

Professorius
EUGENIJUS
MANSTAVIČIUS



Eugenijui

Gileja ir gileja naunuma,
kasdienius spindesius suliedama į nūmą.
O, išstabi gyvenimo drama,
kurioj mes patys pinam sau kartuṇą!

Tie įrašai joje, keisti ženklai –
ne mums išspėti, kokia prasme rodo –
džiaugsmučių burtužų skaistus spinduliai,
auksinės smiltys iš būties aruodų.

Ne rašmenys išlieka, bet kryptis,
jinai – šviesa klajunė – neprapuola.
Ir daug mylijusi, daug troškusi širdis
tvaresnė už akmens nebylių uolą.

V. Stakėnas



PROFESORIAUS EUGENIJAUS MANSTAVIČIAUS MOKSLINIŲ DARBU APŽVALGA

Tikimybinė skaičių teorija. Tikimybinė aritmetinių funkcijų teorija susiformavo šeštajame praejusio amžiaus dešimtmetyje skaičių teorijos ir tikimybių teorijos sandūroje. Lemiamą įtaką jai padarė J. Kubiliaus ir jo mokiniai darbai. Daug reikšmingų rezultatų gavo JAV (G.J. Babu, H. Diamond, P.D.T.A. Elliott, H. Halberstam, A. Hildebrand, W. Plilipp, W.-B. Zhang), Prancūzijos (H. Daboussi, H. Delange, J.-L. Mauclaire, J.L. Nicolas, G. Tenenbaum), Rusijos (B.V. Levin, N.M. Timofeev), Vengrijos (G. Halász, I. Kátai, I. Ruzsa, A. Sárközy), Vokietijos (K.-H. Indlekofer, W. Schwarz) ir kitų šalių matematikai. Savo pirmuosius tyrimus E. Manstavičius pradėjo septintojo dešimtmečio pabaigoje, studijų ir aspirantūros metais, vadovaujant profesoriui J. Kubiliui. Jie pašvėsti jau susiformavusiai problematikai, todėl buvo siekiama rekordinių bendrumo ir tikslumo prasme rezultatų. Išnagrinėti asymptotiniai aritmetinių funkcijų reikšmių skirtiniai, plėtota aritmetinė stochastinių procesų modeliavimo teorija, ieškoma naujų tikimybinų idėjų taikymo sričių. Tyrimuose buvo tobulinami analiziniai ir tikimybiniai metodai. Analiziniais metodais E. Mans-tavičius rado bendras ribinių dėsniių egzistavimo sąlygas, ištyrė konvergavimo greičius, gavo asymptotinius skleidinius, įrodė bendrąsias lokališias teoremas. Logaritminio tankio atveju išsprendė pagrindinę tikimybinės skaičių teorijos problemą apie ribinio dėsnio egzistavimą, kai kartu konverguoja ir skirtinių momentai. Išnagrinėta originali adityviųjų funkcijų reikšmių konvergavimo vienetiniu moduliu problema. Kai kurie rezultatai yra atspindėti P.D.T.A. Elliotto monografijoje. Būta ir ketinimų nagrinėti aritmetines funkcijas, apibréžtas algebrinių skaičių kūnuose. Pirmasis profesoriaus mokinys I. Orlovas 1986 m. apgynė šios krypties mokslų kandidato disertaciją.



