

Matematinės analizės namų darbai IV
Apskaičiuokite ribas:

1 Užduotis. $\lim \frac{(\sqrt{n^2+1+n})^2}{\sqrt[3]{n^6+1}};$ 4

2 Užduotis. $\lim \frac{(n+1)!-n!}{(n+2)!};$ 0

3 Užduotis. $\lim \frac{\sqrt[5]{n^5+n^2}}{n+3};$ 1

4 Užduotis. $\lim \sum_{k=1}^n \frac{k^2}{n^3};$ 1/3

Patarimas: Sumos $\sum_{k=1}^n k^2$ reikšmę jau skaičiavote anksčiau.

5 Užduotis. $\lim \frac{(-1)^{n \cdot n}}{2n-1} \cdot \frac{n}{n^2+n+1};$ 0

6 Užduotis. $\lim \left(\frac{\cos n^3}{2n} - \frac{3n}{6n+1} \right);$ -1/2

7 Užduotis. $\lim \left(1 + \frac{5}{n} \right)^n;$ e^5

8 Užduotis. $\lim n(n - \sqrt{n^2 + 1});$ -1/2

9 Užduotis. $\lim \frac{n+\ln(n)+2^n}{n+\ln(n)-2^n};$ -1

10 Užduotis. $\lim (\sqrt{n + 6\sqrt{n} + 5} - \sqrt{n});$ 3

11 Užduotis. $\lim (1 + 1/n)^{2n};$ e^2

12 Užduotis. $\lim \left(\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}-3} \right)^{2\sqrt{n}};$ e^6

Raskite aibes $x \in E_1$ ir $x \in E_2$, kad žemiau nurodytos sekos a_n būtų - atitinkamai - aprėžtos ir monotoninės:

13 Užduotis. $a_n(x) = (2x)^n;$ $E_1 = [-1/2; 1/2];$ $E_2 = [0; \infty)$

14 Užduotis. $a_n(x) = 2^{n \cdot x};$ $E_1 = [-\infty; 0];$ $E_2 = R$

15 Užduotis. $a_n(x) = 2^{n(x^2-x)};$ $E_1 = [0; 1];$ $E_2 = R$

Įrodykite, kad seka yra monotonišė ir aprėžta bei raskite jos ribą:

16 Užduotis. $x_{n+1}^2 = 3x_n - 2;$ $x_1 = 3/2$
 $\lim x_n = 2.$

17 Užduotis. $x_{n+1} = \frac{1}{4(1-x_n)};$ $x_1 = 0$
 $\lim x_n = 1/2$

18 Užduotis. $x_{n+1} = 3 - \frac{2}{x_n};$ $x_1 = 3$
 $\lim x_n = 2$