

10 pratybų paskaita

Uždaviniai iš knygos J. L. Hein „Discrete structures, Logic and Computability”

209 – 212 psl.

Ap. Tegul R yra *binarusis sąryšis* virš A , t.y. $R \subset A \times A$, ir x, y, z yra bet kurie A elementai. Tada

- R yra *refleksyvusis* reiškia, kad xRx su visais $x \in A$.
- R yra *simetrinis* reiškia, kad jeigu xRy , tai yRx .
- R yra *tranzityvusis* reiškia, kad jeigu xRy ir yRz , tai xRz .
- R yra *antirefleksyvusis* reiškia, kad $\forall x \in A$ turime $(x, x) \notin R$.
- R yra *antisimetrinis* reiškia, kad jeigu xRy ir yRx , tai $x = y$.

2. Parašykite, kokie yra duoti sąryšiai.

- a) $R = \{(a, b) \mid a^2 + b^2 = 1\}$ virš realiųjų skaičių aibės.
- b) $R = \{(a, b) \mid a^2 = b^2\}$ virš realiųjų skaičių aibės.
- c) $R = \{(x, y) \mid x \bmod y = 0 \text{ ir } x, y \in \{1, 2, 3, 4\}\}$.
- d) $R = \{(x, y) \mid x \text{ dalina } y\}$ virš teigiamų sveikųjų skaičių aibės.
- e) $R = \{(x, y) \mid \gcd(x, y) = 1\}$ virš teigiamų sveikųjų skaičių aibės.

4. Suraskite mažiausio dydžio sąryšį virš $A = \{a, b, c\}$, kuris pasižymėtų nurodytomis savybėmis:

- a) Refleksyvusis, bet ne simetrinis ir ne tranzityvusis.
- b) Simetrinis, bet ne refleksyvusis ir ne tranzityvusis.
- c) Tranzityvusis, bet ne refleksyvusis ir ne simetrinis.
- d) Refleksyvusis ir simetrinis, bet ne tranzityvusis.
- e) Refleksyvusis ir tranzityvusis, bet ne simetrinis.
- f) Simetrinis ir tranzityvusis, bet ne refleksyvusis.
- g) Refleksyvusis, simetrinis ir tranzityvusis.

Ap. Binariųjų sąryšių R ir S kompozicija vadiname sąryšį $R \circ S$, kuris apibrėžiamas taip:

$$(x, z) \in R \circ S \iff \text{egzistuoja toks } y, \text{ kad } (x, y) \in R \text{ ir } (y, z) \in S.$$

5. Sugalvokite tinkamą pavadinimą sąryšiui $\text{isSisterOf} \circ \text{isParentOf}$.

7. Sugalvokite binarųjį sąryšį, kuris pasižymėtų nurodyta savybe, bet $R^2 = R \circ R$ nepasižymėtų ja.

a) Antirefleksyvusis.

b) Antisimetrinis.

8. Turime sąryšį $<$ virš \mathbb{N} . Parašykite, kokie elementai sudaro sąryšį $< \circ <$. Atsakymą pateikite pavidalu $\{(x, y) \mid \text{savybė}\}$.

N.d. likę klasėje neišspręsti uždaviniai.