, c), (a, c), (a, d)\}$ .

c) Tegul  $\prec$  yra dalinė tvarka virš  $\text{lists}(\{a, b\})$ , kurios apibrėžimas yra toks:

$$L \prec M \Leftrightarrow \text{length}(L) < \text{length}(M).$$

d) Aibė visų binariųjų medžių virš  $\{a, b\}$ , kurie turi 1 arba 2 viršūnes. Tegul  $s \prec t$  reiškia, kad  $s$  yra kairysis arba dešinysis  $t$  pografis.

4. Tarkime, norime apskaičiuoti reiškinių

$$(f(x) + g(x))(f(x)g(x))$$

reikšmę. Aišku, kad tai galima atlikti tik apskaičiavus šio reiškinių tam tikras dalis, todėl tas dalis surašome pagal informacijos priklausomumą:

$$x, f(x), g(x), f(x) + g(x), f(x)g(x), (f(x) + g(x))(f(x)g(x)).$$

Nubrėžkite šiai reiškinių aibei jos dalinės tvarkos diagramą, t.y., Hasé diagramą. Ar ši dalinė tvarka yra gardelė?

5. Kiekvienam  $n \in \mathbb{Z}$ , tegul  $D_n$  yra skaičiaus  $n$  teigiamų daliklių aibė. Dsaiabė  $\langle D_n, | \rangle$  yra gardelė. Kam yra lygūs bet kurių dviejų šios aibės elementų tikslūs viršutinis ir apatinis rėžiai?

6. Kodėl bet kuri dalinė tvarka virš baigtinės aibės yra gerai-sudaryta?

7. Argumentuokite, kodėl pateiktos tvarkos virš aibės  $S$  yra gerai-sudarytos?

a) Tegul  $S$  yra medžių aibė, o  $s \prec t$  reiškia, kad  $s$  turi mažiau viršūnių negu  $t$ .

b) Tegul  $S$  yra medžių aibė, o  $s \prec t$  reiškia, kad  $s$  turi mažiau lapų negu  $t$ .