Svarbiausių ir išbaigtų rezultatų pasiekta nagrinėjant aritmetiškai apibrėžtų stochastinių procesų silpnojo konvergavimo problemą. Lenktyniaudamas su N.M. Timofeevu ir Ch.Ch. Usmanovu, jis rado būtinas ir pakankamas sąlygas, kai ribiniai procesai turi nepriklausomus prieaugius. Metodologine prasme šie darbai nusako Kubiliaus tikimybinio metodo taikymo ribas. Be taikomojo aspekto, rezultatai teikia modernesnę teorinę perspektyvą sprendžiant skaičių teorijos problemas. Nagrinėdamas atskirus procesų funkcionalus, E. Manstavičius įrodė P. Erdöso 1969 m. suformuluotą arksinuso dėsnį. Pirmą kartą apibrėžė aritmetinius stochastinių procesų modelius, kuriuose pagrindinį vaidmenį vaidina natūralieji, o ne pirminiai dalikliai. Iš invariantiškumo principo išplaukė tokį daliklių arksinuso dėsnis. Netikėtai atsiskleidė unikalios kai kurių ribinių procesų savybės. Labai reikšmingas šios krypties darbas, parašytas kartu su N.M. Timofeevu. Vėliau šiam darbui daug dėmesio skyrė prancūzų matematikas G. Tenenbaumas. Atsižvelgdamas į skaičių teorijos poreikius, E. Manstavičius kartu su G. Bareikiu išplėtė tradicinę adityviųjų procesų teoriją, nagrinėdami dalinių sandaugų procesus. Remdamiesi šiais rezultatais, jie įrodė multiplikatyviųjų aritmetinių procesų invariantiškumo principą. E. Manstavičius išplėtojo ir aritmetinių funkcijų, susijusių su skaičiavimo sistemomis, tikimybinę teoriją. Tyrimus tęsė bendradarbiaudamas su Austrijos matematikais M. Drmota ir M. Fuchs. Budapešte 1999 m. vykusioje konferencijoje, skirtoje P. Erdoso atminimui, E. Manstavičius skaitė kviečinį pranešimą, kuriamo išsamiai apžvelgė aritmetinių procesų ribines teoremas. Ši apžvalga buvo labai palankiai įvertinta referatiname žurnale *Mathematical Reviews* (MR1954708).

Kitoje serijoje darbų E. Manstavičius įvedė ir išplėtojo vienamačių atsitiktinių dydžių ir procesų, apibrėžtų tikimybiniu erdvii sekose, stiprujį konvergavimą. Tai leidžia konvergavimo su vienetine tikimybė teoriją, tradiciškai plėtojamą fiksuojoje tikimybineje erdvėje, perkelti į erdvii sekas. Verta pacituoti I. Berkeso ir M. Weberio žodžius iš jų straipsnio žurnale *Acta Arithmetica*, 2006, apie adityviųjų aritmetinių funkcijų kartotinio logaritmo dėsnius:



MOKSLINIŲ DARBŲ APŽVALGA

5

Erdoso teorema vėliau buvo išplėsta Kubiliaus (žr. jo monografiją) ir keliuose Manstavičiaus darbuose. Naudodamas konvergavimo su tikimybe, lygia vienetui, koncepcijos plėtinį, pritaikomą tikimybinių erdvų sekų kontekste, Manstavičius atliko gilią adityviųjų funkcijų KLD (kartotinio logaritmo dėsnį) savybių studiją, apimančią modifikuotas Strasseno tipo funkcinės KLD versijas.

Pridursime, kad išvesti Strasseno dėsnį analogai atskleidė naujų skaičių teorijos faktų. Jie iš esmės patikslino ir išplėtė kai kuriuos rezultatus, išdėstytius R.R. Hallo ir G. Tenenbaumo monografijoje, skirtoje natūraliųjų daliklių problemoms. Lietuvos matematikų ir tarp jų E. Manstavičiaus rezultatai, gauti skaičių teorijoje, plačiai nušvieti straipsniuose, publikuotuose knygoje *Matematika Lietuvoje po 1945 metų* (MII, 2006).

