

KOMBINATORIKA IR GRAFŲ TEORIJA - Namų darbai
MATEMATIKAI, II kursas.
2016 m. rudens semestras

Parengė: **Eugenijus Manstavičius**

1. TEMA „AIBIŲ GALIOS“

1. (0,3 egz. balo). Tegul

$$S_j = \delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_j, \quad j = 0, 1, \dots, k,$$

yra sumos, o dėmenys $\delta_i \in \{-1, 1\}$, čia $1 \leq i \leq j \leq k$. Rasti laužčių, einančių per taškus (j, S_j) , kai $j = 1, 2, \dots, k = a + b$, čia $b, a, a - b \in \mathbf{N}$, bet

$$S_1 > 0, S_2 > 0, \dots, S_{k-1} > 0, S_k = a - b,$$

skaičių.

2. (0,2 egz. balo). Iškilas $(n + 1)$ -akampis dalijamas nesusikertančiomis vidiniuose taškuose įstrižainėmis į trikampius. Tegul h_n yra variantų skaičius, o $h_1 = 1$ pagal apibrėžimą. Rasti h_n .

3. (0,2 balo) (Tik nesprenusiemis ankstesnės 3 užduoties!) Rasti galią monotoniškai didėjančių plačiąja prasme funkcijų aibės:

$$|\mathcal{F}_{mon}| := \left| \left\{ f : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, \quad f(i) \leq f(j), \right. \right. \\ \left. \left. \text{jei } 1 \leq i < j \leq 4 \right\} \right|.$$

4. (0,2 balo) (Tik nesprenusiemis ankstesnės 4 užduoties!) Rasti galią griežtai monotoniškai didėjančių funkcijų aibės, esant papildomam reikalavimui:

$$\left| \left\{ f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}, \quad f(j) - f(i) \geq 2, \right. \right. \\ \left. \left. \text{jei } 1 \leq i < j \leq 13 \right\} \right|.$$

5. (0,2 egz. balo). Lietuvos kariuomenės vadas nusprendė traukiniu pervežti 200 kareivių: trijuose vagonuose atitinkamai pervežti 40, 25 ir 35 artileristus bei jų reikmenis, be to, atitinkamai kituose dviejuose vagonuose - 40 ir 60 pės-tininkų. Kiek iš viso pasikirstymo variantų, jei traukinyje yra 10 vagonų?