

Matematinės analizės namų darbai IX

Nubrėžkite funkcijų grafikus:

1 Užduotis. $f(x) = \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x^2 + 1}$

2 Užduotis. $f(x) = (x - 2)\sqrt[3]{x}$

3 Užduotis. $f(x) = (x - 3)\sqrt{x}$

4 Užduotis. $f(x) = \pm x\sqrt{4x - x^2}$

5 Užduotis. $f(x) = \sin \frac{1}{x}$

6 Užduotis. $f(x) = \ln(\sin(x))$

7 Užduotis. $f(x) = x + e^{-x}$

Užrašykite Teiloro formules funkcijoms (taško $x = 0$ aplinkoje):

8 Užduotis. $f(x) = \operatorname{tg}(x)$, iki x^5

Ats. $f(x) = x + \frac{2}{3!}x^3 + \frac{16}{5!}x^5 + o(x^5)$

9 Užduotis. $f(x) = e^{2x-x^2}$, iki x^5

Ats. $f(x) = 1 + 2x + x^2 - 2/3x^3 - 5/6x^4 - 1/15x^5 + o(x^5)$

Apskaičiuokite ribas (įvairiais metodais):

10 Užduotis. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctgx} - \frac{1}{x} \right)$

11 Užduotis. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\alpha x)}{\sin(\beta x)}$; $\frac{\alpha}{\beta}$

12 Užduotis. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x}$; 2

13 Užduotis. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\ln \frac{1}{x} \right)^x$; 1

14 Užduotis. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$; $1/2$

15 Užduotis. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$; $1/2$

Panaudokite Teiloro formulę (-es) žemiau pateiktų ribų apskaičiavimui:

16 Užduotis. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[x - x^2 \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right]$; $1/2$

2

17 Užduotis. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x \cdot (1+x)}{x^3} = \frac{1}{3}.$

18 Užduotis. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin^{13} x) - \sin^{13} x}{\operatorname{tg}^{26} x}; \quad -\frac{1}{2}$

Pasinaudokite: $\ln(1 + \sin^{13} x) = \sin^{13} x - \frac{\sin^{26} x}{2} + o(\sin^{26} x)$

19 Užduotis. $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e} \right]^{\frac{1}{x}}; \quad e^{-\frac{1}{2}}$

Pasinaudokite: $(1+x)^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{x} \ln(1+x)}.$

20 Užduotis. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right); \quad 0$