Aritmetiniai pusgrupiai. Dirbdamas 1989—1990 metais Paderborno universiteto vizituojančiu profesoriumi, E. Manstavičius įsigilino į adityviuosius aritmetinius pusgrupius, iš kurių bene svarbiausias yra polinomų virš baigtinio kūno pusgrupis. Jų analizė reikalinga kriptologijai, ypač jos algoritmams, paremtiems diskrečiais logaritmais. Pirmiausia kartu su bendraautoriais jam pavyko atskleisti naujo tipo pirminių elementų pasiskirstymo dėsnį, kuriame pagrindinis šių elementų skaičiaus asymptotikos narys yra osciliuojantis. Tuo laikotarpiu įrodyta Indlekofer—Manstavicius—Warlimont teorema sudaro J. Knopfmacherio ir W.-B. Zango monografijos skyrių. Dirbdamas kartu su K.-H. Indlekofriu ir J. Knopfmacherio paragintas sukurti tikimybinių aritmetinių pusgrupių teoriją, adekvačią Kubiliaus teorijai, E. Manstavičius publikavo šios krypties darbų ciklą. Tyrimus pratęsė būdamas vizituojančiu profesoriumi Witwatersrando universitete Johanesburge ir vėliau Lietuvoje, bendradarbiaudamas su R. Skrabutėnu. E. Manstavičiaus rezultatai apie pusgrupių elementų, neturinčių mažo laipsnio pirminių elementų, skaičiaus asymptotikas buvo pastebėti ir pritaikyti faktORIZAVIMO ir kodavimo algoritmulų analizėje (L.M. Adleman, J. DeMarrais, M.D. Huang, O. Schirokauer, D. Weber, T. Denny). Atskirų rezultatų spręsda-



mi šią problemą buvo gavę M. Car, A.M. Odlyzko, R. Warlimontas. Įdomu pažymėti, kad JAV Georgia’os ir Mičigano universitetuose buvo parašytos R. Lovorno ir K. Soundararajano disertacijos, kurių rezultatai, pasirodžius E. Manstavičiaus straipsniams, taip ir liko nepublikuoti. Dar ir dabar pasitaiko atvejų, kai vėl bandoma spręsti tuos pačius uždavinius (žr. *Mathematical Reviews*, 2001e:11119).

Pusgrupių teorijoje taikomi diskrečiai matematikai, o ne skaičių teorijai, būdingi metodai. Tai sudarė mokslo prielaidas E. Manstavičiui pasukti į tikimybinę kombinatoriką.

Tikimybinė kombinatorika. Dvidešimto amžiaus viduryje kombinatorikoje pradėta taikyti tikimybinius metodus. Matematinėje statistikoje kartu su atskiriančiomis statistikomis ir urnų modeliais buvo tiriami ir atsitiktinių atvaizdžių skirstiniai (V.F. Kolčinas, V.N. Sačkovas). Tikimybinių algoritmų vystymasis ir jų kompleksiškumo analizė pareikalavo atsitiktinių keitinių, bendresnių atvaizdžių, įvairių grafų, kitokių kombinatorinių struktūrų teorijų (R. Arratia, A.D. Barbour, S. Tavaré, B. Bollobas, J.S. Vitter ir kt.). E. Manstavičius atkreipė dėmesį į šias aktualijas. Darbų cikle, pradėtame 1996 m., akcentuojama, kad didelė dalis anksčiau gautų kombinatorikos rezultatų savo forma yra labai artimi tikimybinių skaičių teorijai, tačiau iki šiol naudoti metodai skirti ir dažnai neprilygsta pirmiesiems savo gilumu. Tikimybinius kombinatorikos uždavinius sprendę matematikai neatkreipė reikiamo dėmesio į skaičių teorijos idėjų pritaikymo galimybes. Todėl pirmiausia buvo keliamas tikslas suartinti šias teorijas. Anksčiau minėti autoriai, dirbę šioje tematikoje, dažniausiai apsiribodavo atskirų pavyzdžių nagrinėjimu. Plačiai buvo ištirtas kombinatorinių struktūrų komponenčių skaičius, ekstremaliosios statistikos ir keitinio eilė simetrinėje grupėje. Amžių sandūroje R. Arratia, A.D. Barbour, S. Tavaré dar kartą atrado tikimybinį metodą, kuris tikimybinėje skaičių teorijoje nuo penkiasdešimtujų metų vadinas Kubiliaus vardu. Jų iniciatyva plėtoti atsitiktinių kombinatorinių struktūrų problematiką nusipelnė pripažinimo ir turėjo įtakos E. Manstavi-



