

1 MA namų darbai- I

Matematinės indukcijos metodu įrodykite, kad reiškiniai teisingi $\forall n \in \mathbf{N}$:

1.1 Uždavinys. $1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + \dots + n(3n + 1) = n(n + 1)^2$

1.2 Uždavinys. $1^2 + 3^2 + \dots + (2n - 1)^2 = \frac{n(4n^2 - 1)}{3}$

1.3 Uždavinys. $11^{n+2} + 12^{2n+1}$ dalinasi iš 133 be liekanos, jei $n \geq 0$ - natūrinis skaičius.

1.4 Uždavinys. $\sum_{k=1}^n \frac{1}{4k^2 - 1} = \frac{n}{2n+1}$

1.5 Uždavinys. $\prod_{k=1}^n \left(1 - \frac{1}{(k+1)^2}\right) = \frac{n+2}{2n+2}$

1.6 Uždavinys. $\frac{6^{2n}-1}{35} \in \mathbf{N}$

1.7 Uždavinys. $1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$

Nustatykite reiškinio sumą ir matematinės indukcijos metodu įrodykite, kad suma teisinga $\forall n \in \mathbf{N}$

1.8 Uždavinys. $\frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(3n-1)}{n^2}$

Sunkesni:

Matematinės indukcijos metodu įrodykite, kad reiškiniai teisingi $\forall n \in \mathbf{N}$:

1.9 Uždavinys. $3 + 33 \dots + \underbrace{33\dots3}_{n \text{ skaitmenų}} = \frac{10^{n+1} - 9n - 10}{27}$

1.10 Uždavinys. $\sqrt{\underbrace{2 + \sqrt{2 + \dots \sqrt{2}}}_{n \text{ saknu}}} = 2 \cos \frac{\pi}{2^{n+1}}$