# Atsitiktinių procesų pratybos

1-a savaitė

Mato teorijos elementai (1 dalis)

1. Tegu $\mathcal{A}$ yra aibės $\mathbb{A}$ poaibių $\sigma$ algebra, $A, B \in \mathcal{A}$. Įsitikinkite, kad $A \cap B, A \setminus B \in \mathcal{A}$.
2. Tarkime $\mathbb{A} = \{a, b, c\}$. Ar žemiau išvardintos $\mathbb{A}$ poaibių šeimos sudaro $\sigma$ algebras?
   a) $\mathcal{F} = \{\{a\}, \{b, c\}, \emptyset, \mathbb{A}\}$;
   b) $\mathcal{G} = \{\{a, b\}, \{c\}, \emptyset, \mathbb{A}\}$;
   c) $\mathcal{F} \cup \mathcal{G}$.
3. Tegu $\mathbb{A} = \{0, 1, 2, \cdots\}$. $\mathcal{A}$ yra aibės $\mathbb{A}$ baigtinį elementų skaičių turinčių poaibių ir poaibių, kurių papildiniai turi baigtinį elementų skaičių, šeima. Ar $\mathcal{A}$ yra $\sigma$ algebra? Atsakymą pagrįskite.
4. (1.12 pratimas) Įsitikinkite, kad $\mathcal{B}_{\mathbb{R}} = \sigma(\mathcal{A})$, kai
   a) $\mathcal{A} = \{(a, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$;
   b) $\mathcal{A} = \{(-\infty, a] : a \in \mathbb{R}\}$;
   c) $\mathcal{A} = \{(a, \infty) : a \in \mathbb{R}\}$.
5. (1.19 pratimas) Tegu $\mathcal{F}$ yra aibės $\Omega$ poaibių $\sigma$ algebra, $B \subset \Omega$. Įsitikinkite, kad rinkinys $\mathcal{G} = \{A \cap B : A \in \mathcal{F}\}$ yra aibės $B$ poaibių $\sigma$ algebra.

---

UŽDUOTYS SAVARANKIŠKAM DARBUI:

(a) (1.2 pratimas)
(b) (1.7 pratimas)
(c) (1.8 pratimas)
(d) (1.12 pratimas) - neišnagrinėti pratybų metu atvejai
(e) (1.13 pratimas) (į I-ąjį kontrolinį neįeis)
(f) (1.14 pratimas) (į I-ąjį kontrolinį neįeis)
(g) (1.17 pratimas) (į I-ąjį kontrolinį neįeis)
(h) (1.18 pratimas) (į I-ąjį kontrolinį neįeis)