MOKSLINIŲ DARBŲ APŽVALGA

7

čiaus darbams. Pastaruojuose irgi buvo siekiama kurti bendrą teoriją ir plėtoti jos metodus. Jau pirmame straipsnyje, apibrėžęs adityviąsias funkcijas simetrinėje grupėje, jis įrodė keletą bendrų vienamačių ribinių teoremu. Jose pasirodančių ribinių dėsnį klasės yra platesnės nei neapréžtai dalį skirtinių šeima. Vėliau centrinėje ribinėje teoremoje jis gavo optimalų konvergavimo greitį. Šis rezultatas parodė, kad keitinių atveju specifinis dėmenų priklausomumas įneša esminį indėlį, todėl optimalus greitis, išreikštas per trečiuosius momentus, adityviųjų funkcijų centrinėje ribinėje teoremoje iš esmės yra kitokios eilės negu nepriklausomų dėmenų atveju. Didelis dėmesys buvo skirtas analizinei multiplikatyviųjų funkcijų, apibrėžtų simetrinėje grupėje ir išskaidomose kombinatorinėse struktūrose, teorijai. Čia buvo išvengta laipsnių generuojančių funkcijų pratęsiamumo už jų konvergavimo srities, tuo pačiu buvo aplenkinti ir plačiai taikomi Ph. Flajolet ir A.M. Odlyzko rezultatai. Išplėtojės šiuos analizinius metodus, profesoriaus doktorantas V. Zacharovas išsprendė P. Erdoso ir P. Turano 1967 m. suformuluotą problemą apie atsitiktinio keitinio eilės skirtinio konvergavimo greitį. Patirtis, igyta rutuliojant tikimybinės skaičių teorijos uždavinius, pravertė ir naujoje tematikoje. Taikydamas tikimybinius metodus, E. Manstavičius pirmą kartą kombinatorikoje suformulavo ir išvedė keletą kartotinio logaritmo dėsnį simetrinės grupės keitiniams. Jo doktorantė J. Norkūnienė šiuos rezultatus apibendrino kitoms struktūroms.

1998–1999 m. E. Manstavičius kartu su Pensilvanijos valstijos universiteto profesoriumi G.J. Babu laimėjo konkursą ir gavo JAV Nacionalinės tyrimų tarybos paramą Twinning programos projektui vykdyti. Bendradarbiaujant buvo ištirti kombinatoriniai atsitiktinių procesų modeliai, jų silpnasis konvergavimas. Atskirais atvejais funkcinių ribinių teoremu anksčiau buvo įrodę žinomi matematikai D.J. Aldous, J.M. DeLaurentis, P. Donnelly, J.C. Hansen, T.G. Kurtzas, J. Pitmanas, B.G. Pittelis. Projekte procesai buvo apibrėžti naudojantis atsitiktinių keitinį cikline struktūra, o jų skirtiniai buvo tiriami Ewenso tikimybiniuo mato, kuris atsirado matematinėje genetikos teorijoje, atžvilgiu. Tai suteikė papildomų rezultatų interpretavimo galimybių. Realizuodami jau tikimybinėje



