KOMBINATORIKA IR GRAFŲ TEORIJA - Namų darbai
MaTEMATIKAI, II kursas.
2016 m. rudens semestras

Parengė: **Eugenijus Manstavičius**

Tema „Junginiai ir įdėties-pašalinimo principas"

Vartojamos sąvokos: gretiniai, kėliniai, keitiniai, netvarkingieji keitiniai, deriniai, junginiai su pasikartojančiais elementais.
Žymenys: $m, n, k \in \mathbf{N}$, o $i, j \in \mathbf{N}_0 := \mathbf{N} \cup \{0\}$, jeigu nenurodyta kitaip.

Suprastinti sumas:

$$\mathbf{1.a)(0,2egz.balo)} \qquad \sum_{i=0}^{n}(-1)^i\binom{n}{i}\binom{m+n-i}{k-i}.$$

ir

$$\mathbf{1.b)(0,1egz.balo)} \qquad \sum_{i=0}^{n}(-1)^i\binom{n}{i}(n-i)^n.$$

2 (0,2 egz. balo). Tegul $t(n)$ yra n-osios, $n \geq 1$, eilės netvarkingųjų keitinių skaičius. Įrodyti, kad

$$t(n) = (n-1)\Big(t(n-1) + t(n-2)\Big), \quad t(1) = 1,\ t(2) = 1.$$

3 (0,2 egz. balo). Tegul $q(n)$ yra aibės $\{1, 2, \dots, n\}$ kėlinių, kuriuose nėra greta stovinčių porų

$$(1,2),\ (2,3),\ \dots,\ (n-1, n),$$

skaičius. Įrodyti, kad

$$q(n) = \sum_{k=0}^{n-1}(-1)^k\binom{n-1}{k}(n-k)!.$$

4 (0,1 egz. balo). Tegul $t(n)$ ir $q(n)$ yra anksčiau apibrėžtos sekos. Įrodyti, kad

$$q(n) = t(n) + t(n-1).$$

IKI lapkričio 14 dienos!

Sėkmės, EM