# 12 pratybų paskaita

Uždaviniai iš knygos J. L. Hein „Discrete structures, Logic and Computability"

***229 – 231 psl.***

1. Ar duoti sąryšiai yra ekvivalentiškieji?

   a) $x \sim y \Leftrightarrow x$ ir $y$ yra plokštumos taškai, vienodai nutolę nuo vieno taško.

   c) $x \sim y \Leftrightarrow x + y$ yra lyginis skaičius virš $\mathbb{N}$.

   e) $x \sim y \Leftrightarrow \; xy > 0$, virš $\mathbb{Q} - \{0\}$.

2. Kiekvienu atveju raskite savybes, kuriomis sąryšis nepasižymi.

   a) $a\mathbf{R}b \Leftrightarrow a + b$ yra nelyginis skaičius virš $\mathbb{Z}$.

   c) $a\mathbf{R}b \Leftrightarrow |a - b| \leq 5$, virš $\mathbb{N}$.

   e) $a\mathbf{R}b \Leftrightarrow$ jeigu su kažkuriuo $x \in \mathbb{N}$, turime $x < \frac{a}{10} < x + 1$ ir $x \leq \frac{b}{10} < x + 1$.

**Ap.** Jeigu $f$ yra funkcija, kurios apibrėžimo sritis $A$, tada sąryšis $\sim$, apibrėžtas tokiu būdu

$$x \sim y \Leftrightarrow f(x) = f(y),$$

yra ekvivalentiškasis sąryšis virš $A$ ir vadinamas $f$ *branduoliniu sąryšiu.*

**Ap.** Tegul $\mathbf{R}$ yra **RST** virš $A$. Bet kurio elemento $a \in A$ *ekvivalentiškumo klase* vadiname aibę $[a] = \{x \mid x\mathbf{R}a\} \subset A$.

3. Funkcijos $f$ apibrėžimo sritis yra $\mathbb{N}$. Apibūdinkite $f$ branduolinio sąryšio ekvivalentiškumo klases.

   a) $f(x) = 7$.

   b) $f(x) = x$.

   c) $f(x) = \text{floor}(x/2)$.

   e) $f(x) = \text{floor}(x/4)$.

   g) $f(x) = \text{if } 0 \leq x \leq 10 \text{ then } 10 \text{ else } x - 1$.

4. Tegul $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{N}$ ir $f(x) = |x|$. Apibūdinkite $f$ branduolinio sąryšio ekvivalentiškumo klases.

5. Turime, kad

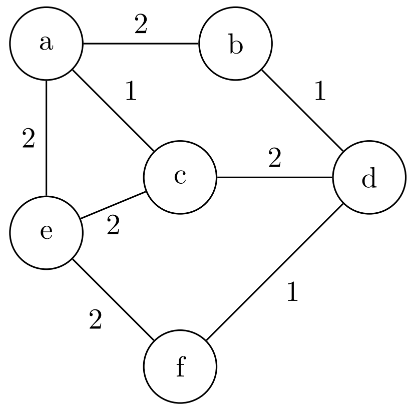
$$x \sim y \quad \Leftrightarrow \quad x \bmod 2 = y \bmod 2 \quad \text{ir} \quad x \bmod 3 = y \bmod 3$$

virš $\mathbb{N}$. Kokios yra šio sąryšio ekvivalentiškumo klasės?

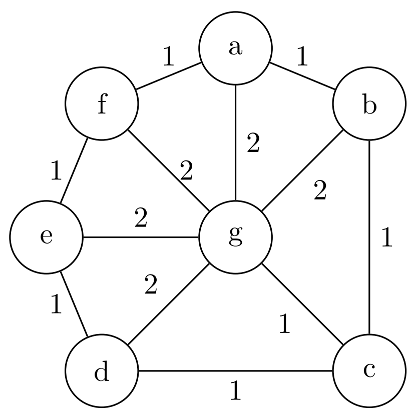
6. Tegul $f$ apibrėžimo sritis yra $\{$rot, tot, root, toot, roto, toto, too, to, otto$\}$, $f$ žodžiui priskiria to žodžio raidžių aibę. Raskite $f$ branduolinio sąryšio ekvivalentiškumo klases.

7. Naudodami Kruskalo algoritmą, raskite grafų minimalius dengiančiuosius medžius.

a)




b)




**while** turime dvi ar daugiau ekvivalentiškumo klasių **do**

  $\{x, y\} := head(L)$;

  $L := tail(L)$;

 **if** $[x] \neq [y]$ **then**

  $T := T \cup \{\{x, y\}\}$;

  pakeičiam $[x]$ ir $[y]$ į $[x] \cup [y]$

 **fi od**