skaičių teorijoje patikrintas idėjas, autoriai įrodė, kad Lindebergo sąlyga yra būtina ir pakankama kombinatoriškai apibrežtų procesų konvergavimui į Brauno jades, ir pavyzdžiais pagrindė, kad tokia sąlyga nėra būtina vienamates centrinės ribinės teoremos atveju. Iš dar esančių spaudoje rezultatų išplaukia, kad šiuose pavyzdžiuose nagrinėjami procesai taip pat konverguoja, bet į priklausomų prieaugių procesus. Vėliau buvo išnagrinėti kombinatoriniai stabiliųjų ir bendresnių stochastinių procesų, turinčių nepriklausomus priaugius, modeliai; gautos būtinos ir pakankamos konvergavimo sąlygos. Baigęs projekto užduotis, E. Manstavičius išnagrinėjo visų baigtinės aibės atvaizdžių generuotus procesus ir gavo išsamių rezultatų. Apskritai rezultatai, pasiekti atsitiktinių atvaizdžių teorijoje, sudaro palankias moksliunes prielaidas plėtoti bendrijų išskaidomą atsitiktinių kombinatorinių struktūrų teoriją. Profesoriaus ir jo doktorantų laukia nelengvos problemos.

Mokslo istorija ir populiarinimas. E. Manstavičiaus plunksna parašyta nemažai mokslo istorijos, enciklopedinių ir populiarinių straipsnių. Reniantis Vilniaus universiteto 400 metų jubiliejui, jis kartu su A. Bikeliu buvo ištraukti į jos istorijos lietuvių, rusų ir anglų kalbomis autorių kolektyvą. Parašyta per dešimtį straipsnių Lietuvos matematikos ir gamtos mokslų istorijos pokario laikotarpiu tema.

Nemažai straipsnių profesorius publikavo visose lietuviškose enciklopedijose. Neseniai kartu su H. Pragarauskų *Visuotinei lietuvių enciklopedijai* įteikė solidų straipsnį *Matematika Lietuvoje*. Kartu su J. Kubiliumi publikavo porą straipsnių Maskvoje išleistoje *Tikimybų teorijos ir matematinės statistikos enciklopedijoje* (rusų kalba). Neretai E. Manstavičius imasi ir mokslo populiarinimo plunksnos. Jo straipsnių randame matematikos žurnale *Alfa plus omega*, net *Literatūroje ir mene*.

*Linkime Profesorui
kūrybinės sėkmės ir energijos!*

Prof. A. Laurinčikas



9

TÈVIŠKÈ



Stulgių bažnyčia



Eugenijus ir Teofilis



10

TĖVAI



Antanas ir Stasė Manstavičiai



Mama Stulgų kapinėse



STULGIŲ SEPTYNMETĖ

11



*Stulgių pirmokai ir trečiokai su mokytoja Terepiene, 1954 m.
Pirmoje eilėje iš kairės penktas – Eugenijus, septintas – brolis Teofilis*



*Antrokai su mokytoja Urbonavičiene, 1955 m.
Pirmoje eilėje iš kairės trečias – Teofilis, o penktas – Eugenijus*



STULGIŲ SEPTYNMETĖ



*Ketvirtokai su mokytoja Urbonavičiene, 1957 m.
Iš kairės pirmoje eilėje antras – Teofilis, antroje eilėje antras – Eugenijus*



*Septintokai su mokytojomis, 1960 m.
Pirmoje eilėje pirmas iš kairės – Eugenijus, antroje eilėje antras iš dešinės – Teofilis*



KLAIPĖDOS MOKYKLA-INTERNATAS

13



Abiturientas, 1964 m.



Klasės vyrai



11b klasė



Aukso medalį iteikia mokyklos direktorius Stanislovas Rumbutis



manstavicius.p65



STUDIJOS

15

Vilniaus Valstybinis
V. KAPSUKO
UNIVERSITETAS

FAKULTETAS

1969 m.

XXIII LAIDA

V. Statulevičius *A. Bolotinas* *B. V. Kabaila* *B. P. Golokovščius*

V. Uzdavinyks *P. Rūnas* *L. Navickaitė* *A. Matulėvičius*

R. Latinaitė *V. Vizbaraitė* *O. Dubauskytė* *A. Jasiūnaitė* *O. Čenininkaitė*

B. Kuliešius *S. Barbienė-Vorabov* *V. Šutkaitė* *S. Suderikytė* *G. Bujauskaitė*

E. Jakubėnos *R. Parčiūtė* *V. Sruoga-Sitkeienė* *L. Lezinaitė* *O. Šakytė*

J. Bogdonavičius *A. Garbincius* *E. Šničiūtė* *J. Javocionaitė-Petruševičė* *P. Abanavičius*

A. Stankėvičius *L. Storostienė* *Z. Norvoša* *E. Germanaitė-Lukšienė* *V. Rožekovičius*

J. Simonavičiūtė *Z. Petruškaitė-Meldeikienė* *Z. Šimonaviciute* *R. Ryškovičius*

D. Šliūžinė *J. Pardaktytė* *L. Kulenka*

V. Stankėvičius *Z. Petruškaitė-Meldeikienė* *E. Manstavicius* *D. Ramonaitė-Kacinskienė*

R. Morkūnaitė *R. Grybortytė* *S. Reklaktytė*

M. Oltin *E. Matronaitė-Tudžienė* *S. Toraft-Miklėnė*

L. Storostienė *Z. Petruškaitė-Meldeikienė* *Z. Šimonaviciute*

R. Ryškovičius *Z. Šimonaviciute* *R. Ryškovičius*



Paskutinė paskaita su profesoriumi Zigmui Žemaičiu, 1969 m.

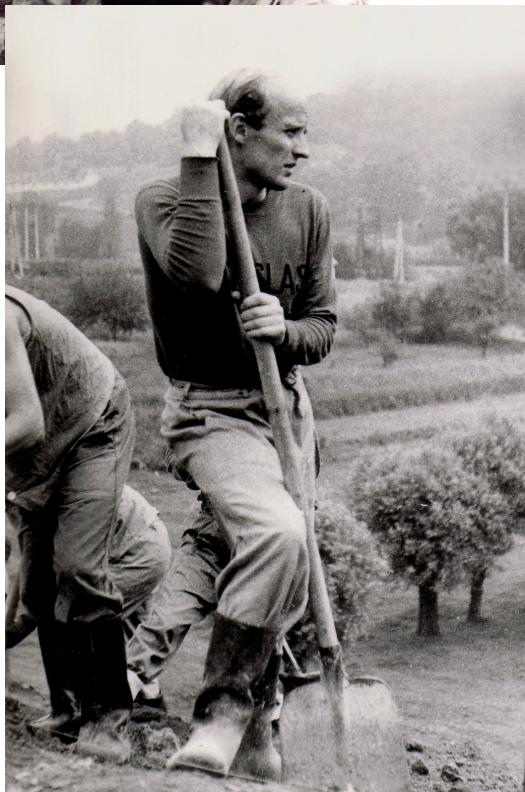


*Diplominio darbo gynimas.
Komisijos pirmininkas dr. Bronius Riauba*



STUDIJOS

17



*Studentų statybinis
būrys ir jo komisaras.
Lenkija, 1972 m.*



Dar tik trys: Zita, Eugenijus ir Martynas



Naujametė eglutė fakultete, 1979 m.

Paskutinėje eileje: iš kairės tévai Romualdas Uždavinys, Remigijus Lapinskas, Gražina Lapinskienė, Mindaugas Maknys, Irena Maknienė ir Eugenijus Manstavičius



ŠEIMA

19



Uošvijoje 1996 m. Kairejė – Vidmantas ir Virginija Adomėnai su sūnumi Karoliu. Centre – uošviai Stefanija ir Petras Adomėnai. Dešinėje – Zita ir Eugenijus Manstavičiai, o paskutinėje eilėje – Martynas ir Kristupas Manstavičiai bei Paulius Adomėnas



Lietuvos matematikų muziejuje 1997 m.



20

ŠEIMA



*Martynui gavus magistro diplomą, 1999 m.
Antras iš dešinės – svečias iš Pensilvanijos valstijos universiteto prof. Gutti Jogesh Babu*



*Aurelijos ir Kristupo
vestuvės, 2007 m.
Šalia Rasa ir Martynas*